고1 수학영역

전국연합학력평가 기출문제

최신 3개년 문제집

정답과 해설

참고

☑ 전 문항 정답률과 선지별 선택비율 표기

☑ 전 회 등급컷과 오답률 Best 5 수록

정답과 해설 구성 안내

5 **삼각형의 무게중심과 평행사변형의 성질을 이해하여 선분의 길이를 구한다.**

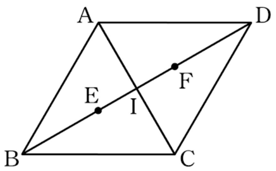
정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	3%	1%	2%	1%	91%

정답률과 선지별 선택비율 표기

| 정답풀이 |

평행사변형 ABCD 의 두 대각선 AC , BD 의 교점을 I 라 하자.



점 E 는 삼각형 ABC 의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{EI}}=\frac{1}{3}\overline{\mathrm{BI}}$

자세한 정답풀이

| 다른풀이 |

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 선분 BD 는 두 삼각형의 무게중심을 지난다.

따라서 무게중심을 연결한 선분 EF 의 길이는 대각선 BD 의 길이의 $\frac{1}{3}$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{EF}} &= \frac{1}{3}\overline{\mathrm{BD}} \\ &= \frac{1}{3}\times 24 \\ &= 8\end{aligned}$$

다른 문제풀이 제시

❙ 등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	88	77	65	53	43	33	23	15
나의 점수	[ ] 점				[ ] 등급			

전 회 등급컷과 오답률 Best 5 수록

여기에 나의 점수와 나의 등급을 확인해 보세요.

❙ 오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	27	30	19	15	13
오답률(%)	85	83	59	58	53

01회 2016학년도 3월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설 본문 5-12페이지

1 ①	2 ③	3 ④	4 ③	5 ⑤
6 ③	7 ②	8 ⑤	9 ①	10 ⑤
11 ②	12 ②	13 ⑤	14 ④	15 ②
16 ①	17 ④	18 ②	19 ④	20 ③
21 ①	22 36	23 5	24 6	25 4
26 16	27 78	28 144	29 252	30 172

5지 선다형

1 거듭제곱의 뜻을 알고 식의 값을 계산한다. 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	93%	2%	0%	1%	2%

| 정답풀이 |

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2\times(-2)^3=\frac{1}{4}\times(-8)$$
$$=-2$$

2 다항식의 덧셈과 뺄셈을 하여 식을 간단히 한다. 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	2%	0%	95%	1%	0%

| 정답풀이 |

$$2A-B=2(x+y)-(2x-3y)$$
$$=2x+2y-2x+3y$$
$$=(2-2)x+(2+3)y$$
$$=5y$$

3 일차방정식의 해를 구한다. 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	2%	0%	2%	94%	0%

| 정답풀이 |

$3(x-1)=2x-1$

$3x-3=2x-1$

$3x-2x=3-1$

따라서 $x=2$

4 완전제곱식의 뜻을 이해하여 다항식이 완전제곱식이 되는 상수항을 구한다. 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	2%	1%	93%	1%	0%

| 정답풀이 |

다항식 x^2-8x+a가 완전제곱식이 되기 위해서는 a의 값이 일차항의 계수의 $\frac{1}{2}$의 제곱이 되어야 하므로

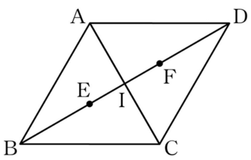
$$a=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=(-4)^2=16$$

5 삼각형의 무게중심과 평행사변형의 성질을 이해하여 선분의 길이를 구한다. 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	3%	1%	2%	1%	91%

| 정답풀이 |

평행사변형 ABCD 의 두 대각선 AC, BD 의 교점을 I 라 하자.



점 E 는 삼각형 ABC 의 무게중심이므로

$$\overline{EI}=\frac{1}{3}\overline{BI}$$

점 F 는 삼각형 CDA 의 무게중심이므로

$$\overline{IF}=\frac{1}{3}\overline{ID}$$

따라서 구하는 값은

$$\overline{EF}=\overline{EI}+\overline{IF}$$
$$=\frac{1}{3}\overline{BI}+\frac{1}{3}\overline{ID}$$
$$=\frac{1}{3}(\overline{BI}+\overline{ID})$$
$$=\frac{1}{3}\overline{BD}$$
$$=\frac{1}{3}\times24$$
$$=8$$

| 다른풀이 |

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 선분 BD 는 두 삼각형의 무게중심을 지난다.

따라서 무게중심을 연결한 선분 EF 의 길이는 대각선 BD 의 길이의 $\frac{1}{3}$ 이므로

$$\overline{EF}=\frac{1}{3}\overline{BD}$$
$$=\frac{1}{3}\times24$$
$$=8$$

6 직각삼각형에서 삼각비의 뜻을 이해하여 그 값을 구한다. 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	2%	3%	92%	1%	0%

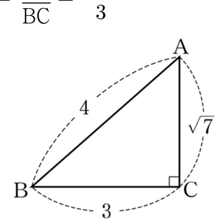
| 정답풀이 |

직각삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$ 이므로

$$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}$$
$$=\sqrt{4^2-3^2}$$
$$=\sqrt{7}$$

따라서 $\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{7}}{3}$



7 최소공배수의 뜻을 이해하고 소인수분해를 이용하여 최소공배수를 구한다.

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	2%	87%	3%	5%	1%

| 정답풀이 |

과자의 무게의 합은 75 의 배수이고, 음료수의 무게의 합은 120 의 배수이다.

두 무게의 합이 같으려면 과자의 무게의 합과 음료수의 무게의 합이 75 와 120 의 공배수이어야 한다.

두 수 75 , 120 을 소인수분해하면

$75 = 3 \times 5^2$

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$

따라서 두 수 75 , 120 의 최소공배수는

$2^3 \times 3 \times 5^2$

과자의 무게의 합과 음료수의 무게의 합이 75 와 120 의 최소공배수가 될 때 a 와 b 의 값이 각각 최소이므로 $a+b$ 의 값도 최소가 된다.

따라서 과자 a 개의 무게가 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 일 때 a 의 값을 구하면

$3 \times 5^2 \times a = 2^3 \times 3 \times 5^2$

$a = 2^3 = 8$

음료수 b 개의 무게가 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 일 때 b 의 값을 구하면

$2^3 \times 3 \times 5 \times b = 2^3 \times 3 \times 5^2$

$b = 5$

따라서 구하는 최솟값은

$a+b = 8+5$

$= 13$

8 닮음비와 부피의 비의 관계를 이해하여 식의 값을 구한다.

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	9%	14%	2%	3%	70%

| 정답풀이 |

두 구슬 A , B 의 지름의 길이가 각각 8 cm, 12 cm이므로 닮음비는

$8:12 = 2:3$

따라서 두 구슬의 부피의 비는

$2^3 : 3^3 = 8:27$

주어진 조건에 의해 두 구슬의 가격은 부피에 비례하므로

$a : b = 8 : 27$

$27a = 8b$

따라서 $\dfrac{b}{a} = \dfrac{27}{8}$

| 다른풀이 |

구슬 A 의 부피는

$\dfrac{4}{3} \times \pi \times 4^3 = \dfrac{256}{3}\pi$

구슬 B 의 부피는

$\dfrac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = 288\pi$

두 구슬의 가격은 구슬의 부피에 비례하므로

$a : b = \dfrac{256}{3}\pi : 288\pi = 8 : 27$

$27a = 8b$이므로

$\dfrac{b}{a} = \dfrac{27}{8}$

9 연립일차부등식의 정수인 해의 개수를 구한다.

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	92%	3%	1%	1%	1%

| 정답풀이 |

연립부등식

$\begin{cases} 4x > x-9 \\ x+2 \geq 2x-3 \end{cases}$

에서 부등식 $4x > x-9$ 를 풀면

$4x - x > -9$

$3x > -9$

$x > -3$ ⋯ ㉠

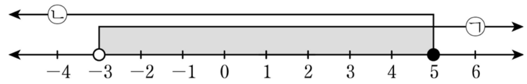
부등식 $x+2 \geq 2x-3$ 을 풀면

$x - 2x \geq -2-3$

$-x \geq -5$

$x \leq 5$ ⋯ ㉡

두 부등식 ㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 x 의 값의 범위를 수직선에 나타내면 다음과 같다.



위 그림에서 구하는 x 의 값의 범위는

$-3 < x \leq 5$

따라서 구하는 정수 x 는

$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

이므로 개수는 8 이다.

10 도수분포표를 이해하고 실생활 문제와 관련된 확률을 구한다.

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	3%	1%	1%	3%	89%

| 정답풀이 |

주어진 도수분포표에서 도수의 합이 20 이므로

$3+2+6+4+a = 20$

위 등식으로부터

$a = 5$ 이다.

한편 주어진 도수분포표에서 한 학기 동안 이수한 방과후학교의 이수시간이 30 시간 이상인 학생 수는

$4+a = 4+5 = 9$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{9}{20}$ 이다.

11 무리수의 뜻을 이해하여 도형의 둘레의 길이를 구한다.

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	7%	77%	5%	7%	2%

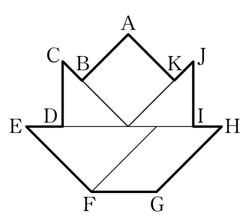
| 정답풀이 |

한 변의 길이가 1 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

다음과 같이  모양의 도형에서 각 꼭짓점을 차례로

A , B , C , D , E , F , G , H , I , J , K

라 하자.



이 도형의 각 변의 길이를 구하면 다음과 같다.

$\overline{AB} = \sqrt{2}$

$\overline{BC} = 2 - \sqrt{2}$

$\overline{CD} = \sqrt{2}$

$\overline{DE} + \overline{IH} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$\overline{EF} = 2$

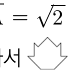
$\overline{FG} = \sqrt{2}$

$\overline{GH} = 2$

$\overline{IJ} = \sqrt{2}$

$\overline{JK} = 2 - \sqrt{2}$

$\overline{KA} = \sqrt{2}$

따라서  모양의 도형의 둘레의 길이는

$\sqrt{2} + 2(2 - \sqrt{2}) + \sqrt{2} + \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2}$

$= 8 + 4\sqrt{2}$

12 줄기와 잎 그림을 이해하여 자료의 평균을 구한다. 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	5%	84%	4%	3%	1%

| 정답풀이 |

줄기가 0 일 때의 자료의 합은
$1+1+2+2+3+4+5+9=27$
줄기가 1 일 때의 자료의 합은
$10\times6+(0+1+1+a+7+8)=a+77$
줄기가 2 일 때의 자료의 합은
$20\times5+(a+6+8+8+8+8)=a+130$
줄기가 3 일 때의 자료의 합은
$a+30$
주어진 조건에서 20 개의 자료의 평균이 13.5 이다.
이때

$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$$

이므로 평균을 구하면

$$(\text{평균})=\frac{27+(a+77)+(a+130)+(a+30)}{20}=\frac{3a+264}{20}=13.5$$

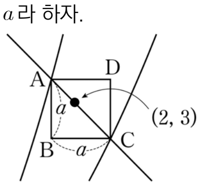
$3a+264=270$ 에서 $3a=6$
따라서 $a=2$

13 일차함수의 그래프를 이해하여 직선의 기울기와 y 절편을 구한다. 정답 ⑤

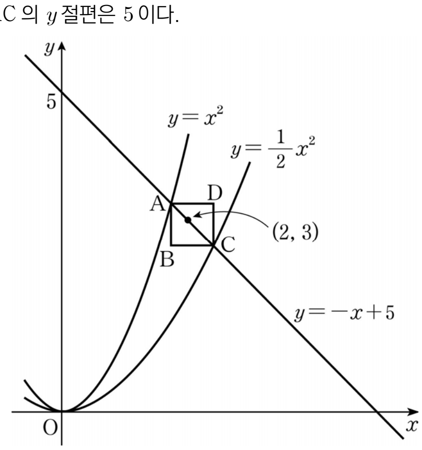
선지별 선택비율/정답률	10%	8%	10%	23%	47%

| 정답풀이 |

정사각형 ABCD 의 각 변의 길이가 모두 같으므로
$\overline{AB}=\overline{BC}=a$ 라 하자.



그러면 직선 AC 의 기울기는
$\frac{-a}{a}=-1$ 이다.
직선 AC 의 y 절편을 b 라 하면 이 직선의 방정식은
$y=-x+b$
이 직선이 점 $(2,\ 3)$ 을 지나므로 $x=2$, $y=3$ 을 대입하면
$3=-2+b$ 에서 $b=5$
따라서 직선 AC 의 y 절편은 5 이다.

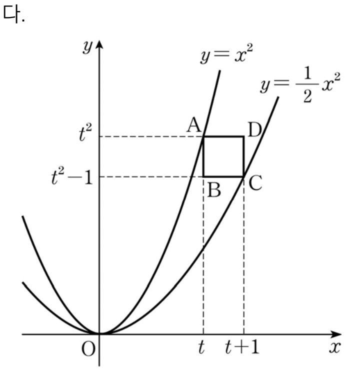


14 이차함수의 그래프의 성질을 이해하여 점의 좌표를 구한다. 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	13%	6%	13%	62%	4%

| 정답풀이 |

이차함수 $y=x^2$ 의 그래프 위의 점 A 의 x 좌표를 t 라 하면 점 A 의 좌표는 다음과 같다.
$A(t,\ t^2)$
점 A 의 x 좌표가 t 이고 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 x 좌표는 $t+1$ 이고 점 C 의 y 좌표는 t^2-1 이다.
따라서 점 C 의 좌표는 다음과 같다.
$C(t+1,\ t^2-1)$ ⋯ ㉠
한편 조건에 의해 점 C는 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 점이므로 점 C의 x 좌표 $t+1$ 을 $y=\frac{1}{2}x^2$ 에 대입하면 점 C의 y 좌표는
$\frac{1}{2}(t+1)^2$
따라서 점 C 의 좌표는
$C\left(t+1,\ \frac{1}{2}(t+1)^2\right)$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서
$t^2-1=\frac{1}{2}(t+1)^2$
위 등식을 정리하면
$2t^2-2=t^2+2t+1$
$t^2-2t-3=0$
인수분해하면
$(t+1)(t-3)=0$
따라서 $t=-1$ 또는 $t=3$
점 A 는 제1 사분면의 점이므로
$t>0$ 에서 $t=3$
따라서 점 A 의 x 좌표는 3 이므로 y 좌표는
$3^2=9$ 이다.
그러므로 점 A 의 x 좌표와 y 좌표의 합은
$3+9=12$ 이다.

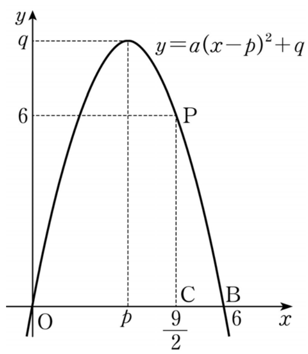


15 이차함수의 그래프의 성질을 이용하여 실생활 문제를 해결한다. 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	6%	42%	19%	28%	2%

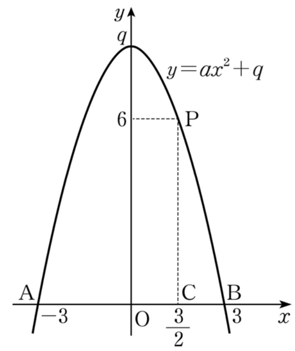
| 정답풀이 |

A 지점을 원점 O , 지면을 x 축, 원점 O 를 지나고 지면과 수직인 직선을 y 축으로 하는 좌표평면을 생각하자.
지점 B 의 좌표는 다음과 같다.
$B(6,\ 0)$
지점 C 의 좌표는 다음과 같다.
$C\left(\frac{9}{2},\ 0\right)$
지점 P 의 좌표는 다음과 같다.
$P\left(\frac{9}{2},\ 6\right)$
세 점을 지나는 포물선을 이차함수
$y=a(x-p)^2+q$
의 그래프라 하면 다음과 같다.



이 그래프의 축의 방정식은
$x=3$ 이므로 $p=3$
따라서 이차함수는
$y=a(x-3)^2+q$
이다. 이차함수 $y=a(x-3)^2+q$의 그래프는 원점을 지나므로
$0=a(0-3)^2+q$
위 식을 정리하면
$0=9a+q$ ⋯ ㉠
이차함수 $y=a(x-3)^2+q$의 그래프는 점 B를 지나고 점 B의 좌표는 $(6,\ 0)$ 이므로
$0=a(6-3)^2+q$
위 식을 정리하면
$0=9a+q$
이차함수 $y=a(x-3)^2+q$의 그래프는 점 P를 지나고 점 P의 좌표는 $\left(\frac{9}{2},\ 6\right)$ 이므로
$6=a\left(\frac{9}{2}-3\right)^2+q$
위 식을 정리하면
$6=\frac{9}{4}a+q$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서
$6=\frac{9}{4}a-9a$
$a=-\frac{8}{9}$
$q=-9\times\left(-\frac{8}{9}\right)=8$
$y=-\frac{8}{9}(x-3)^2+8$
따라서 이차함수
$y=-\frac{8}{9}(x-3)^2+8$
은 $x=3$일 때 최댓값이 8이므로 공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 8m 이다.

| 다른풀이 |
지면을 x축, 포물선의 축을 y축, A 지점을
점 $(-3,\ 0)$으로 하는 좌표평면을 생각하자.
그러면 지점 B의 좌표는 다음과 같다.
$B(3,\ 0)$
지점 C의 좌표는 다음과 같다.
$C\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$
지점 P의 좌표는 다음과 같다.
$P\left(\frac{3}{2},\ 6\right)$
세 점을 지나는 포물선을 이차함수
$y=ax^2+q$
의 그래프라 하면 다음과 같다.

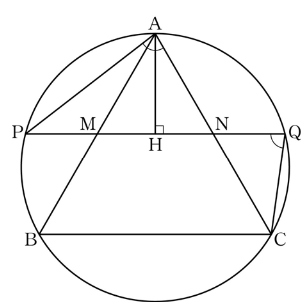


이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는 점 B를 지나고 점 B의 좌표는 $(3,\ 0)$ 이므로
$0=a\times3^2+q$
위 식을 정리하면
$0=9a+q$ ⋯ ㉠
이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는 점 P를 지나고 점 P의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ 6\right)$ 이므로
$6=a\times\left(\frac{3}{2}\right)^2+q$
위 식을 정리하면
$6=\frac{9}{4}a+q$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서
$6=\frac{9}{4}a-9a$
$a=-\frac{8}{9}$
$q=-9\times\left(-\frac{8}{9}\right)=8$
$y=-\frac{8}{9}x^2+8$
따라서 이차함수 $y=-\frac{8}{9}x^2+8$은 $x=0$일 때 최댓값이 8이므로 공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 8m 이다.

16 원주각의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구하는 과정을 추론한다. 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	67%	10%	9%	7%	5%

| 정답풀이 |



두 점 M, N이 각각 두 선분 AB, AC의 중점이므로
$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\boxed{3}$
$\overline{PM}=x$라 하자.
점 A에서 선분 MN에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형이므로 직선 AH는 원의 중심을 지나고 원의 성질에 의해
$\overline{PH}=\overline{HQ}$
한편 $\overline{MH}=\overline{HN}$ 이므로
$\overline{NQ}=\overline{PM}=x$
호 PC에 대한 원주각의 크기는 일정하므로
$\angle PAC=\angle PQC$ 이고
맞꼭지각의 크기가 같으므로
$\angle ANP=\angle QNC$ 이다.
따라서 $\triangle APN \backsim \triangle QCN$ 이므로
$\overline{AN}:\overline{PN}=\overline{QN}:\overline{CN}$

이때 $\overline{\text{AN}}=\overline{\text{CN}}=\dfrac{1}{2}\overline{\text{AC}}=3$ 이므로

$3 : \boxed{x+3} = x : 3$

이다.

$x(x+3)=9$

$x^2+3x-9=0$

이차방정식의 근의 공식에 의하여

$x=\dfrac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}$

$x>0$ 이므로

$x=\dfrac{-3+3\sqrt{5}}{2}$

그러므로

$$\begin{aligned}\overline{\text{PQ}}&=2\overline{\text{PM}}+\overline{\text{MN}}\\&=2x+3\\&=2\times\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}+3\\&=-3+3\sqrt{5}+3\\&=\boxed{3\sqrt{5}}\end{aligned}$$

따라서 $a=3$, $b=3\sqrt{5}$ 이므로

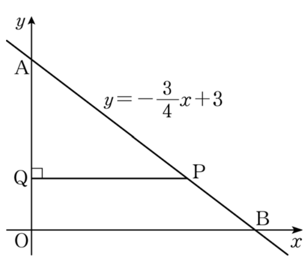
$$\begin{aligned}\frac{b}{a}&=\frac{3\sqrt{5}}{3}\\&=\sqrt{5}\end{aligned}$$

17 일차함수의 그래프와 삼각형의 닮음의 성질을 이용하여 점의 좌표를 구한다. 일차함수 $y=-\dfrac{3}{4}x+3$ 의 그래프가 x축과 만나는 점을 B라 하고 원점을 O 라 하자.

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	4%	7%	10%	70%	7%

| 정답풀이 |



일차함수 $y=-\dfrac{3}{4}x+3$ 의 그래프의 y 절편은

$x=0$ 을 대입하면 $y=3$

일차함수 $y=-\dfrac{3}{4}x+3$ 의 그래프의 x 절편은

$y=0$ 을 대입하면 $0=-\dfrac{3}{4}x+3$

$\dfrac{3}{4}x=3$ 이므로 $x=4$

따라서 삼각형 AOB 의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times4\times3=6$

한편 두 직각삼각형 AQP, AOB 에서

$\angle\text{QAP}=\angle\text{OAB}$ 이므로

$\triangle\text{AQP}\backsim\triangle\text{AOB}$ (AA 닮음)

따라서 $\triangle\text{AQP}=\dfrac{8}{3}$, $\triangle\text{AOB}=6$ 에서

$\triangle\text{AQP} : \triangle\text{AOB}=\dfrac{8}{3} : 6=4 : 9$

삼각형 AQP 와 삼각형 AOB 의 넓이의 비가 $4 : 9$ 이므로 두 삼각형 AQP, AOB 의 닮음비는 $2 : 3$ 이다.

$\overline{\text{AO}}=3$, $\overline{\text{AQ}}=2$ 이므로 점 Q 의 y 좌표는 1 이고 점 P 의 y 좌표는 점 Q 의 y 좌표와 같으므로 1 이다.

| 다른풀이 |

일차함수 $y=-\dfrac{3}{4}x+3$ 의 그래프의 y 절편이 3 이므로 점 A$(0,\ 3)$ 이다.

점 P 의 y 좌표를 k 라 하고 x 좌표를 구하면

$k=-\dfrac{3}{4}x+3$

에서

$x=\dfrac{4}{3}(3-k)$

따라서 삼각형 AQP 의 넓이는

$$\begin{aligned}\triangle\text{AQP}&=\frac{1}{2}\times\overline{\text{AQ}}\times\overline{\text{QP}}\\&=\frac{1}{2}\times(3-k)\times\frac{4}{3}(3-k)\\&=\frac{2}{3}(3-k)^2\end{aligned}$$

주어진 조건에서

$\dfrac{2}{3}(3-k)^2=\dfrac{8}{3}$

$(3-k)^2=4$

$k^2-6k+5=0$

따라서 $k=1$ 또는 $k=5$

$0<k<3$ 이므로 $k=1$

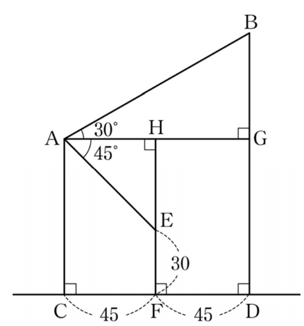
따라서 점 P 의 y 좌표는 1 이다.

18 삼각비의 값을 활용하여 높이를 구하는 실생활 문제를 해결한다.

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	6%	80%	6%	2%	3%

| 정답풀이 |



선분 EF 의 연장선이 선분 AG 와 만나는 점을 H 라 하자.

직각삼각형 AEH 에서

$\tan45°=\dfrac{\overline{\text{HE}}}{\overline{\text{AH}}}$

따라서

$$\begin{aligned}\overline{\text{HE}}&=\overline{\text{AH}}\tan45°\\&=45\tan45°\\&=45\end{aligned}$$

직각삼각형 AGB 에서

$\tan30°=\dfrac{\overline{\text{BG}}}{\overline{\text{AG}}}$

따라서

$$\begin{aligned}\overline{\text{BG}}&=\overline{\text{AG}}\tan30°\\&=90\tan30°\\&=90\times\frac{\sqrt{3}}{3}\\&=30\sqrt{3}\end{aligned}$$

그러므로 구하는 값은

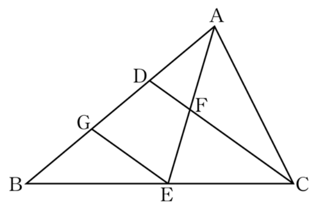
$$\begin{aligned}\overline{\text{BD}}&=\overline{\text{BG}}+\overline{\text{GD}}\\&=\overline{\text{BG}}+\overline{\text{HE}}+\overline{\text{EF}}\\&=30\sqrt{3}+45+30\\&=75+30\sqrt{3}\end{aligned}$$

19 닮은 삼각형의 성질을 이해하여 선분의 길이를 구한다.

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	25%	10%	16%	41%	5%

| 정답풀이 |



선분 BD의 중점을 G라 하고 두 점 G, E를 선분으로 연결하면

$\triangle BCD \backsim \triangle BEG$ 이므로

$\overline{EG} = \frac{1}{2}\overline{CD}$

선분 BD 의 중점이 G 이므로

$\overline{GE} // \overline{DC}$

또, $\triangle AGE$ 에서

$\overline{DF} // \overline{GE}$, $\overline{AD} = \overline{DG}$ 이므로

$\overline{AF} = \overline{FE}$

두 점 D, F 는 각각 선분 AG 와 선분 AE 의 중점이므로

$\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{EG}$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overline{CD}\right)$

$= \frac{1}{4}\overline{CD}$

에서

$\overline{FC} = \overline{CD} - \overline{FD}$

$= \overline{CD} - \frac{1}{4}\overline{CD}$

$= \frac{3}{4}\overline{CD}$

따라서 $\overline{DF} : \overline{CF} = 1 : 3$

$\overline{CF} = 3\overline{DF}$

따라서 두 삼각형 ADF, FEC 의 넓이를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$\triangle ADF = \frac{1}{2} \times \overline{DF} \times \overline{AF} \times \sin(\angle AFD)$

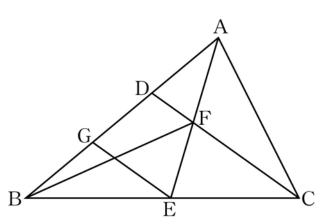
$\triangle FEC = \frac{1}{2} \times \overline{CF} \times \overline{FE} \times \sin(\angle CFE)$

$= \frac{1}{2} \times (3\overline{DF}) \times \overline{AF} \times \sin(\angle AFD)$

$= 3 \times \triangle ADF$

따라서 $\frac{\triangle ADF}{\triangle FEC} = \frac{1}{3}$

| 다른풀이 |



선분 BD 의 중점을 G 라 하면

$\overline{GE} // \overline{DC}$

또, $\triangle AGE$ 에서

$\overline{DF} // \overline{GE}$, $\overline{AD} = \overline{DG}$ 이므로

$\overline{AF} = \overline{FE}$

$\triangle ABF = \triangle FBE = \triangle FEC = \triangle FCA$

$\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$ 이므로

$\triangle ADF = \frac{1}{3}\triangle ABF$

$= \frac{1}{3}\triangle FEC$

따라서 $\frac{\triangle ADF}{\triangle FEC} = \frac{1}{3}$

20 이차함수의 그래프의 성질을 이용하여 성립하는 내용을 추측한다.

정답 ③

선지별 선택비율/정답률	23%	3%	50%	4%	18%

| 정답풀이 |

ㄱ. $x=1$, $y=1$ 을 $y=x^2-ax+a$ 에 대입하면

$1=1^2-a+a$

이므로 이차함수 $y=x^2-ax+a$ 의 그래프는

점 $(1,\ 1)$ 을 지난다. (참)

ㄴ. $y=x^2-ax+a=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+a$

에서 이차함수 $y=x^2-ax+a$ 의 그래프의 꼭짓점의 x 좌표는 $\frac{a}{2}$ 이다.

이차함수 $y=x^2-ax+a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{a}{2}$ 만큼 평행이동하면

꼭짓점의 x 좌표는

$\frac{a}{2}+\left(-\frac{a}{2}\right)=0$

이 되므로

$y=x^2-\frac{a^2}{4}+a$

이다. 따라서 이차함수 $y=x^2-\frac{a^2}{4}+a$ 의 그래프는 y 축에 대칭이다. (참)

ㄷ. ㄴ에서 이차함수 $y=x^2-ax+a$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$\left(\frac{a}{2},\ -\frac{a^2}{4}+a\right)$

이므로 꼭짓점이 x축 위에 있으려면

$-\frac{a^2}{4}+a=0$

이어야 한다.

$-\frac{a^2}{4}+a=0$

$a^2-4a=0$

인수분해하면

$a(a-4)=0$

$a=0$ 또는 $a=4$

따라서 구하는 a 의 개수는 2 이다. (거짓)

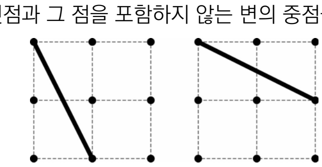
21 피타고라스 정리를 이용하여 조건을 만족시키는 경우의 수를 구한다.

정답 ①

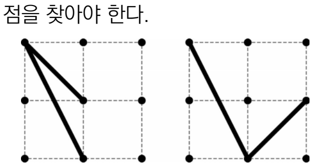
선지별 선택비율/정답률	56%	12%	11%	6%	13%

| 정답풀이 |

두 점을 연결하여 만든 도형의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 경우는 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형에서 한 꼭짓점과 그 점을 포함하지 않는 변의 중점을 연결한 경우뿐이다.

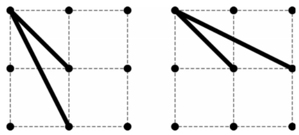


이때 하나의 점을 더 연결하여 만든 도형의 길이가 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ 가 되기 위해서는 그림과 같이 선분의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 선분의 양 끝점 중 하나와 한 변의 길이가 1 인 정사각형의 대각선을 이룰 수 있는 점을 찾아야 한다.



i) 한 변의 길이가 2 인 정사각형의 각 꼭짓점이 두 선분의 교점인 경우

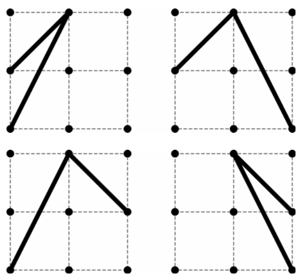
교점에서 길이가 $\sqrt{2}$ 인 선분을 만들 수 있는 점은 하나뿐이므로 길이가 $\sqrt{5}$ 인 선분을 그릴 수 있는 경우는 그림과 같이 2 가지다.



한 변의 길이가 2인 정사각형의 꼭짓점은 4개이므로 가능한 경우의 수는 $2\times4=8$이다.

ⅱ) 한 변의 길이가 2인 정사각형의 각 변의 중점이 두 선분의 교점인 경우

교점에서 길이가 $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$인 선분을 만들 수 있는 경우는 각각 두 가지씩이므로 그림과 같이 4가지 경우가 있다.



한 변의 길이가 2인 정사각형의 변의 중점은 4개이므로 가능한 경우의 수는 $4\times4=16$이다.

ⅰ), ⅱ)에서

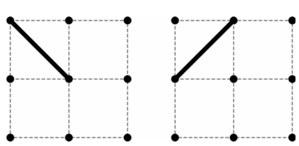
구하는 모든 도형의 개수는

$8+16=24$이다.

| 다른풀이 |

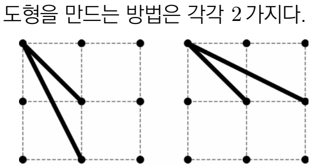
$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$이므로 먼저 두 점을 연결하여 길이가 $\sqrt{2}$인 도형을 만든 경우를 생각하자.

두 점을 연결한 도형의 길이가 $\sqrt{2}$인 도형은 그림과 같이 정중앙에 있는 점이 다른 한 점과 연결되어 있는 경우와 정중앙에 있지 않는 8개의 점들 중에서 2개의 점이 연결된 경우로 나눌 수 있다.



ⅰ) 정중앙에 있는 점과 다른 한 점을 연결하여 길이가 $\sqrt{2}$인 도형을 만든 경우는 4가지다.

정중앙에 있는 점과 나머지 다른 점을 연결하여 길이가 $\sqrt{5}$인 도형을 만들 수 없고, 나머지 8개의 점들 중 2개의 점을 연결하여 길이가 $\sqrt{5}$인 도형을 만들 수 있다. 따라서 이 경우 그림과 같이 길이가 $\sqrt{2}$인 도형에 다른 한 점을 더 연결하여 길이가 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$인 도형을 만드는 방법은 각각 2가지다.

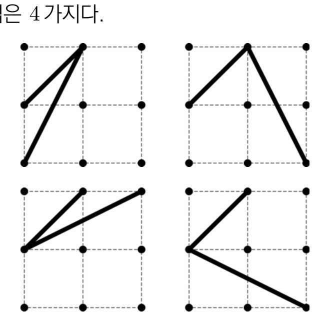


따라서 구하는 도형의 개수는

$4\times2=8$이다.

ⅱ) 정중앙에 있지 않는 8개의 점 중 2개의 점을 연결하여 길이가 $\sqrt{2}$인 도형을 만든 경우는 4가지다.

이 두 점과 나머지 다른 점을 연결하여 $\sqrt{5}$인 선분을 각각 2개씩 만들 수 있다. 따라서 이 경우 길이가 $\sqrt{2}$인 도형에 다른 한 점을 더 연결하여 길이가 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$인 도형을 만드는 방법은 4가지다.



따라서 구하는 도형의 개수는 $4\times4=16$이다.

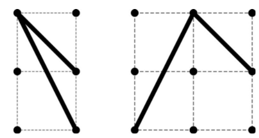
ⅰ), ⅱ)에서

구하는 모든 도형의 개수는

$8+16=24$이다.

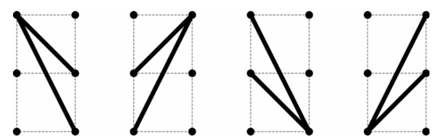
| 다른풀이 |

세 점을 연결하여 길이가 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$인 도형을 만드는 경우는 그림과 같이 이웃하는 변의 길이가 각각 1, 2인 직사각형에서 길이가 2인 변의 중점과 직사각형의 꼭짓점을 연결하는 경우와 한 변의 길이가 2인 정사각형의 한 꼭짓점과 두 변의 중점을 연결하는 경우에서 살펴볼 수 있다.



ⅰ) 이웃하는 변의 길이가 각각 1, 2인 직사각형을 이루는 점으로 도형을 만든 경우

한 직사각형을 이루는 6개의 점들 중 세 점을 연결하여 길이가 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$인 도형을 만들 수 있는 경우는 다음과 같이 4가지다.



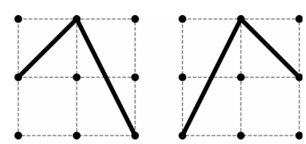
이때 주어진 9개의 점으로 이웃하는 변의 길이가 각각 1, 2인 직사각형 모양을 만들 수 있는 경우는 4가지다.

따라서 만들 수 있는 도형의 개수는

$4\times4=16$이다.

ⅱ) 한 변의 길이가 2인 정사각형을 이루는 점으로 도형을 만드는 경우

정사각형을 이루는 8개의 점들 중 세 점을 연결하여 길이가 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$인 도형 중 선분의 교점이 정사각형의 한 변 위에 놓이는 경우는 그림과 같이 2가지다.



이때 도형을 이루는 두 선분의 교점이 될 수 있는 경우는 4가지다. 따라서 만들 수 있는 도형의 개수는 $2\times4=8$이다.

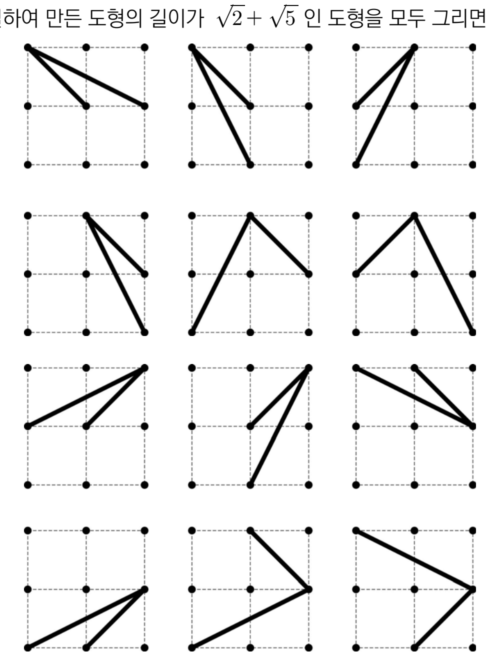
ⅰ), ⅱ)에서

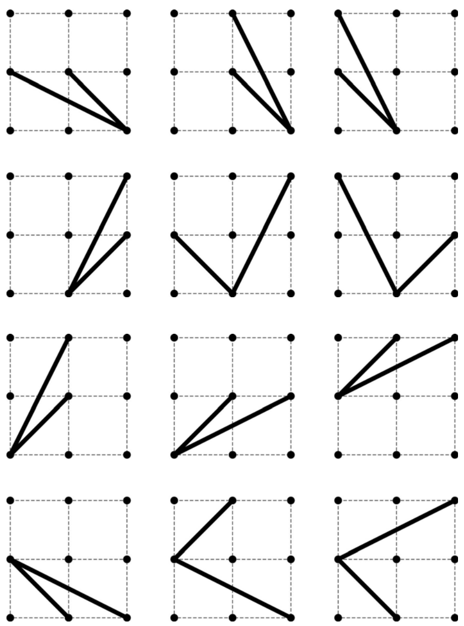
구하는 모든 도형의 개수는

$16+8=24$이다.

| 보충설명 |

세 점을 연결하여 만든 도형의 길이가 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$인 도형을 모두 그리면 그림과 같다.



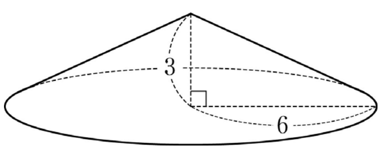


단답형

22 원뿔의 부피를 계산한다. 정답 36

선지별 선택비율/정답률	20% (주관식)

| 정답풀이 |



밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h 인 원뿔의 부피를 V라 하면

$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

이므로 주어진 원뿔의 부피는

$V=\frac{1}{3}\pi\times 6^2\times 3=36\pi$

따라서 $a=36$

23 연립일차방정식을 이해하여 해를 구한다. 정답 5

선지별 선택비율/정답률	10% (주관식)

| 정답풀이 |

$\begin{cases} 2x-5y=3 & \cdots ㉠ \\ x+2y=6 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ $-2\times$㉡을 하면

$-9y=-9$

$y=1$

위에서 구한 $y=1$을 ㉠에 대입하면

$2x-5=3$

$x=4$

따라서 $a=4$, $b=1$이므로

$a+b=4+1=5$

| 다른풀이 |

$x+2y=6$에서

$x=6-2y$

이를 $2x-5y=3$에 대입하면

$2(6-2y)-5y=3$

$12-4y-5y=3$

$12-9y=3$

따라서 $y=1$, $x=4$에서

$a=4$, $b=1$이므로

$a+b=4+1=5$

24 주어진 사건을 이해하고 경우의 수를 구한다. 정답 6

선지별 선택비율/정답률	16% (주관식)

| 정답풀이 |

ⅰ) $a=2$일 때

주어진 조건을 만족시키는 b의 값은

$b=3$ 또는 $b=5$ 또는 $b=8$

따라서 3가지 경우가 있다.

ⅱ) $a=4$일 때

주어진 조건을 만족시키는 b의 값은

$b=5$ 또는 $b=8$

따라서 2가지 경우가 있다.

ⅲ) $a=7$일 때

주어진 조건을 만족시키는 b의 값은

$b=8$뿐이므로 1가지 경우가 있다.

ⅰ), ⅱ), ⅲ)에서

구하는 경우의 수는 6이다.

| 다른풀이 |

ⅰ) $b=2$일 때

주어진 조건을 만족시키는 a의 값은 없다.

ⅱ) $b=3$일 때

$a=2$뿐이므로 1가지 경우가 있다.

ⅲ) $b=5$일 때

$a=2$ 또는 $a=4$

따라서 2가지 경우가 있다.

ⅳ) $b=8$일 때

$a=2$ 또는 $a=4$ 또는 $a=7$

따라서 3가지 경우가 있다.

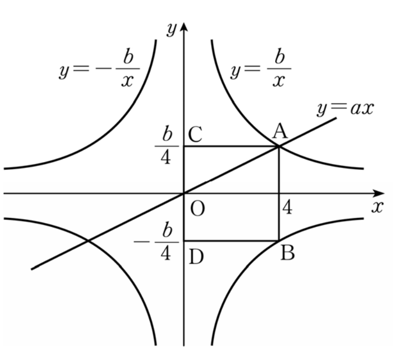
ⅰ), ⅱ), ⅲ), ⅳ)에서

구하는 경우의 수는 6이다.

25 함수의 그래프의 성질을 이해하여 함수의 식을 구한다. 정답 4

선지별 선택비율/정답률	32% (주관식)

| 정답풀이 |



정사각형 ACDB에서

$\overline{CA}=\overline{DB}=4$

이므로 점 A와 점 B의 x좌표는 4이다.

점 A는 함수 $y=\frac{b}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$x=4$를 대입하면

$y=\frac{b}{4}$이다. 따라서 점 A의 좌표는

$A\left(4,\ \frac{b}{4}\right)$

점 B는 함수 $y=-\frac{b}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로

$x=4$ 를 대입하면

$y=-\frac{b}{4}$ 이다. 따라서 점 B의 좌표는

$B\left(4,\ -\frac{b}{4}\right)$

주어진 조건에서 $\overline{AB}=4$ 이므로

$\frac{b}{4}-\left(-\frac{b}{4}\right)=\frac{b}{2}=4$

따라서 $b=8$ 이고 $A(4,\ 2)$

또, 점 $A(4,\ 2)$는 함수 $y=ax$ 의 그래프 위의 점이므로 $y=ax$ 에 대입하면

$2=4a$

$a=\frac{1}{2}$

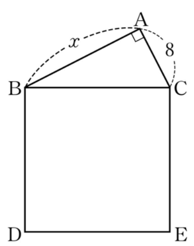
따라서 $ab=\frac{1}{2}\times 8$

$=4$

26 피타고라스 정리와 이차방정식을 이해하여 변의 길이를 구한다. 정답 16

선지별 선택비율/정답률	31% (주관식)

| 정답풀이 |



$\overline{AB}=x$ 라 하자.

$\overline{AB}>\overline{AC}$ 에서 $x>8$

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$

이므로

$\overline{BC}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{AC}^2}$

$=\sqrt{x^2+8^2}$

$=\sqrt{x^2+64}$

직각삼각형 ABC의 넓이를 구하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times x\times 8$

$=4x$

사각형 BDEC의 넓이를 구하면

$\square BDEC=\overline{BC}^2$

$=x^2+64$

주어진 조건에서

$\square BDEC=5\triangle ABC$ 이므로

$x^2+64=5\times 4x=20x$

$x^2-20x+64=0$

인수분해하면

$(x-4)(x-16)=0$

$x=4$ 또는 $x=16$

조건에 의해 $x>8$ 이므로 $x=16$

따라서 $\overline{AB}=16$

27 무리수의 뜻을 이해하여 조건을 만족시키는 자연수의 개수를 구한다.

정답 78

선지별 선택비율/정답률	85% (주관식)

| 정답풀이 |

i) $\sqrt{2x}$ 가 유리수인 경우

$\sqrt{2x}$ 가 유리수가 되기 위해서는 근호 안의 수 $2x$ 가 어떤 수의 제곱이 되어야 하므로

$x=2n^2$ (n은 자연수)의 꼴이어야 한다.

$2n^2$ 이 100 이하의 자연수가 되어야 하므로

n^2 은 50 이하의 자연수가 되어야 한다.

따라서 가능한 자연수 n은

1, 2, $\cdots$, 7로 7개다.

그러므로 구하는 자연수 x는

2×1^2, 2×2^2, $\cdots$, 2×7^2 으로 7개다.

ii) $\sqrt{3x}$ 가 유리수인 경우

$\sqrt{3x}$ 가 유리수가 되기 위해서는 근호 안의 수 $3x$ 가 어떤 수의 제곱이 되어야 하므로

$x=3n^2$ (n은 자연수)의 꼴이어야 한다.

$3n^2$ 이 100 이하의 자연수가 되어야 하므로

n^2 은 $\frac{100}{3}$ 이하의 자연수가 되어야 한다.

$\frac{100}{3}=33+\frac{1}{3}$ 이므로 가능한 자연수 n은

1, 2, $\cdots$, 5로 5개다.

그러므로 구하는 자연수 x는

3×1^2, 3×2^2, $\cdots$, 3×5^2 으로 5개다.

iii) $\sqrt{4x}$ 가 유리수인 경우

$\sqrt{4x}=2\sqrt{x}$ 이므로 $\sqrt{4x}$ 가 유리수가 되기 위해서는 $\sqrt{x}$ 가 유리수가 되어야 한다. $\sqrt{x}$ 가 유리수가 되기 위해서는 근호 안의 수 x가 어떤 수의 제곱이 되어야 하므로

$x=n^2$ (n은 자연수)의 꼴이어야 한다.

n^2 이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 n은

1, 2, $\cdots$, 10으로 10개다.

그러므로 구하는 자연수 x는

1^2, 2^2, $\cdots$, 10^2 으로 10개다.

i), ii), iii)에서

구하는 자연수 x의 개수는 $7+5+10=22$ 이다.

따라서 $\sqrt{2x}$, $\sqrt{3x}$, $\sqrt{4x}$ 가 모두 무리수가 되도록 하는 100 이하의 자연수 x의 개수는

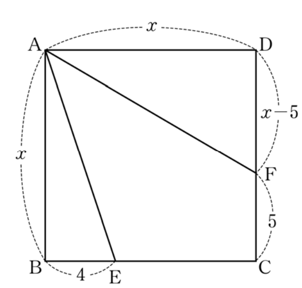
$100-22=78$ 이다.

28 도형의 성질과 이차방정식을 이용하여 정사각형의 넓이를 구한다.

정답 144

선지별 선택비율/정답률	39% (주관식)

| 정답풀이 |



정사각형의 한 변의 길이를 $x\ (x>0)$라 하면

$\overline{DF}=x-5$

$\square AECF=\square ABCD-(\triangle ABE+\triangle FDA)$

$=x^2-\left\{\frac{1}{2}\times 4x+\frac{1}{2}\times x(x-5)\right\}$

$=x^2-\left(\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{2}x\right)$

$=\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}x$

사각형 AECF 의 넓이가 78 이므로

$\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}x=78$

$x^2+x-156=0$

인수분해하면

$(x+13)(x-12)=0$

$x=-13$ 또는 $x=12$

$x>0$ 이므로 $x=12$

따라서 정사각형 ABCD 의 넓이는

$12^2=144$

29 대푯값의 뜻을 이해하여 조건을 만족시키는 자료를 추측하고 그 분산을 구한다. 정답 252

선지별 선택비율/정답률	45% (주관식)

| 정답풀이 |

9 개의 자료를 작은 수부터 순서대로

$a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g,\ h,\ i$

라 하자.

조건 (가)에서 주사위의 모든 눈이 적어도 한 번씩 나왔고, 자료를 크기순으로 배열하였으므로 첫 번째 수 a는 1 이고 마지막 수 i는 6 이다.

따라서 $a=1,\ i=6$

조건 (나)에서 중앙값이 4 이므로 다섯 번째 수 e는 4 이다.

이때 $a=1,\ e=4$ 이므로 $b,\ c,\ d$는 1, 2, 3, 4 중 어느 하나이고 조건에 의해 1, 2, 3, 4 중 하나의 수는 두 번 나와야 한다.

이 수를 $k\ (1\le k\le 4)$ 라 하자.

k가 두 번 나오고 조건 (나)에서 최빈값은 6 뿐이므로 6 은 세 번 이상 나와야 한다.

따라서

$g=6,\ h=6,\ i=6$

이고, $e=4$ 이므로 조건 (가)에 의하여

$f=5$

그러므로 9 개의 자료는 다음과 같다.

$k\ (1\le k\le 4),\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 6,\ 6$

(나)에서 평균이 4 이므로

$\dfrac{k+1+2+3+4+5+6+6+6}{9}=4$

$k+33=36$

$k=3$

따라서 9 개의 자료는

$1,\ 2,\ 3,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 6,\ 6$

이고 이 자료의 평균이 4 이므로 편차는 차례로

$-3,\ -2,\ -1,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 2,\ 2$

이다. 그러므로 분산 V는

$V=\dfrac{(-3)^2+(-2)^2+(-1)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2+2^2+2^2}{9}$

$=\dfrac{28}{9}$

따라서 $81V=81\times\dfrac{28}{9}=252$

| 다른풀이 |

조건 (가)에서 주사위의 모든 눈이 적어도 한 번씩 나왔으므로 9 개의 자료를

$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ a,\ b,\ c\ (a\le b\le c)$

라 하자.

조건 (나)에서 중앙값이 4 이므로 다섯 번째 수가 4 이다.

따라서 $a\le 4$ 이므로 1, 2, 3, 4 중에서 하나의 수는 두 번 나온다. 그런데 최빈값이 6 뿐이므로 6 은 3 번 이상 나와야 한다.

따라서 $b=c=6$

주어진 자료의 평균이 4 이므로 자료의 편차를 나열하면

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ a-4,\ 2,\ 2$

이다. 편차의 합이 0 이므로

$(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2+(a-4)+2+2=0$

$a=3$

편차를 다시 쓰면

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ -1,\ 2,\ 2$

분산 V는

$V=\dfrac{(-3)^2+(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2+(-1)^2+2^2+2^2}{9}$

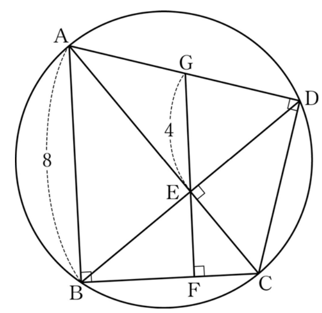
$=\dfrac{28}{9}$

따라서 $81V=81\times\dfrac{28}{9}=252$

30 도형의 닮음과 원주각의 성질을 이해하여 선분의 길이를 구한다. 정답 172

선지별 선택비율/정답률	83% (주관식)

| 정답풀이 |



선분 AC가 지름이므로

$\angle ABC=90°$

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}^2=\overline{AC}^2-\overline{AB}^2$

$=10^2-8^2$

$=36$

따라서 $\overline{BC}=6$

두 직각삼각형 ABC, BEC 에서 $\angle ACB$ 가 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle BEC$ (AA 닮음)

$\overline{BC}:\overline{AC}=\overline{CE}:\overline{BC}$ 에서

$\overline{BC}^2=\overline{CE}\times\overline{AC}$

$\overline{CE}=\dfrac{\overline{BC}^2}{\overline{AC}}$

$=\dfrac{6^2}{10}$

$=\dfrac{18}{5}$

직각삼각형 ABC 에서

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$

$=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BE}$

조건에서

$\dfrac{1}{2}\times8\times6=\dfrac{1}{2}\times10\times\overline{BE}$

$\overline{BE}=\dfrac{48}{10}=\dfrac{24}{5}$

직각삼각형 BEC 에서

$\overline{EF}\perp\overline{BC}$ 이므로

$\triangle BEC=\dfrac{1}{2}\times\overline{CE}\times\overline{BE}$

$=\dfrac{1}{2}\times\overline{EF}\times\overline{BC}$

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{18}{5}\times\dfrac{24}{5}=\dfrac{1}{2}\times\overline{EF}\times6$

$\overline{EF}=\dfrac{18}{5}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{72}{25}$

지름 AC 는 현 BD 를 수직이등분하므로

$\overline{BE}=\overline{ED}$

두 삼각형 DGE, DAB 에서 두 선분 GF, AB 는 각각 선분 BC 에 수직이므로
$\overline{GF} // \overline{AB}$, $\angle DGE = \angle DAB$ 이므로
$\triangle DGE \backsim \triangle DAB$ (AA 닮음)
두 삼각형 DGE, DAB 의 닮음비가 1 : 2 이므로

$$\overline{GE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

그러므로

$$l = \overline{FG} = \overline{FE} + \overline{EG} = \frac{72}{25} + 4 = \frac{172}{25}$$

따라서 $25l = 172$

| 다른풀이 |

선분 AC 가 원의 지름이므로 $\angle ABC = 90°$, $\overline{GF} // \overline{AB}$
선분 AC 가 원의 지름이고 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{ED}$
따라서 점 G 는 삼각형 ABD 에서 변 BD 의 중점을 지나고 변 AB 에 평행한 직선이 변 AD 와 만나는 점이므로 변 AD 의 중점이 된다.
삼각형 ABD 에서

$$\overline{GE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 4$$

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

$\angle BAC = x$ 라 하면 직각삼각형 ABC 에서

$$\sin x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

두 직각삼각형 ABC, ABE 에서 $\angle BAC$ 가 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle AEB$
두 직각삼각형 ABC, BCE 에서 $\angle BCA$ 가 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle BEC$
따라서 $\angle BAE = \angle EBC = \angle BAC = x$
직각삼각형 ABE 에서

$$\sin x = \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}}$$

따라서 $\overline{BE} = \overline{AB}\sin x = 8 \times \frac{3}{5} = \frac{24}{5}$

직각삼각형 BEF 에서

$$\sin x = \frac{\overline{EF}}{\overline{BE}}$$

따라서 $\overline{EF} = \overline{BE}\sin x = \frac{24}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{72}{25}$

그러므로

$$l = \overline{FG} = \overline{FE} + \overline{EG} = \frac{72}{25} + 4 = \frac{172}{25}$$

따라서 $25l = 172$

등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	88	77	65	53	43	33	23	15
나의 점수	[ ] 점				[ ] 등급			

오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	27	30	19	15	13
오답률(%)	85	83	59	58	53

02회 2015학년도 3월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설

본문 13-21페이지

1 ⑤	2 ②	3 ①	4 ④	5 ③
6 ⑤	7 ②	8 ①	9 ②	10 ①
11 ①	12 ④	13 ⑤	14 ④	15 ③
16 ③	17 ⑤	18 ④	19 ②	20 ③
21 ③	22 2	23 5	24 6	25 12
26 9	27 169	28 95	29 168	30 138

5지 선다형

1 두 집합이 서로 같을 조건을 이해하여 집합의 원소를 구한다. 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	2%	0%	1%	1%	92%

| 정답풀이 |

두 집합 A와 B가 서로 같기 위해서는 두 집합에 속하는 원소가 모두 같아야 한다.
집합 A의 원소 2, 3, x가 모두 집합 B에 속해야 하고, 집합 B의 원소 3, 4, $2y$도 모두 집합 A에 속해야 한다.
그러므로 $x=4$
$2y=2$에서 $y=1$
따라서 $x+y=4+1=5$

2 곱셈 공식을 이용하여 주어진 식을 간단히 한다. 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	2%	95%	0%	0%	0%

| 정답풀이 |

$$\begin{aligned} x(2x+5)-x^2 &= 2x^2+5x-x^2 \\ &= (2-1)x^2+5x \\ &= x^2+5x \end{aligned}$$

3 인수분해 공식을 이용하여 주어진 식을 인수분해한다. 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	95%	1%	2%	0%	0%

| 정답풀이 |

합이 -5이고 곱이 6인 두 수는 -2와 -3이므로 다음과 같이 인수분해한다.
$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

4 일차함수의 뜻을 이해하고 함숫값을 구한다. 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	2%	3%	1%	91%	0%

| 정답풀이 |

$f(x)=-3x+2$에 $x=\frac{1}{2}$을 대입하면
$f\left(\frac{1}{2}\right)=-3\times\frac{1}{2}+2=\frac{1}{2}$

5 이차방정식의 근의 뜻을 이해하고 상수의 값을 구한다. 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	3%	2%	85%	6%	1%

| 정답풀이 |

이차방정식 $x^2-3ax+6=0$의 한 근이 a이므로
$x^2-3ax+6=0$에 $x=a$를 대입하면
$a^2-3a^2+6=0$
$-2a^2+6=0$
$a^2-3=0$
$a^2=3$
$a=\sqrt{3}$ 또는 $a=-\sqrt{3}$
a가 양수이므로 $a=\sqrt{3}$

6 이차함수의 그래프의 평행이동을 이해하고 조건을 만족하는 이차함수를 구한다. 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	4%	3%	9%	3%	78%

| 정답풀이 |

이차함수 $y=x^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면 이차함수 $y=(x-m)^2-2+n$의 그래프가 된다.
이 함수가 이차함수 $y=(x+1)^2+1$과 같으므로
$m=-1$, $-2+n=1$
$m=-1$, $n=3$
따라서 $m+n=-1+3=2$

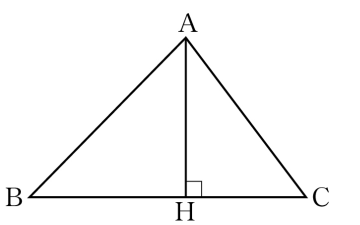
| 다른풀이 |

이차함수 $y=x^2-2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$이고, 이차함수 $y=(x+1)^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$이다. 이때 점 $(-1, 1)$은 점 $(0, -2)$를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 점이다. 그러므로 이차함수 $y=(x+1)^2+1$의 그래프는 이차함수 $y=x^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것과 같다.
따라서 $m=-1$, $n=3$이므로
$m+n=-1+3=2$

7 피타고라스 정리를 이해하고 삼각형의 변의 길이를 구한다. 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	3%	87%	4%	3%	1%

| 정답풀이 |



그림과 같이 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$$\begin{aligned} (\text{삼각형 ABC 의 넓이}) &= \frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH} \\ &= \frac{1}{2}\times 7\times\overline{AH} \\ &= 14 \end{aligned}$$

따라서 $\overline{AH}=4$
삼각형 ACH에서 피타고라스의 정리에 의해

$$\begin{aligned} \overline{CH}^2 &= \overline{AC}^2-\overline{AH}^2 \\ &= 5^2-4^2=9 \end{aligned}$$

$\overline{CH}=3$
이때 $\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}$
$=7-3=4$
삼각형 ABH에서 피타고라스의 정리에 의해

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 &= \overline{BH}^2+\overline{AH}^2 \\ &= 4^2+4^2=32 \end{aligned}$$

따라서 $\overline{AB}=4\sqrt{2}$

8 제곱근의 성질을 이해하고 제곱근을 포함한 식을 계산한다. 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	83%	1%	2%	6%	6%

| 정답풀이 |

a의 양의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이므로 $a=6$

12의 양의 제곱근은 $\sqrt{12}$ 이고 음의 제곱근은 $-\sqrt{12}$ 이다. 이때 b는 12의 음의 제곱근이므로

$$b=-\sqrt{12}$$
$$=-\sqrt{2^2\times 3}$$
$$=-2\sqrt{3}$$

따라서 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{6}{-2\sqrt{3}}$

$$=-\frac{3}{\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$$

[보충 설명]

어떤 수 x를 제곱하여 a가 될 때, x를 a의 제곱근이라고 한다. 양수의 제곱근은 양수와 음수 두 개가 있고, 이 두 수의 절댓값은 서로 같다. 양수 a의 제곱근은 기호 $\sqrt{}$ 를 사용하여 양의 제곱근은 $\sqrt{a}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{a}$ 와 같이 나타낸다.

9 제곱근의 성질과 이차함수의 그래프를 이해하여 조건에 맞는 그래프를 찾는다. 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	11%	71%	5%	2%	8%

| 정답풀이 |

$\sqrt{k^2}=\begin{cases} k & (k>0) \\ -k & (k<0)\end{cases}$ 이므로

$\sqrt{a^2}=-a$에서 $a<0$

$\sqrt{b^2}=b$에서 $b>0$

$$y=ax^2+bx$$
$$=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)$$
$$=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}\right)-\frac{b^2}{4a}$$
$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}$$

이므로 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 다음과 같다.

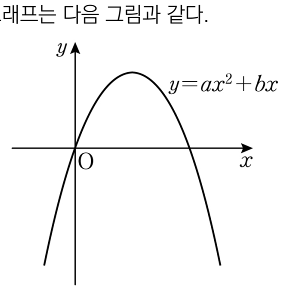
$$\left(-\frac{b}{2a},\ -\frac{b^2}{4a}\right)$$

이때 $a<0$, $b>0$이므로 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프는 위로 볼록하고

$$-\frac{b}{2a}>0,\ -\frac{b^2}{4a}>0$$

이다. 따라서 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프의 꼭짓점 $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2}{4a}\right)$은 제1사분면에 있다.

또한, 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프는 $x=0$일 때 $y=0$이므로 y절편은 0이 되어 원점을 지난다. 따라서 그래프는 다음 그림과 같다.



| 다른풀이 |

$y=ax^2+bx$의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표를 구하기 위해 $y=ax^2+bx$에 $y=0$을 대입하면

$$ax^2+bx=x(ax+b)=0$$

$$x=0 \text{ 또는 } x=-\frac{b}{a}$$

따라서 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프는 $(0,\ 0)$, $\left(-\dfrac{b}{a},\ 0\right)$을 지난다. 이때 $a<0$, $b>0$이므로 $-\dfrac{b}{a}>0$이다. 따라서 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프는 위로 볼록하고 원점과 x축의 양의 부분 위의 점을 지나므로 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프는 위의 그림과 같다.

| 다른풀이 |

$$y=ax^2+bx$$
$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}$$

에서 축의 방정식은 $x=-\dfrac{b}{2a}$ 이고

$a<0$, $b>0$이므로 $-\dfrac{b}{2a}>0$이다.

따라서 축은 y축의 오른쪽에 있다.

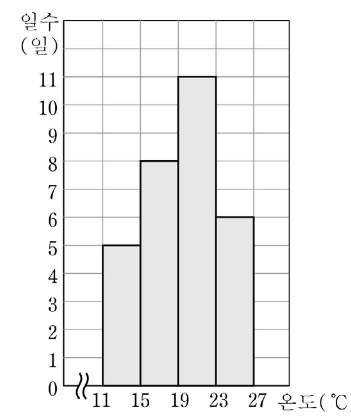
또 $a<0$이므로 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프는 위로 볼록하고 원점을 지난다.

따라서 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프는 위의 그림과 같다.

10 히스토그램을 이해하여 자료의 평균을 구한다. 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	84%	7%	3%	3%	1%

| 정답풀이 |



위의 히스토그램을 도수분포표로 만들면 다음과 같다.

최고 기온(℃)	도수
이상 미만 11 ~ 15	5
15 ~ 19	8
19 ~ 23	11
23 ~ 27	6
합계	30

표에서 11℃ 이상 15℃ 미만인 계급의 도수가 5이므로 이 계급에는 계급값이 13인 자료가 5개 있는 것으로 생각한다. 다른 계급에서도 마찬가지 방법으로 이 자료에는 계급값이 17인 자료가 8개, 계급값이 21인 자료가 11개, 계급값이 25인 자료가 6개 있는 것으로 생각한다. 따라서 이 지역의 4월 한 달 동안 일별 최고 기온의 평균은 다음과 같다.

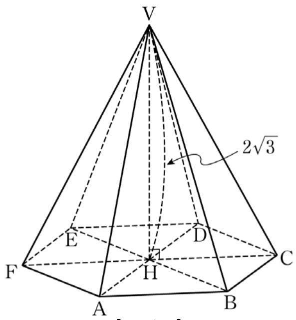
$$\frac{(\text{계급값}\times\text{도수})\text{의 총합}}{\text{도수의 총합}}$$
$$=\frac{13\times 5+17\times 8+21\times 11+25\times 6}{30}$$
$$=\frac{582}{30}$$
$$=19.4\,(℃)$$

11 입체도형의 성질과 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 넓이를 구한다.

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	72%	9%	9%	6%	1%

| 정답풀이 |

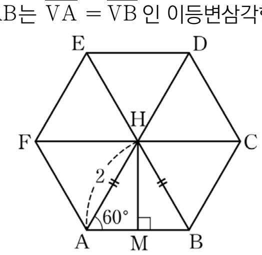


[그림 1]

[그림 1]과 같이 각뿔의 밑면인 정육각형의 각 꼭짓점을 차례로

A, B, C, D, E, F

라 하고, 나머지 꼭짓점을 V 라 하자. 꼭짓점 V에서 각뿔의 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하면 점 H는 정육각형의 대각선의 교점이다. 각뿔의 옆면을 이루는 삼각형은 모두 합동이므로 삼각형 VAB는 $\overline{\mathrm{VA}}=\overline{\mathrm{VB}}$ 인 이등변삼각형이다.

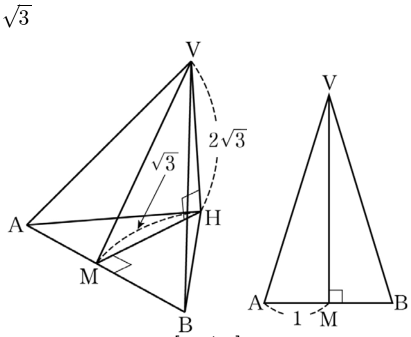


[그림 2]

[그림 2]에서 정육각형의 대각선에 의해 정육각형의 내부는 합동인 6개의 정삼각형으로 나뉜다. 그러므로 교점 H에 대하여 삼각형 HAB는 한 변의 길이가 2인 정삼각형이고 선분 HA와 선분 HB의 길이는 2이다. 점 H에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 M이라 하면 점 M은 선분 AB의 중점이므로

$\overline{\mathrm{AM}}=1$, $\overline{\mathrm{HM}}=\sqrt{3}$

이다.



[그림 3]

[그림 3]에서 삼각형 VMH는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{VM}}^2=\overline{\mathrm{VH}}^2+\overline{\mathrm{MH}}^2$

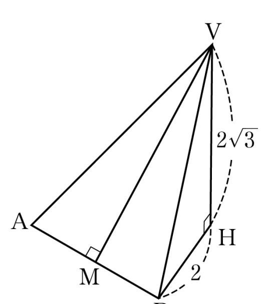
$\quad=12+3=15$

따라서 $\overline{\mathrm{VM}}=\sqrt{15}$

삼각형 VAB는 이등변삼각형이고 점 M이 선분 AB의 중점이므로 이등변삼각형의 성질에 의하여 두 선분 VM, AB는 수직이다. 따라서 이등변삼각형 VAB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{15}=\sqrt{15}$

| 다른풀이 |



점 B는 정육각형의 한 꼭짓점이고 점 H는 정육각형의 대각선의 교점이다.

따라서 $\overline{\mathrm{BH}}=2$

두 선분 VH, BH가 수직이므로 직각삼각형 VBH에서 피타고라스정리에 의하여

$\overline{\mathrm{VB}}^2=\overline{\mathrm{VH}}^2+\overline{\mathrm{BH}}^2$

$\quad=12+4=16$

따라서 $\overline{\mathrm{VB}}=4$

선분 AB의 중점을 M이라 하면 $\overline{\mathrm{BM}}=1$이고, 이등변삼각형의 성질에 의하여 두 선분 VM, AB는 수직이 다. 그림의 직각삼각형 VMB에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{VM}}^2=\overline{\mathrm{VB}}^2-\overline{\mathrm{BM}}^2$

$\quad=16-1=15$

따라서 $\overline{\mathrm{VM}}=\sqrt{15}$

그러므로 이등변삼각형 VAB의 넓이는

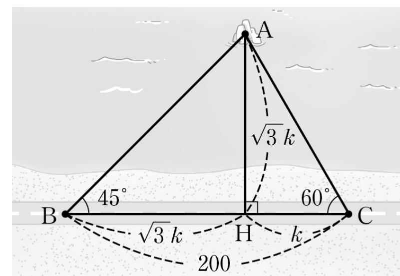
$\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{15}=\sqrt{15}$

12 삼각비를 이해하여 삼각형에서 선분의 길이를 구한다.

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	4%	6%	6%	76%	5%

| 정답풀이 |



$\overline{\mathrm{CH}}=k$라 하면

직각삼각형 AHC에서

$\tan 60°=\dfrac{\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{CH}}}$

$\overline{\mathrm{AH}}=\tan 60°\times\overline{\mathrm{CH}}$

$\quad=\sqrt{3}k$ ⋯ ㉠

삼각형 ABH는 이등변삼각형이므로

$\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{BH}}$

㉠에 의하여

$\overline{\mathrm{BH}}=\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{3}k$

$\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BH}}+\overline{\mathrm{HC}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=200$에서

$\sqrt{3}k+k=(\sqrt{3}+1)k=200$

그러므로 $k=\dfrac{200}{\sqrt{3}+1}$

$\quad=\dfrac{200(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$\quad=100(\sqrt{3}-1)$

따라서 구하는 선분 AH의 길이는

$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{3}k$

$\quad=\sqrt{3}\times 100(\sqrt{3}-1)$

$\quad=100(3-\sqrt{3})\,(\mathrm{m})$

| 다른풀이 |

$\overline{\mathrm{CH}}=k$라 하면

$\overline{\mathrm{AH}}=\tan 60°\times\overline{\mathrm{CH}}$

$\quad=\sqrt{3}k$

$\overline{\mathrm{BH}}=\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{3}k$

$\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{ABH}+\triangle\mathrm{AHC}$에서

$\frac{1}{2}\times 200\times\sqrt{3}k$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}k\times\sqrt{3}k+\frac{1}{2}\times\sqrt{3}k\times k$

$200\sqrt{3}k=3k^2+\sqrt{3}k^2$

$200\sqrt{3}k=\sqrt{3}(\sqrt{3}k^2+k^2)$

$200k=(\sqrt{3}+1)k^2$

$k>0$이므로

$k=\dfrac{200}{\sqrt{3}+1}$

$\quad =100(\sqrt{3}-1)$

따라서 구하는 선분 AH의 길이는

$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{3}k$

$\quad =\sqrt{3}\times 100(\sqrt{3}-1)$

$\quad =100(3-\sqrt{3})(\mathrm{m})$

13 두 선분의 길이의 비를 이용하여 직선의 기울기를 구한다. 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	6%	6%	3%	7%	76%

| 정답풀이 |

이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 원점을 꼭짓점으로 하고 y축에 대하여 대칭이므로 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 위의 두 점 A, B를 꼭짓점으로 하는 직사각형 ACDB의 변 AB는 y축에 의하여 이등분된다. 그러므로 원점 O는 변 CD를 이등분하는 점이다.

$\overline{\mathrm{CD}}=2\overline{\mathrm{OD}}$

이때 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BD}}$이고

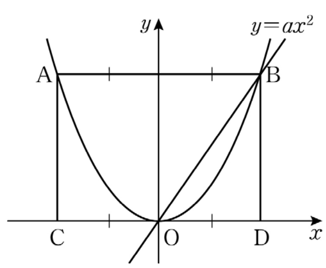
$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AC}}=6:5$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}=6k$, $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BD}}=5k$라 하면

$\overline{\mathrm{OD}}=3k$이다. (단, $k>0$)

따라서 직선 OB의 기울기는

$\dfrac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{OD}}}=\dfrac{5k}{3k}=\dfrac{5}{3}$



14 평면도형과 이차함수의 성질을 이용하여 사각형의 넓이를 구한다. 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	7%	13%	14%	58%	6%

| 정답풀이 |

점 D의 x좌표를 $k(k>0)$라 하면, 점 B의 x좌표는 k이고 y좌표는 ak^2이다. 따라서 사각형 ACDB의 가로의 길이는 $2k$, 세로의 길이는 ak^2이므로 사각형 ACDB의 둘레의 길이는

$2(ak^2+2k)$

이다. 조건에 의해 $a=\dfrac{3}{2}$이고 사각형 ACDB의 둘레의 길이는 4이므로

$2\left(\dfrac{3}{2}k^2+2k\right)=4$

$3k^2+4k=4$

$3k^2+4k-4=0$

인수분해하면

$(3k-2)(k+2)=0$

$k=\dfrac{2}{3}$ 또는 $k=-2$

$k>0$이므로 $k=\dfrac{2}{3}$

따라서 사각형 ACDB의 넓이는

$2k\times ak^2=\left(2\times\dfrac{2}{3}\right)\times\left\{\dfrac{3}{2}\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\right\}$

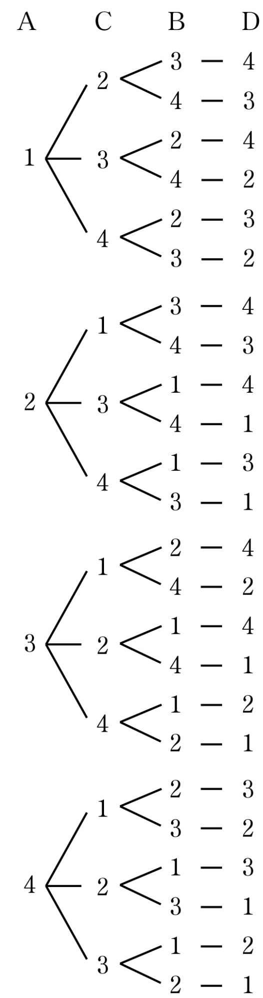
$\quad =\dfrac{8}{9}$

15 확률의 뜻을 이해하여 주어진 사건의 확률을 구한다. 정답 ③

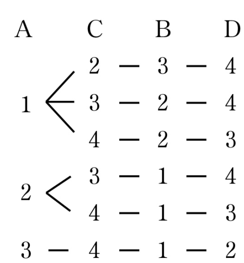
선지별 선택비율/정답률	9%	2%	68%	5%	13%

| 정답풀이 |

네 책상 A, B, C, D에 카드를 놓는 경우의 수를 다음과 같이 그림을 이용하여 구할 수 있다.



위 그림을 통하여 알 수 있듯이 네 개의 책상에 카드를 하나씩 올려놓는 경우의 수는 24이다. 한편 책상 C에 놓인 카드에 적힌 수가 책상 A에 놓인 카드에 적힌 수보다 크고, 책상 D에 놓인 카드에 적힌 수가 책상 B에 놓인 카드에 적힌 수보다 큰 경우는 다음 6가지이다.



따라서 구하는 확률은 $\dfrac{6}{24}=\dfrac{1}{4}$이다.

| 다른풀이 |

책상에 카드를 놓는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

이다. 책상 C에 놓인 카드에 적힌 수가 책상 A에 놓인 카드에 적힌 수보다 크고, 책상 D에 놓인 카드에 적힌 수가 책상 B에 놓인 카드에 적힌 수보다 큰 경우는 다음과 같다.

ⅰ) 책상 A에 1이 적힌 카드가 놓인 경우

책상 C에 놓을 수 있는 카드는 2, 3, 4가 적힌 카드가 모두 가능하므로 경우의 수는 3이다. 책상 C에 놓을 카드를 정하고 남은 카드 두 장을 책상 B와 D에 놓는 방법은 1가지이다. 그러므로 책상 A에 1이 적힌 카드를 놓는 경우의 수는 3이다.

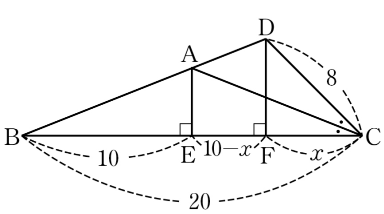
ⅱ) 책상 A 에 2가 적힌 카드가 놓인 경우
책상 C 에 놓을 수 있는 카드는 3 , 4 가 적힌 카드가 가능하고, 책상 C 에 놓을 카드를 정하고 남은 카드 두 장을 책상 B 와 D 에 놓는 방법은 1 가지이므로 경우의 수는 2 이다.
ⅲ) 책상 A 에 3이 적힌 카드가 놓인 경우
책상 C 에 놓을 수 있는 카드는 4 가 적힌 카드 하나이므로 경우의 수는 1 이다. 책상 C 에 놓을 카드를 정하고 남은 카드 두 장을 책상 B 와 D 에 놓는 방법은 1 가지이므로 경우의 수는 1 이다.
ⅰ), ⅱ), ⅲ)에 의하여 책상 C 에 놓인 카드에 적힌 수가 책상 A 에 놓인 카드에 적힌 수보다 크고, 책상 D 에 놓인 카드에 적힌 수가 책상 B 에 놓인 카드에 적힌 수보다 큰 경우의 수는
$3+2+1=6$
이다. 따라서 구하는 확률은
$\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$
이다.

| 다른풀이 |
1 , 2 , 3 , 4 가 하나씩 적힌 4 장의 카드를 네 개의 책상에 임의로 놓을 경우 책상 C 에 놓인 카드에 적힌 수가 책상 A 에 놓인 카드에 적힌 수보다 클 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. 또한 책상 D 에 놓인 카드에 적힌 수가 책상 B 에 놓인 카드에 적힌 수보다 클 확률은 $\frac{1}{2}$ 이므로 구하는 확률은
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
이다.

16 삼각형의 닮음을 이해하고 이를 이용하여 선분의 길이를 구한다. 정답 ③

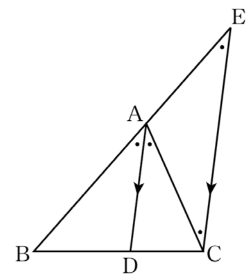
선지별 선택비율/정답률	11%	11%	66%	4%	5%

| 정답풀이 |



삼각형 ABC는 이등변삼각형이므로
점 E 는 선분 BC 의 중점이다.
$\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 20=\boxed{10}$
삼각형 CDB 에서
$\angle ACB=\angle ACD$ 이므로
$\overline{BA}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DC}=20:8$, 즉
$\overline{BA}:\overline{AD}=5:\boxed{2}$
이다. 두 선분 AE 와 DF 는 평행하므로
$\overline{BA}:\overline{AD}=\overline{BE}:\overline{EF}$
이다.
$\overline{FC}=x$ 라 하면
$5:2=10:10-x$
이다. 이 식을 정리하면
$10-x=4$
$x=6$
따라서 $\overline{FC}=\boxed{6}$
이다. 그러므로 구하는 값은
$a=10,\ b=2,\ c=6$
$a+b+c=18$

| 참고 |
삼각형에서 각의 이등분선의 성질에 대해 살펴보자.

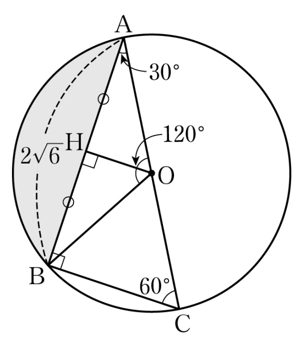


위 그림의 삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하자. 점 C 를 지나고 $\overline{AD}$ 에 평행한 직선이 $\overline{AB}$ 의 연장선과 만나는 점을 E 라 하자.
$\angle BAD=\angle BEC$
$\angle B$ 는 공통이므로
$\triangle BDA \backsim \triangle BCE$ (AA 닮음)
따라서 닮음의 성질에 의해
$\overline{BA}:\overline{AE}=\overline{BD}:\overline{DC}$ ⋯ ㉠
두 직선 AD , EC 가 평행하므로
$\angle CAD=\angle ECA$
$\angle BAD=\angle AEC$
따라서 $\angle AEC=\angle ACE$
삼각형 ACE 는 이등변삼각형이므로
$\overline{AE}=\overline{AC}$
그러므로 ㉠에 의해
$\overline{BA}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$

17 삼각비와 원의 성질을 이용하여 도형의 넓이를 구한다. 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	7%	7%	6%	7%	69%

| 정답풀이 |



조건 (가)에서 선분 AC 는 원의 지름이므로 원주각의 성질에 의하여
$\angle ABC=90°$
따라서
$\angle CAB=90°-\angle ACB$
$=90°-60°=30°$
원의 중심을 O라 하자. 점 O에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면 원의 성질에 의하여
$\overline{AH}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}=\sqrt{6}$
직각삼각형 OAH에서 $\cos 30°=\frac{\overline{AH}}{\overline{OA}}$ 이므로
$$\overline{OA}=\frac{\overline{AH}}{\cos 30°}=\sqrt{6}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$$
따라서 원의 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이므로 구하는 넓이는 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$, 중심각의 크기가 $120°$ 인 부채꼴의 넓이에서 삼각형 OAB 의 넓이를 빼면 된다.
반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$, 중심각의 크기가 $120°$ 인 부채꼴의 넓이는
$\pi(2\sqrt{2})^2\times\frac{120}{360}=\frac{8}{3}\pi$
직각삼각형 AHO 에서
$\overline{OH}=\overline{AH}\tan 30°$

$= \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{2}$

삼각형 OAB 의 넓이는

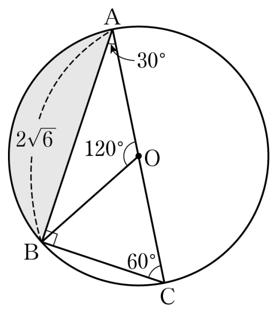
$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OH} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times \sqrt{2}$

$= 2\sqrt{3}$

따라서 구하는 넓이는

$\frac{8}{3}\pi - 2\sqrt{3}$

| 다른풀이 |



원의 중심을 O라 하자. 선분 AC 는 원의 지름이므로 선분 AC 의 중점은 원의 중심 O 이다.

또 $\angle ABC$ 는 지름의 원주각이므로

$\angle ABC = 90°$

직각삼각형 ABC 에서

$\sin 60° = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ 에 $\overline{AB} = 2\sqrt{6}$ 을 대입하면

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{6}}{\overline{AC}}$

$\overline{AC} = 4\sqrt{2}$

$\overline{OA} = \overline{OB} = 2\sqrt{2}$

삼각형 OBC가 정삼각형이므로

$\angle BOC = 60°$에서 $\angle AOB = 120°$

삼각형 OAB 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OB} \times \sin(180° - 120°)$

$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 2\sqrt{3}$

한편, 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$, 중심각의 크기가 $120°$ 인 부채꼴의 넓이는

$\pi(2\sqrt{2})^2 \times \frac{120}{360} = \frac{8}{3}\pi$

따라서 구하는 넓이는

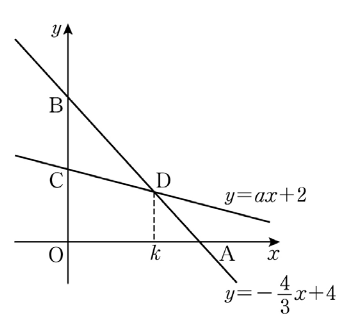
$\frac{8}{3}\pi - 2\sqrt{3}$

18 삼각형의 넓이와 일차함수의 그래프의 성질을 이용하여 직선의 기울기를 구한다.

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	7%	7%	12%	64%	7%

| 정답풀이 |



점 A 는 일차함수 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점이므로

$0 = -\frac{4}{3}x + 4$

$x = 3$ 에서 A$(3, 0)$

점 B 는 일차함수 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 의 그래프와 y 축이 만나는 점이므로 B$(0, 4)$

$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OB}$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

삼각형 BCD 의 넓이를 S_1, 사각형 COAD 의 넓이를 S_2 라 하면

$S_1 : S_2 = 1 : 2$ 이므로 $S_2 = 2S_1$

$S_1 + S_2 = 3S_1 = 6$ 에서 $S_1 = 2$

점 C 는 일차함수 $y = ax + 2$ 의 그래프와 y 축이 만나는 점이므로 C$(0, 2)$

따라서 $\overline{BC} = 2$

점 D 의 x 좌표를 k 라 하면

$S_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times k = 2$, $k = 2$

점 D 는 직선 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 위의 점이므로

$x = 2$ 를 대입하면 점 D 의 y 좌표는

$-\frac{4}{3} \times 2 + 4 = \frac{4}{3}$ 이므로 D$\left(2, \frac{4}{3}\right)$

또, 점 D$\left(2, \frac{4}{3}\right)$ 는 직선 $y = ax + 2$ 위의 점이므로

$\frac{4}{3} = 2a + 2$에서 $2a = -\frac{2}{3}$

따라서 $a = -\frac{1}{3}$

| 다른풀이 |

A$(3, 0)$, B$(0, 4)$, C$(0, 2)$ 에서 $\overline{BC} = 2$

$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OB}$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

삼각형 BCD 의 넓이를 S_1, 사각형 COAD 의 넓이를 S_2 라 하면

$S_1 : S_2 = 1 : 2$ 에서 $S_2 = 2S_1$

$\triangle ABC = S_1 + S_2 = 3S_1 = 6$

따라서 $S_1 = 2$

점 D 의 x 좌표를 k 라 하면

$S_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times k = 2$ 에서 $k = 2$

점 D 는 직선 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 위의 점이므로

$x = 2$ 를 대입하면 점 D 의 y 좌표는

$-\frac{4}{3} \times 2 + 4 = \frac{4}{3}$ 에서 D$\left(2, \frac{4}{3}\right)$

한편, a 는 두 점 C$(0, 2)$, D$\left(2, \frac{4}{3}\right)$ 를 지나는 직선의 기울기이므로

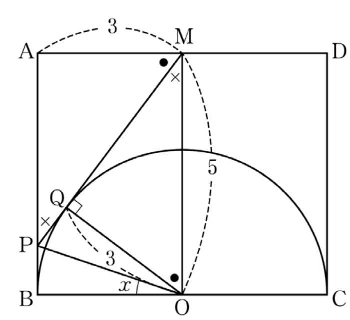
$a = \left(\frac{4}{3} - 2\right) \div (2 - 0) = -\frac{1}{3}$

19 피타고라스 정리와 원의 성질을 이용하여 삼각비의 값을 구한다.

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	6%	50%	15%	12%	14%

| 정답풀이 |



점 M에서 반원에 그은 접선이 반원과 접하는 점을 Q라 하자. 원과 접선의 성질에 의하여 두 선분 MQ와 OQ는 서로 수직이고, $\overline{OQ}=3$이다.
직각삼각형 QOM에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\begin{aligned}\overline{QM}^2&=\overline{MO}^2-\overline{QO}^2\\&=5^2-3^2=16\end{aligned}$$

따라서 $\overline{QM}=4$이다.
$\overline{AB}\,//\,\overline{MO}$이므로 엇각의 성질에 의하여
$\angle APM=\angle QMO$ ⋯ ①
$\angle AMO=90°$이므로
$\angle AMP+\angle QMO=90°$ ⋯ ㉠
직각삼각형 QOM에서
$\angle QMO+\angle QOM=90°$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서 $\angle AMP=\angle QOM$ ⋯ ②
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AD}=3$이므로 $\overline{AM}=\overline{QO}$ ⋯ ③
①, ②, ③에 의하여 삼각형 APM과 삼각형 QMO는 합동이므로
$\overline{AP}=\overline{QM}=4$
따라서 $\overline{BP}=\overline{AB}-\overline{AP}$

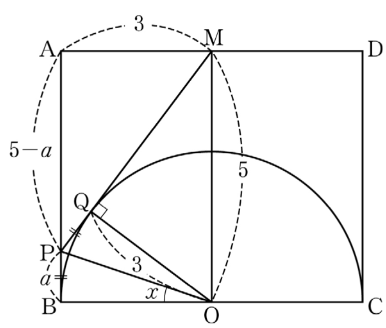
$$=5-4=1$$

직각삼각형 PBO에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\begin{aligned}\overline{OP}^2&=\overline{PB}^2+\overline{BO}^2\\&=1^2+3^2=10\end{aligned}$$

이므로 $\overline{OP}=\sqrt{10}$이다.
따라서 $\sin x=\frac{\overline{PB}}{\overline{OP}}=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

| 다른풀이 |



$\overline{PB}=a$라 하자.
원과 접선의 성질에 의하여
$\overline{PQ}=\overline{PB}=a$, $\overline{AP}=\overline{AB}-\overline{PB}=5-a$
직각삼각형 MQO에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\begin{aligned}\overline{QM}^2&=\overline{MO}^2-\overline{QO}^2\\&=5^2-3^2=16\end{aligned}$$

$\overline{QM}=4$
따라서 $\overline{PM}=\overline{PQ}+\overline{QM}=a+4$
직각삼각형 APM에서 피타고라스 정리에 의하여

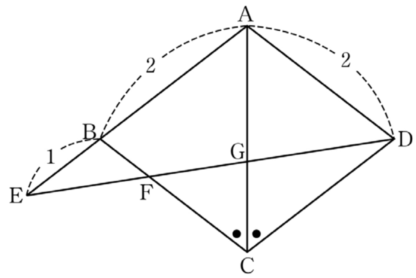
$$\overline{PM}^2=\overline{AP}^2+\overline{AM}^2$$
$$(a+4)^2=(5-a)^2+3^2$$
$$a^2+8a+16=(a^2-10a+25)+9$$
$$18a=18,\ a=1$$

직각삼각형 PBO에서 $\overline{PB}=1$이고 $\overline{BO}=3$이므로 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{PO}^2=\overline{PB}^2+\overline{BO}^2=1^2+3^2=10$
$\overline{PO}=\sqrt{10}$
따라서 $\sin x=\frac{\overline{PB}}{\overline{OP}}=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

20 삼각형의 닮음을 이용하여 성립하는 내용을 추론한다. 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	24%	3%	49%	9%	13%

| 정답풀이 |



ㄱ. 두 삼각형 EBF와 EAD에서 두 선분 BF와 AD가 평행하므로
$\angle EBF=\angle EAD$, $\angle EFB=\angle EDA$
따라서 $\triangle EBF \backsim \triangle EAD$
$\overline{BF}:\overline{AD}=\overline{EB}:\overline{EA}=1:3$ (참)

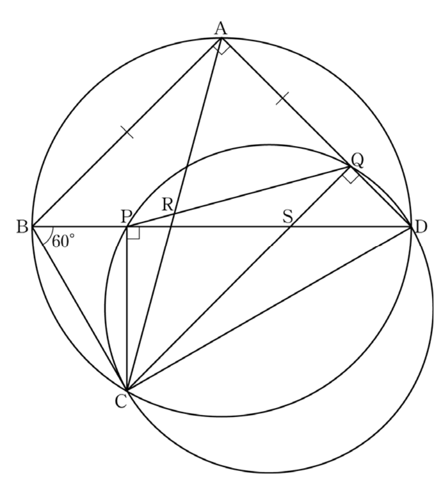
ㄴ. ㄱ에서 $\overline{BF}:\overline{AD}=1:3$이므로
$\overline{BF}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}$
$\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}=2-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$
삼각형 CFD에서
선분 CG는 각 FCD의 이등분선이므로
$\overline{FG}:\overline{GD}=\overline{CF}:\overline{CD}=\frac{4}{3}:2=2:3$ (거짓)

ㄷ. $\triangle GFC=a$라 하자. 두 선분 FC와 AD가 평행하므로 $\angle FCG=\angle DAG$, $\angle CFG=\angle ADG$
따라서 $\triangle GFC \backsim \triangle GDA$
$\overline{FC}:\overline{AD}=2:3$이므로
$\triangle GFC:\triangle GDA=4:9$
$\triangle GDA=\frac{9}{4}a$ ⋯ ㉠
두 삼각형 CFG와 CDG의 높이는 서로 같고 ㄴ에서 $\overline{FG}:\overline{GD}=2:3$이므로
$\triangle CFG:\triangle CGD=2:3$
$\triangle CGD=\frac{3}{2}a$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서
$\triangle ACD=\triangle GDA+\triangle CGD=\frac{9}{4}a+\frac{3}{2}a=\frac{15}{4}a$
따라서 $\triangle GFC:\triangle ACD=a:\frac{15}{4}a=4:15$ (참)

21 원의 성질을 이해하여 선분의 길이를 구한다. 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	9%	18%	46%	13%	12%

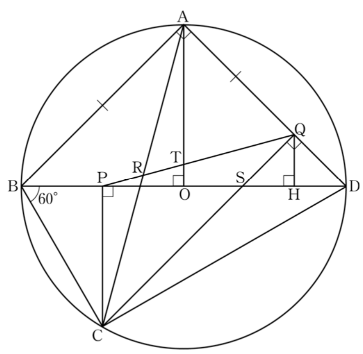
| 정답풀이 |



$\angle CBD$와 $\angle CAD$는 호 CD의 원주각이므로 원주각의 성질에 의하여
$\angle CAD=60°$

이다. 사각형 ABCD는 원에 내접하므로
$\angle C = 90°$, $\angle BDC = 30°$
이다. 한편
$\angle CPD = \angle CQD = 90°$
이므로 지름의 원주각의 성질에 의하여 사각형 PCDQ는 선분 CD를 지름으로 하는 원에 내접하는 사각형이다. 이때 $\angle PDC$와 $\angle PQC$는 이 원에서 호 PC의 원주각이므로
$\angle PDC = \angle PQC = 30°$, $\angle AQR = 60°$
그러므로 삼각형 ARQ는 정삼각형이고
$\overline{AQ} = \overline{QR}$
삼각형 ABD는 직각이등변삼각형이고 변 BD의 길이는 8이므로
$\overline{AD} = 4\sqrt{2}$
따라서 선분 QD의 길이를 구하면 선분 QR의 길이를 구할 수 있다. 선분 CD를 지름으로 하는 원에서 원주각의 성질에 의하여
$\angle PCQ = \angle PDQ = 45°$
두 삼각형 PCS와 SDQ는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{PC} = \overline{PS} = 2\sqrt{3}$
$\overline{SD} = 8 - (2 + 2\sqrt{3}) = 6 - 2\sqrt{3}$
$\overline{QD} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(6 - 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$
따라서
$\overline{QR} = \overline{AQ} = 4\sqrt{2} - (3\sqrt{2} - \sqrt{6}) = \sqrt{2} + \sqrt{6}$

| 다른풀이 |



원의 중심을 O라 하자. $\angle A = 90°$이므로 $\overline{BD}$는 원의 지름이고 $\angle C = 90°$이다. 점 Q에서 선분 BD에 내린 수선의 발을 H라 하자. 두 선분 BD, CQ가 만나는 점을 S라 하고 두 선분 PQ, AO가 만나는 점을 T라 하자. 직각삼각형 BCD에서
$\overline{BD} = 8$이므로 $\overline{BC} = 4$
직각삼각형 BCP에서
$\overline{BC} = 4$이므로 $\overline{BP} = 2$
$\overline{PO} = 2$이고, 삼각형 PCS는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{PS} = \overline{PC} = 2\sqrt{3}$
$\overline{QH} = \dfrac{1}{2}\overline{SD} = 3 - \sqrt{3}$
$\overline{PH} = 2\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} = 3 + \sqrt{3}$
직각삼각형 PHQ에서 피타고라스 정리에 의하여
$$\overline{PQ}^2 = \overline{PH}^2 + \overline{QH}^2 = (3 + \sqrt{3})^2 + (3 - \sqrt{3})^2 = 24$$
따라서 $\overline{PQ} = 2\sqrt{6}$
삼각형 POT와 삼각형 PHQ가 서로 닮음이므로
$\overline{PO} : \overline{PH} = \overline{PT} : \overline{PQ}$에서
$$\overline{PT} = \frac{\overline{PO} \times \overline{PQ}}{\overline{PH}} = \frac{2 \times 2\sqrt{6}}{3 + \sqrt{3}} = 2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$$
$\overline{PO} : \overline{PH} = \overline{TO} : \overline{QH}$에서
$$\overline{TO} = \frac{\overline{PO} \times \overline{QH}}{\overline{PH}} = \frac{2 \times (3 - \sqrt{3})}{3 + \sqrt{3}} = 4 - 2\sqrt{3}$$
$\overline{AT} = \overline{AO} - \overline{TO} = 2\sqrt{3}$

$\overline{AT} = \overline{CP}$이므로 $\triangle CRP \equiv \triangle ART$
$\overline{PR} = \overline{TR}$
$\overline{PR} = \dfrac{1}{2}\overline{PT} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$
따라서
$$\overline{QR} = \overline{PQ} - \overline{PR} = 2\sqrt{6} - (\sqrt{6} - \sqrt{2}) = \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

단답형

22 분모의 유리화를 이용하여 근호를 포함한 식을 계산한다. 정답 2

선지별 선택비율/정답률	10% (주관식)

| 정답풀이 |

곱셈 공식 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$을 이용하여 x의 분모를 유리화하면
$$x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}$$
따라서
$x + y = (2 - \sqrt{3}) + \sqrt{3} = 2$

23 부등식의 성질을 이용하여 일차부등식을 만족하는 정수의 개수를 구한다. 정답 5

선지별 선택비율/정답률	13% (주관식)

| 정답풀이 |

$3(x-2) < 2x$에서
$3x - 6 < 2x$
$3x - 2x < 6$
$x < 6$
그러므로 구하는 양의 정수 x는
1, 2, 3, 4, 5로 개수는 5이다.

24 경우의 수를 이해하고 이를 이용하여 실생활 문제를 해결한다. 정답 6

선지별 선택비율/정답률	15% (주관식)

| 정답풀이 |

A는 셋째 날 식사 당번을 해야 하므로 식사 당번을 정하는 순서를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

B < C − A − D
  D − A − C
C < B − A − D
  D − A − B
D < B − A − C
  C − A − B

따라서 구하는 경우의 수는 6이다.

| 다른풀이 |

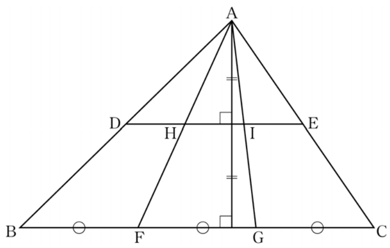
조건에 따라 학생 네 명이 모두 4일 동안 하루에 한 명씩 식사 당번을 하도록 순서를 정할 때, A가 셋째 날 당번으로 정해졌으므로 나머지 3일 동안 B, C, D 학생 세 명이 하루에 한 명씩 식사 당번을 하면 된다. 따라서 구하는 경우의 수는
$3 \times 2 \times 1 = 6$

25 닮음비를 이해하여 주어진 삼각형의 넓이를 구한다.

정답 12

선지별 선택비율/정답률	42% (주관식)

| 정답풀이 |



삼각형 ABC의 넓이를 S라 하자.
삼각형 AFG의 높이는 삼각형 ABC의 높이와 같고 삼각형 AFG의 밑변의 길이는 삼각형 ABC의 밑변의 길이의 $\frac{1}{3}$이므로

(삼각형 AFG의 넓이)$=\frac{1}{3}S$

이다. 점 D, E가 각각 선분 AB, AC의 중점이므로 삼각형의 중점연결정리에 의하여

$\overline{\mathrm{DE}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{HI}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{FG}}$

$\triangle$AHI$\backsim\triangle$AFG 이고 닮음비가 1 : 2이므로 넓이의 비는 1 : 4이다.
(삼각형 AFG의 넓이)
=(삼각형 AHI의 넓이)+(사각형 HFGI의 넓이)
(사각형 HFGI의 넓이)
$=\frac{3}{4}\times$(삼각형 AFG의 넓이)
이므로
(사각형 HFGI의 넓이)$=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}S=\frac{1}{4}S$
따라서 사각형 HFGI의 넓이가 3이므로 삼각형 ABC의 넓이 S는 12이다.

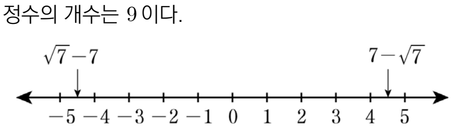
26 무리수의 값을 추측하여 조건에 맞는 정수의 개수를 구한다.

정답 9

선지별 선택비율/정답률	44% (주관식)

| 정답풀이 |

$\sqrt{7}-7=-(7-\sqrt{7})$이므로 $\sqrt{7}-7$과 0 사이에 있는 정수의 개수와 0과 $7-\sqrt{7}$ 사이에 있는 정수의 개수는 같다.
$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$ 이므로 $2<\sqrt{7}<3$
부등식의 성질에 의하여
$-3<-\sqrt{7}<-2$
$7-3<7-\sqrt{7}<7-2$
$4<7-\sqrt{7}<5$
그러므로 0과 $7-\sqrt{7}$ 사이에 있는 정수는
1, 2, 3, 4
이다. 따라서 두 수 $\sqrt{7}-7$과 $7-\sqrt{7}$ 사이에 있는 정수는
-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4
이므로 구하는 정수의 개수는 9이다.

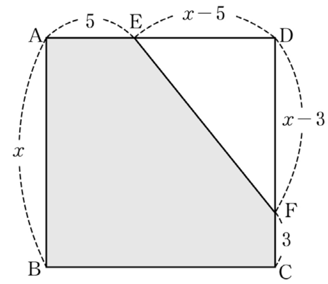


27 이차방정식을 활용하여 사각형의 넓이를 구한다.

정답 169

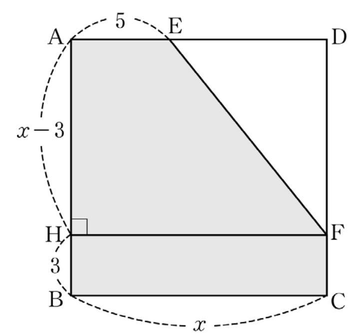
선지별 선택비율/정답률	49% (주관식)

| 정답풀이 |



정사각형 ABCD 의 한 변의 길이를 $x\,(x>0)$라 하면
$\overline{\mathrm{ED}}=x-5$, $\overline{\mathrm{DF}}=x-3$
정사각형 ABCD 의 넓이는 x^2이고, 삼각형 EFD의 넓이는
$\frac{1}{2}(x-5)(x-3)=\frac{1}{2}(x^2-8x+15)$
오각형 ABCFE의 넓이가 129이므로
$x^2-\frac{1}{2}(x^2-8x+15)=129$
$\frac{1}{2}x^2+4x-\frac{15}{2}=129$
등식의 양변에 2를 곱하면
$x^2+8x-15=258$
$x^2+8x-273=0$
$(x+21)(x-13)=0$
$x=-21$ 또는 $x=13$
$x>0$이므로 $x=13$
따라서 정사각형 ABCD 의 넓이는 169 m^2 이므로
$a=169$

| 다른풀이 |



점 F 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 두 점 F , H 를 연결하는 선분에 의해 오각형 ABCFE 는 사다리꼴 AHFE 와 직사각형 HBCF 로 나누어진다.
정사각형 ABCD 의 한 변의 길이를 $x\,(x>0)$라 하자.
사다리꼴 AHFE 의 넓이는
$\frac{1}{2}(x+5)(x-3)=\frac{1}{2}(x^2+2x-15)$
직사각형 HBCF 의 넓이는 $3x$ 이고 오각형 ABCFE의 넓이가 129 이므로
$\frac{1}{2}(x^2+2x-15)+3x=129$
$\frac{1}{2}x^2+x-\frac{15}{2}+3x=129$
$\frac{1}{2}x^2+4x-\frac{15}{2}=129$
등식의 양변에 2를 곱하면
$x^2+8x-15=258$
$x^2+8x-273=0$
$(x+21)(x-13)=0$
$x=-21$ 또는 $x=13$
$x>0$이므로 $x=13$
따라서 정사각형 ABCD 의 넓이는 169 m^2 이므로
$a=169$

28 미지수가 2개인 연립일차방정식을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

정답 95

선지별 선택비율/정답률	31% (주관식)

| 정답풀이 |

이날 판매된 상품 A의 개수 a, 상품 B의 개수 b에 대하여 할인가로 판매한 매출액이 340000원이므로

$5000a+2000b=340000$

$5a+2b=340$ ⋯ ㉠

정가로 판매했을 때의 매출액은 할인가로 판매했을 때의 매출액보다 140000원 많은 금액이므로

$6000a+4000b=340000+140000=480000$

$3a+2b=240$ ⋯ ㉡

㉠ − ㉡ 하면

$2a=100$, $a=50$

이를 ㉡에 대입하면 $b=45$

따라서 $a+b=50+45=95$

29 대푯값을 이해하여 자료를 추측하고 자료의 분산을 구한다.

정답 168

선지별 선택비율/정답률	44% (주관식)

| 정답풀이 |

조건 (가)에서 가장 작은 수는 7이고, 가장 큰 수는 14이므로 5개의 수를 7, a, b, c, 14라 하자.

조건 (나)에서 최빈값이 8이므로 a, b, c 중에서 적어도 2개의 값은 8이 되어야 한다.

ⅰ) $a=b=c=8$일 때

5개의 수는 7, 8, 8, 8, 14

이고, 이 자료의 평균은

$\frac{7+8+8+8+14}{5}=9$

가 되어 조건에 맞지 않는다.

ⅱ) $a=8$, $b=8$일 때

5개의 수는 7, 8, 8, c, 14

이고, 이 자료의 평균은 10이므로

$\frac{7+8+8+c+14}{5}=10$

$\frac{37+c}{5}=10$, $c=13$

ⅰ), ⅱ)에 의하여 주어진 조건을 만족시키는 자료의 값은

7, 8, 8, 13, 14

이고, 각각의 편차는

-3, -2, -2, 3, 4

이다. 분산은 편차의 제곱의 평균이므로

$d=\frac{(-3)^2+(-2)^2+(-2)^2+3^2+4^2}{5}=\frac{42}{5}$

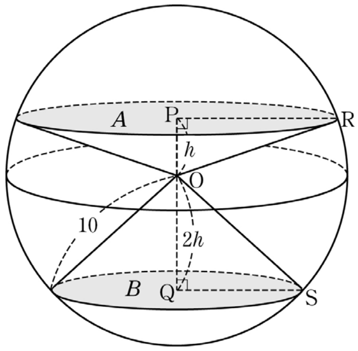
따라서 $20d=20\times\frac{42}{5}=4\times42=168$

30 입체도형의 성질과 피타고라스 정리를 이용하여 문제를 해결한다.

정답 138

선지별 선택비율/정답률	75% (주관식)

| 정답풀이 |



구의 중심 O를 지나고 두 단면 A, B에 수직인 직선이 두 단면 A, B와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 조건에 의하여

$\overline{\mathrm{OP}}:\overline{\mathrm{OQ}}=1:2$

$\overline{\mathrm{OP}}=h$라 하면 $\overline{\mathrm{OQ}}=2h$

단면 A와 구가 만나는 점 중 하나를 R, 단면 B와 구가 만나는 점 중 하나를 S라 하자. 두 단면 A, B는 서로 평행이고, 두 선분 OP, OQ가 두 단면 A, B와 수직이므로 두 삼각형 OPR, OQS는 모두 직각삼각형이다. 피타고라스 정리에 의하여

삼각형 OPR에서

$\overline{\mathrm{PR}}^2=\overline{\mathrm{OR}}^2-\overline{\mathrm{OP}}^2$

$=100^2-h^2$

삼각형 OQS에서

$\overline{\mathrm{QS}}^2=\overline{\mathrm{OS}}^2-\overline{\mathrm{OQ}}^2$

$=100-(2h)^2$

$=100-4h^2$

따라서 단면 A의 넓이는

$\pi(100-h^2)$

단면 B의 넓이는

$\pi(100-4h^2)$

두 원뿔의 밑면의 넓이의 비가 $41:14$이므로

$\pi(100-h^2):\pi(100-4h^2)=41:14$

$41(100-4h^2)=14(100-h^2)$

$150h^2=2700$

$h^2=18$

$h=3\sqrt{2}$

단면 A를 밑면으로 하는 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}h(100-h^2)\pi=\frac{1}{3}\times3\sqrt{2}\times(100-18)\pi$

$=82\sqrt{2}\pi$

단면 B를 밑면으로 하는 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times2h(100-4h^2)\pi=\frac{1}{3}\times6\sqrt{2}\times(100-72)\pi$

$=56\sqrt{2}\pi$

그러므로 두 원뿔의 부피의 합은

$82\sqrt{2}\pi+56\sqrt{2}\pi=138\sqrt{2}\pi$

따라서 $k=138$

등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	92	82	69	55	41	29	20	14
나의 점수	[ ] 점				[ ] 등급			

오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	30	20	21	27	19
오답률(%)	82.0	62.2	58.1	54.0	53.9

03회 2014학년도 3월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설 본문 22-29페이지

1 ②	2 ②	3 ③	4 ④	5 ②
6 ③	7 ①	8 ③	9 ①	10 ④
11 ④	12 ①	13 ④	14 ⑤	15 ①
16 ②	17 ③	18 ⑤	19 ⑤	20 ③
21 ⑤	22 4	23 24	24 101	25 32
26 16	27 200	28 11	29 64	30 184

5지 선다형

1 제곱근의 성질을 이해하고 주어진 식을 간단히 한다. 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	2%	94%	0%	1%	0%

| 정답풀이 |

$\sqrt{27}=\sqrt{9\times3}=3\sqrt{3}$ 이고

$\dfrac{12}{\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화하기 위하여 분모, 분자에 $\sqrt{3}$ 을 곱하면

$\dfrac{12}{\sqrt{3}}=\dfrac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{12\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$

따라서 $\sqrt{27}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

2 곱셈공식을 이용하여 식을 간단히 한다. 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	1%	96%	0%	1%	0%

| 정답풀이 |

$(x-2y)^2=x^2-4xy+4y^2$,

$(x+y)(x-y)=x^2-y^2$ 이므로

$(x-2y)^2-(x+y)(x-y)=x^2-4xy+4y^2-(x^2-y^2)$

$=-4xy+5y^2$

따라서 xy 의 계수는 -4

3 일차함수의 성질을 이용하여 함숫값을 구한다. 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	1%	1%	94%	0%	2%

| 정답풀이 |

점 $\mathrm{A}(2,\ a)$ 가 함수 $y=-2x+9$ 의 그래프 위의 점이므로 $x=2,\ y=a$ 를 함수에 대입하면

$a=-2\times2+9=5$

따라서 구하는 a의 값은 5

4 집합의 연산법칙을 이해하고 교집합의 원소의 개수를 구한다. 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	0%	0%	1%	96%	0%

| 정답풀이 |

$A=\{x\,|\,x\text{는 }12\text{의 약수}\}$

$=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$

$B=\{x\,|\,x\text{는 짝수}\}$

$=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14,\ \cdots\}$

따라서 집합 $A\cap B=\{2,\ 4,\ 6,\ 12\}$ 이므로 원소의 개수는 4

5 연립부등식을 계산하여 해를 구한다. 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	2%	93%	1%	1%	1%

| 정답풀이 |

연립부등식 $\begin{cases}3(x+4)>6x & \cdots㉠\\ x-1>0 & \cdots㉡\end{cases}$ 을 각각 계산하자.

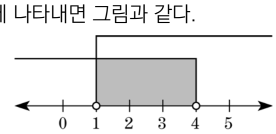
㉠에서 양변을 3으로 나누면 $x+4>2x$ 이고,

좌변의 x 를 우변으로 이항하여 정리하면 $x<4$

㉡에서 좌변의 -1 을 우변으로 이항하면 $x>1$

그러므로 연립부등식의 해는 $1<x<4$ 이다.

㉠, ㉡의 해를 수직선 위에 나타내면 그림과 같다.



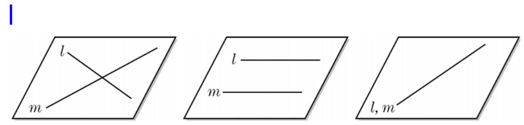
이 범위를 만족시키는 정수 x 는 2와 3이다.

따라서 그 개수는 2

6 두 직선의 위치 관계를 이해한다. 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	3%	2%	90%	2%	1%

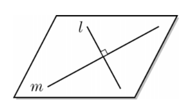
| 정답풀이 |



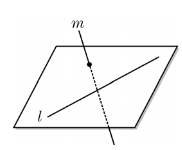
그림과 같이 한 평면에서 두 직선의 위치 관계는

'한 점에서 만난다.', '만나지 않는다.(평행하다.)', '일치한다.'

의 세 가지가 있다.



'한 점에서 만난다.'의 위치 관계 중 두 직선이 이루는 각이 직각일 때, 두 직선은 '수직으로 만난다.'고 한다.



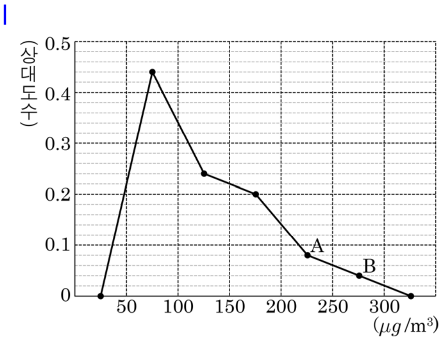
두 직선이 평행하지도 않고 만나지도 않을 때 '꼬인 위치에 있다.'고 한다.

따라서 꼬인 위치는 한 평면에서 나타날 수 없는 위치 관계이다.

7 상대도수의 의미를 이해하고 조건을 만족하는 상대도수를 구한다. 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	87%	5%	3%	2%	1%

| 정답풀이 |



도수의 총합에 대한 그 계급의 도수의 비율을 상대도수라 한다.

상대도수의 그래프에서 점 A 를 보면 미세 먼지 농도가 $200\mu g/\mathrm{m}^3$ 이상 $250\mu g/\mathrm{m}^3$ 미

만인 계급의 상대도수는 0.08이다.
또, 점 B를 보면 미세 먼지 농도가 $250\mu g/m^3$ 이상 $300\mu g/m^3$ 미만인 계급의 상대도수는 0.04이다.
그러므로 이 두 계급의 상대도수를 더하면
$0.08+0.04=0.12$이므로 $0.12\times100=12(\%)$이다.
따라서 미세 먼지 농도가 $200\mu g/m^3$ 이상인 도시는 전체의 12%이다.

8 그림에서 규칙성을 찾아 문자를 포함한 식으로 표현한다. 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	1%	6%	80%	8%	3%

| 정답풀이 |

그림에서 직사각형의 가로의 길이는 1씩 증가하므로 가로의 길이는 각각 1, 2, 3, 4, ⋯ 이고,
세로의 길이는 2씩 증가하므로 세로의 길이는 1, 3, 5, 7, ⋯ 이다.
즉, 직사각형의 가로의 길이가 x일 때, 세로의 길이는 $(2x-1)$로 표현된다.
직사각형의 가로의 길이가 x일 때, 전체 타일의 넓이를 y라 하면
$y=x(2x-1)$
따라서 $y=2x^2-x$

| 특별 해설 |

▶ 중학교 학습 요소

중학교 2학년 '문자와 식' 단원 중 등식의 변형이라는 소단원에서 'y를 x에 대하여 푼다.'라는 어구를 학습한다. 실제 중학교 1학년의 이 단원 성취 기준을 보면 '문자를 사용하여 식을 간단히 나타낸다.'와 '식의 값을 구한다.'이다. x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 두 변수 x와 y 사이의 대응 관계를 함수라고 정의한다. 이 문제는 이와 같이 중학교에서 학습한 등식의 변형이나 대응 관계를 통해 식으로 표현하는 방법을 학습하는 문제이다.

▶ 고등학교 평가 문제의 특징

중학교에서는 단순한 지식을 묻는 형식의 질문이 많다. 문자와 식의 단원에서는 간단한 식을 주고 변형하여 나타낼 수 있는지를 묻는 문제가 출제된다. 반면 고등학교에서는 이 문제와 같이 그림을 주고 그 규칙성을 찾거나 수를 주어 규칙성을 발견하고 이를 이용하여 문제를 해결하는 사고력을 묻는 문제가 출제된다. 이 문제의 경우도 고등학교의 내용을 더 많이 학습한 학생들에게 주는 문제였다면 추론이나 계산 등 한 단계 더 활동을 한 후 답을 얻는 형태의 문제가 되었을 것이다.

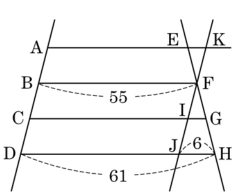
▶ 학습 전략

이 문제를 해결하기 위해서는 중학교에서는 문제의 조건에 따라 가로의 길이는 1, 2, 3, ⋯과 같이 1씩 증가하는 자연수이므로 x가 되고 세로의 길이는 1, 3, 5, ⋯와 같이 1부터 2씩 증가하는 홀수이므로 지식적으로 알고 있던 홀수 $2x-1$이라는 식을 이용하여 해결한다.
반면 고등학교에서는 가로의 길이가 1, 2, 3, ⋯과 같이 1씩 증가하여 x가 되었으므로 1부터 1씩 $(x-1)$번 증가하여 $1+(x-1)=x$라는 식을 얻고 세로의 길이는 2씩 늘어나므로 1부터 2씩 $(x-1)$번 증가하여 1에 $2(x-1)=2x-2$를 더한 $1+2x-2=2x-1$이라는 사실을 유추한다.
최종적으로 $y=x(2x-1)$이라고 식을 표현하여 답을 얻지만 답을 얻기 위한 사고의 과정이 중학교와 고등학교의 다른 점이다.
즉, 중학교까지는 주로 자신이 갖고 있던 직관과 암기하고 있던 지식에 의존하여 문제를 해결하는 방식이었다면 고등학교부터는 이유를 생각하고 그 이유를 바탕으로 식을 세우고 문제를 해결하는 방식으로 바뀌었다고 생각하면 될 것이다.

9 닮음의 성질을 이해하고 선분의 길이를 구한다. 정답 ①

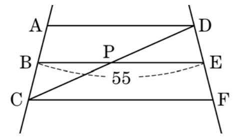
선지별 선택비율/정답률	88%	2%	1%	6%	0%

| 정답풀이 |



그림과 같이 사다리의 발판 양 끝 점을 A, B, C, D, E, F, G, H라 하자.
점 F를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선이 $\overline{CG}$, $\overline{DH}$와 만나는 점을 각각 I, J라 하자.
$\overline{BF}=\overline{CI}=\overline{DJ}=55$이므로
$\overline{JH}=\overline{DH}-\overline{DJ}=61-55=6$
$\triangle FJH$에서 G가 선분 FH의 중점이고 $\overline{IG}\,/\!/\,\overline{JH}$이므로 중점연결정리에 의해
$\overline{IG}=\frac{1}{2}\times\overline{JH}=\frac{1}{2}\times6=3$
$\overline{CG}=\overline{CI}+\overline{IG}=55+3=58$ ⋯ ㉠
선분 AE의 연장선과 선분 JF의 연장선의 교점을 K라 하면 $\triangle FIG\equiv\triangle FKE$이므로 $\overline{EK}=3$
즉, $\overline{AE}=\overline{AK}-\overline{EK}=55-3=52$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의해서 $\overline{CG}+\overline{AE}=58+52=110$

| 다른풀이 |



그림과 같이 사다리의 발판 양 끝 점을 A, B, C, D, E, F라 하자.
삼각형의 중점연결정리에 의하여
$\overline{BP}=\frac{1}{2}\overline{AD}$, $\overline{PE}=\frac{1}{2}\overline{CF}$
이때, $\overline{BE}=\overline{BP}+\overline{PE}=\frac{1}{2}\overline{AD}+\frac{1}{2}\overline{CF}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{CF})$
따라서 $\overline{AD}+\overline{CF}=2\overline{BE}=110$

| 특별 해설 |

▶ 중학교 학습 요소

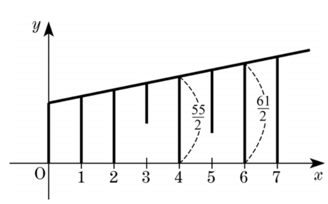
중학교 2학년 닮음의 활용 단원에서 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 배우고 이를 활용할 수 있는 능력을 학습한다. 또한 닮음의 성질을 이용하여 도형의 길이 뿐 아니라 넓이와 부피를 구할 수 있는 능력을 학습한다.

▶ 고등학교 평가 문제의 특징

사다리의 발판이 서로 평행하고 그 간격이 일정하므로 이웃하는 발판의 길이의 비, 즉 닮음비는 일정하게 유지된다. 이러한 닮음비의 성질을 이용하여 평행선 사이에 있는 선분의 길이를 구하는 문제가 중학교에서는 많이 출제된다. 닮음의 성질에 관해서는 고등학교에 올라와서도 그 성질을 심화시켜 학습한다거나 하는 과정이 더 이상 없다. 하지만 닮음비가 일정하게 유지되는 선분의 길이 관계는 일차함수나 등차수열의 개념으로 설명될 수 있다. 고등학교에서는 하나의 수학적 현상을 좀 더 유기적이고 종합적인 관점에서 해석하여 적용하는 눈을 가질 수 있도록 학습한다.

▶ 학습 전략

이 문항은 간단한 닮음비의 성질을 실생활에 요긴하게 적용할 수 있는 상황을 보여준다. 이와 같이 수학적 사고를 이용하여 실생활에 관한 문제를 해결하는 능력은 대학수학능력시험에서도 매년 빠지지 않고 출제되는 중요한 유형이다. 이 문제의 상황을 실생활이 아닌 중학교 1학년 때 학습했던 또 다른 수학적 상황인 일차함수와 연관시켜 해석하여 보자. 그림과 같이 사다리의 발판의 중점을 연결한 직선을 x축으로 하고 맨 위 발판의 연장선을 y축으로 하는 좌표평면 위에 사다리를 올려놓자. 사다리의 각 발판의 간격이 일정하므로 발판 사이의 간격을 1이라고 하면 각 발판에 아래 그림과 같이 좌표를 줄 수 있다. 이 때 그래프를 나타내는 일차함수 식을 $y=ax+b$라 하고 이 식에 $x=4$와 $x=6$을 대입하여 a와 b에 관한 식 $4a+b=\frac{55}{2}$, $6a+b=\frac{61}{2}$을 얻어 $a=\frac{3}{2}$, $b=\frac{43}{2}$를 구할 수 있다. 즉, 사다리 발판의 지지대를 나타내는 일차함수 식은 $y=\frac{3}{2}x+\frac{43}{2}$이고 $x=3$, $x=5$일 때의 y의 값인 $y=26$, $y=29$를 이용하면 부러진 발판의 길이를 구할 수 있다. 한편, 고등학교에서는 이러한 함수 개념을 x가 자연수일 때로 한정시켜 등차수열이라는 이름으로 공부한다. 이러한 개념을 이용하면 문제에서 주어진 길이 55인 발판의 길이가 부러진 두 이웃하는 발판의 길이의 평균과 같음을 쉽게 알 수 있다. 이처럼 수학은 여러 단원이 서로 밀접하게 관계를 맺고 있는데 고등학교에서는 나무만 보지 말고 숲을 볼 수 있도록 눈을 크게 뜨고 공부해야 할 것이다.



10 피타고라스의 정리를 이해하고 도형의 넓이를 구한다. 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	2%	2%	37%	54%	2%

| 정답풀이 |

$\overline{AB}:\overline{BC}=\sqrt{3}:1$이므로

$\overline{BC}=k\,(k>0)$이라 하면 $\overline{AB}=\sqrt{3}k$이다.

피타고라스의 정리에 의해 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$이므로 $\overline{CA}^2=(\sqrt{3}k)^2+k^2=4k^2$

$\overline{CA}=2k$

즉, $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=\sqrt{3}:1:2$

정오각형은 모두가 닮은 도형이고 닮음비가

$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=\sqrt{3}:1:2$

이므로 각각의 변을 한 변으로 하는 정오각형의 넓이의 비는 $(\sqrt{3})^2:1^2:2^2=3:1:4$

변 CA를 한 변으로 하는 정오각형의 넓이를 S라 하면 변 AB를 한 변으로 하는 정오각형의 넓이가 54이므로 $3:4=54:S$

$S=72$

따라서 변 CA를 한 변으로 하는 정오각형의 넓이는 72

11 이차함수의 그래프를 이해하고 꼭짓점의 좌표를 구한다. 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	7%	2%	11%	76%	2%

| 정답풀이 |

이차함수 $y=-x(x-6)$의 그래프와 x축과의 교점의 좌표를 구하기 위하여 $y=0$을 대입하면

$-x(x-6)=0$이므로

$x=0$ 또는 $x=6$

그러므로 두 교점의 좌표는 $(0,\ 0)$, $(6,\ 0)$이다.

즉, 점 A의 좌표는 $(6,\ 0)$이므로 $\overline{OA}=6$

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times(\text{밑변})\times(\text{높이})$

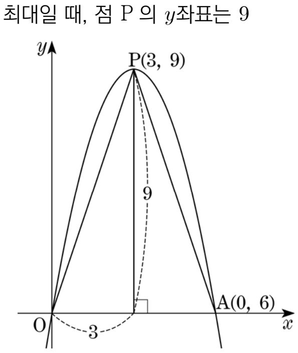
이고 삼각형 OAP의 밑변의 길이는 $\overline{OA}=6$으로 일정하므로 삼각형 OAP의 넓이가 최대이기 위해서는 높이가 최대이어야 한다.

높이가 최대인 경우는 점 P가 이차함수 $y=-x(x-6)$의 꼭짓점일 때이다.

$y=-(x^2-6x)=-(x-3)^2+9$에서

꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 9)$이므로

삼각형 OAP의 넓이가 최대일 때, 점 P의 y좌표는 9



| 다른풀이 |

점 P의 y좌표를 k라 할 때,

점 P가 제1사분면 위의 점이므로 k는 양수이다.

따라서 삼각형 OAP의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times k=\frac{1}{2}\times6\times k=3k$

즉, 삼각형 OAP의 넓이는 점 P가 이차함수 $y=-x(x-6)$의 꼭짓점일 때 최대이다.

$y=-x(x-6)$

$=-(x-3)^2+9$이므로

삼각형 OAP의 넓이가 최대일 때, 점 P의 y좌표는 9

12 원의 성질을 이해하여 원의 둘레를 구한다. 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	69%	3%	8%	12%	5%

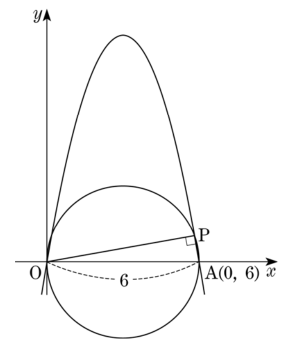
| 정답풀이 |

$\angle OPA=90°$이므로 선분 OA는 삼각형 OAP의 외접원의 지름이다.

즉, 삼각형 OAP의 외접원의 반지름의 길이는 3

따라서 삼각형 OAP의 외접원의 둘레의 길이는

$2\times\pi\times3=6\pi$



| 참고 |

$\angle OPA=90°$인 직각삼각형 OAP의 외접원의 중심을 C라 하면 원주각 $\angle OPA$의 중심각은 $\angle OCA$가 되므로 $\angle OCA=2\angle OPA=180°$

즉, 세 점 O, C, A는 한 직선 위에 있다.

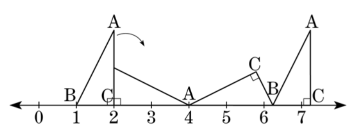
또한 점 C가 직각삼각형 OAP의 외접원의 중심이므로 $\overline{CA}=\overline{CO}$

따라서 직각삼각형의 외접원의 중심 C는 선분 OA의 중점이다.

13 무리수에 대응하는 점을 수직선에 나타내고 그 점을 구한다. 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	6%	13%	15%	54%	9%

| 정답풀이 |



직각삼각형 ABC는 수직선을 따라 시계 방향으로 굴러가면서 다음 순서에 의하여 이동한다.

ⅰ) 직각삼각형 ABC를 꼭짓점 C를 중심으로 시계 방향으로 굴리면, 점 C는 2에 대응하는 수직선 위의 점에 있고 선분 CA의 길이가 2이므로 꼭짓점 A는 4에 대응하는 수직선 위의 점으로 이동한다.

ⅱ) ⅰ)의 직각삼각형 ABC를 꼭짓점 A를 중심으로 시계 방향으로 굴리면, 점 A는 4에 대응하는 수직선 위의 점에 있고 선분 AB의 길이가 $\sqrt{5}$이므로 꼭짓점 B는 $4+\sqrt{5}$에 대응하는 수직선 위의 점으로 이동한다.

ⅲ) ⅱ)의 직각삼각형 ABC를 꼭짓점 B를 중심으로 시계 방향으로 굴리면, 점 B는 $4+\sqrt{5}$에 대응하는 수직선 위의 점에 있고 선분 AB의 길이가 1이므로 꼭짓점 C는 $5+\sqrt{5}$에 대응하는 수직선 위의 점으로 이동한다.

따라서 꼭짓점 C가 수직선과 처음으로 다시 만나는 점의 좌표는 $5+\sqrt{5}$

| 다른풀이 |

직각삼각형 ABC가 수직선을 따라 시계 방향으로 굴러가면서 이동할 때, 꼭짓점 C가 수직선과 처음으로 다시 만나는 점의 좌표는 점 C의 좌표에 직각삼각형 ABC의 둘레의 길이를 더한 것과 같다.

따라서

(점 C의 좌표)+(직각삼각형 ABC의 둘레의 길이)

$=2+(\sqrt{5}+1+2)=5+\sqrt{5}$

14 놀이에 활용된 상황을 이해하고 경우의 수를 구한다. 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	2%	3%	11%	3%	78%

| 정답풀이 |

갑, 을, 병이 각각 꺼낸 3장의 카드에 적힌 숫자 중 갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 큰 수가 되는 경우는 다음과 같다.

ⅰ) 갑이 숫자 2가 적힌 카드를 꺼낼 경우

병이 가진 카드에 적힌 숫자가 모두 2보다 큰 수이므로 갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가

가장 큰 수가 되는 경우의 수는 0

ⅱ) 갑이 숫자 5가 적힌 카드를 꺼낼 경우

갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 큰 수가 되려면 을은 숫자 5보다 작은 숫자인 1이 적힌 카드,

병은 숫자 5보다 작은 숫자인 3 또는 4가 적힌 카드를 꺼내야 한다.

그러므로 갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 큰 수가 되는 경우의 수는 $1\times2=2$

ⅲ) 갑이 숫자 9가 적힌 카드를 꺼낼 경우

을과 병이 가지고 있는 3장씩의 카드에 적힌 숫자가 모두 9보다 작은 수이므로 어떠한 카드를 꺼내도 갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 크다.

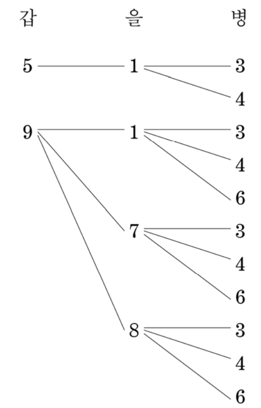
그러므로 갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 큰 수가 되는 경우의 수는 $3\times3=9$

따라서 ⅰ), ⅱ), ⅲ)의 경우의 수를 모두 더하면

$0+2+9=11$

| 다른풀이 |

갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 큰 수가 되는 경우를 나열하면 다음과 같다.



따라서 경우의 수는 11

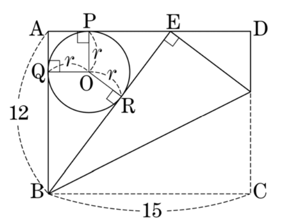
15 피타고라스의 정리를 이해하고 직각삼각형의 내접원의 넓이를 구한다. 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	87%	4%	2%	3%	2%

| 정답풀이 |

점 E는 점 C가 이동한 점이므로 $\overline{BE}=\overline{BC}=15$

$\overline{AB}=12$, $\overline{BE}=15$인 삼각형 ABE는 직각삼각형이므로 $\overline{AE}=\sqrt{15^2-12^2}=9$



직각삼각형 ABE에 내접하는 원에 대하여

내접원의 중심을 O, 직각삼각형 ABE와 내접원의 접점을 각각 P, Q, R, 내접원의 반지름을 r라 하면

$\overline{OP}=\overline{OQ}=\overline{OR}=r$이다.

ⅰ) (직각삼각형 ABE의 넓이)

$=\triangle ABO+\triangle BEO+\triangle EAO$

$=\dfrac{r}{2}(\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{EA})$

$=\dfrac{r}{2}(12+9+15)$

$=18r$

ⅱ) (직각삼각형 ABE의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AE}$

$=\dfrac{1}{2}\times12\times9=54$

그런데 ⅰ), ⅱ)에서 구한 삼각형의 넓이는 서로 같아야 하므로 $18r=54$

즉, $r=3$

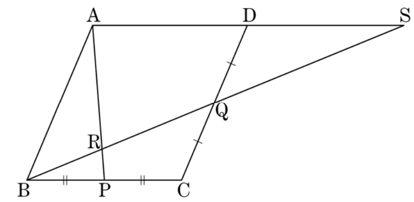
따라서 구하는 넓이는 $\pi\times3^2=9\pi$

16 삼각형의 닮음을 이용하여 선분의 길이의 비를 구한다. 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	7%	70%	9%	7%	4%

| 정답풀이 |

직선 BQ와 직선 AD의 교점을 S라 하자.



$\overline{DS}/\!/\overline{BC}$에서 $\angle BCQ=\angle SDQ$ (엇각)이고

$\overline{DQ}=\overline{QC}$, $\angle BQC=\angle SQD$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle DQS\equiv\triangle CQB$(ASA합동)

그러므로 $\overline{BQ}:\overline{QS}=1:1$

$\overline{AS}/\!/\overline{BP}$에서 $\angle RBP=\angle RSA$ (엇각)이고

$\angle BRP=\angle SRA$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle RBP\backsim\triangle RSA$ (AA닮음)

$\overline{AS}=2\overline{DS}=2\overline{CB}=4\overline{PB}$이므로

닮음비는 $1:4$

즉, (가)에 들어갈 수는 4이므로 $a=4$

$\overline{BR}:\overline{SR}=1:4$에서

$\overline{BR}=m$, $\overline{QS}=n$이라고 하면 $\overline{RS}=4m$, $\overline{BQ}=n$이므로

$\overline{BR}+\overline{RS}=\overline{BQ}+\overline{QS}$

즉, $m+4m=n+n$

$5m=2n$이므로 $\overline{QS}=n=\dfrac{5}{2}m$

그러므로 $\overline{RQ}=\overline{RS}-\overline{QS}=4m-n$

$=4m-\dfrac{5}{2}m=\dfrac{3}{2}m$

$\overline{BR}:\overline{RQ}:\overline{QS}\ =m:\dfrac{3}{2}m:\dfrac{5}{2}m=2:3:5$

(나)에 들어갈 수는 3이고, (다)에 들어갈 수는 5이므로 $b=3$, $c=5$

따라서 $a+b+c=4+3+5=12$

| 특별 해설 |

▶ 중학교 학습 요소

중학교 2학년의 ‘도형의 닮음’ 단원 중 다각형을 이용한 추론 능력이나 증명 능력을 묻는 문제이다. 삼각형의 닮음 조건, 삼각형의 중점연결정리를 기반으로 낸 문제이며 평행사변형의 성질 등 중학교 시기에 학습한 여러 가지 지식을 이용하는 문제이다. 삼각형의 중점연결정리는 ‘한 변의 중점을 지나고 밑변과 평행한 직선은 밑변의 길이의 $\dfrac{1}{2}$이다.’는 정리로 그 역도 성립한다.

▶ 고등학교 평가 문제의 특징

학교 평가에서는 서술형의 문제가 출제될 수 있어서 직접 증명하라는 문제나 값을 구하는 과정을 쓰도록 하여 과정 평가가 가능하다. 하지만 다수의 인원이 응시하는 대학수학능력시험이나 학력 평가와 같은 시험은 서술형을 물을 수 없으므로 이 문제와 같이 괄호를 채우는 문제가 출제된다. 예전에는 각각의 빈칸에 채울 식을 묻는 형태도 많이 출제되었지만 요즘은 빈칸에 넣을 식을 구하여 식의 값을 묻는 문제가 출제된다.

▶ 학습 전략

앞에서 언급한 바와 같이 증명이나 값을 구하는 과정 등을 평가하기 위하여 출제된 문항이므로 증명 과정이나 구하는 방법을 정확하게 준비하면 문제에 답할 수 있다. 단순한 지식적인 암기보다는 각 식이 의미하는 바를 이해하려고 노력하고 이를 표현하는 방법을 고민하다 보면 몰라보게 자란 자신의 수학 실력을 발견할 수 있을 것이다.

특히, 이와 같은 과정을 거치는 동안 남에게 자신의 주장을 표현하는 논리적인 방법에 대하여도 학습하게 되고 식의 엄밀성과 관찰력 등이 신장된다.

17 이차함수의 그래프를 이해하고 조건에 맞는 점의 개수를 구한다. 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	5%	2%	81%	4%	6%

| 정답풀이 |

x 좌표에 따라 경우를 나누고 y 좌표가 x 좌표를 제곱한 값보다 작은 점들의 개수를 구하면,

x 좌표가 1 일 때 0 (개)

x 좌표가 2 일 때 $2^2-1=3$ (개)

x 좌표가 3 일 때 $3^2-1=8$ (개)

x 좌표가 4 일 때 $4^2-1=(4-1)(4+1)=15$ (개)

와 같은 규칙이 나타나므로 x 좌표가 a 일 때, 점의 개수 $N=a^2-1$ 이다.

그러므로 x 좌표가 43 일 때 점의 개수 N을 구하면, $43^2-1=(43-1)(43+1)$ $=42\times44=2^3\times3\times7\times11$

따라서 자연수 N의 소인수는 2, 3, 7, 11

이므로 자연수 N의 소인수가 될 수 없는 것은 5

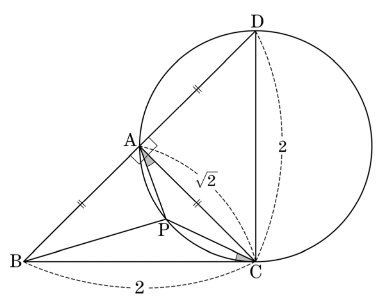
| 참고 |

$x=a$일 때 x좌표와 y좌표가 모두 자연수이고 y좌표가 x좌표를 제곱한 값보다 작은 점들의 개수는 a^2-1이고 $a^2-1=(a+1)(a-1)$이다.

18 원의 접선과 현, 접선과 할선의 성질을 이용하여 성립하는 내용을 추측한다. 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	6%	2%	14%	4%	72%

| 정답풀이 |



ㄱ. $\angle CAP=\angle BCP$ 이므로 접선과 현이 이루는 각에 대한 성질에 의하여 직선 BC 는 삼각형 APC 의 외접원에 접한다. (참)

ㄴ. 삼각형 ABC 가 $\overline{BC}=2$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\overline{BA}=\sqrt{2}$

직선 BC 는 삼각형 APC 의 외접원에 접하므로

$\overline{BC}^2=\overline{BA}\times\overline{BD}$

$2^2=\sqrt{2}\times\overline{BD}$

$\overline{BD}=2\sqrt{2}$

$\overline{AD}=\overline{BD}-\overline{BA}$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$ (참)

ㄷ. $\angle CAB=90^\circ$ 이므로

$\angle DAC=180^\circ-\angle CAB=90^\circ$ 이고,

$\overline{AC}=\sqrt{2}$, $\overline{AD}=\sqrt{2}$ 이므로

$\overline{AC}^2+\overline{AD}^2=\overline{CD}^2$

따라서 선분 CD 는 삼각형 APC 의 외접원의 지름이고, 그 길이는 2이므로 삼각형 APC 의 외접원의 반지름의 길이는 1 (참)

19 도형의 닮음을 이용하여 삼각비를 구하는 문제를 해결한다. 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	6%	6%	14%	21%	50%

| 정답풀이 |

점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{HM}=a\,(a>0)$라 하자.

삼각형 AMH는 세 각의 크기가 각각 30°, 60°, 90° 인 삼각형이므로 $\overline{AH}=\sqrt{3}a$, $\overline{AM}=2a$

삼각형 BAH는 세 각의 크기가 각각 30°, 60°, 90° 인 삼각형이므로 $\overline{BH}=3a$, $\overline{AB}=2\sqrt{3}a$

$\overline{BM}=\overline{BH}+\overline{HM}=3a+a=4a$ 이고,

$\overline{BM}=\overline{CM}$ 이므로 $\overline{CM}=4a$

$\overline{HC}=\overline{HM}+\overline{MC}=a+4a=5a$ 이고,

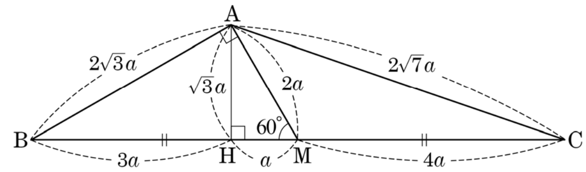
삼각형 AHC는 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{AH}^2+\overline{HC}^2=\overline{AC}^2$

이때, $\overline{AH}=\sqrt{3}a$, $\overline{HC}=5a$ 이므로

$(\sqrt{3}a)^2+(5a)^2=\overline{AC}^2$ 으로부터 $\overline{AC}=\sqrt{28a^2}=2\sqrt{7}a$

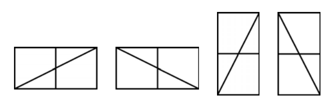
따라서 $\cos C=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}}=\dfrac{5a}{2\sqrt{7}a}=\dfrac{5\sqrt{7}}{14}$



20 두 점 사이의 거리를 이용하여 외적 상황에 활용된 문제를 해결한다. 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	3%	7%	68%	13%	7%

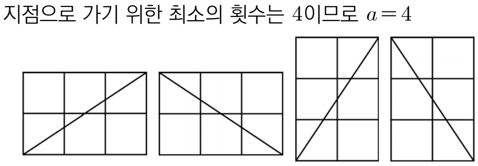
| 정답풀이 |



그림과 같이 가 꼭짓점에서 꼭짓점으로 이동한 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로 이동하는 방법은 가로 2칸, 세로 1칸 또는 가로 1칸, 세로 2칸이다.

가 A 지점으로 가는 가장 짧은 거리는 가로 1칸, 세로 7칸이다. 그러므로 가로 1칸, 세로 2칸 가는 방법으로 3번을 이동하고, 가로 2칸, 세로 1칸 가는 방법으로 1번을 이동해야 한다.

즉, 가 A 지점으로 가기 위한 최소의 횟수는 4이므로 $a=4$



그림과 같이 이 꼭짓점에서 꼭짓점으로 이동한 거리가 $\sqrt{13}$ 이므로 이동하는 방법은 가로 3칸, 세로 2 칸 또는 가로 2 칸, 세로 3 칸이다.

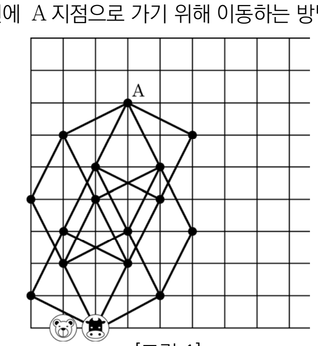
이 A 지점으로 가는 가장 짧은 거리는 가로 2칸, 세로 7칸이다. 그러므로 가로 3 칸, 세로 2칸 가는 방법으로 2 번을 이동하고, 가로 2칸, 세로 3 칸 가는 방법으로 1 번을 이동해야 한다.

즉, 이 A 지점으로 가기 위한 최소의 횟수는 3 이므로 $b=3$

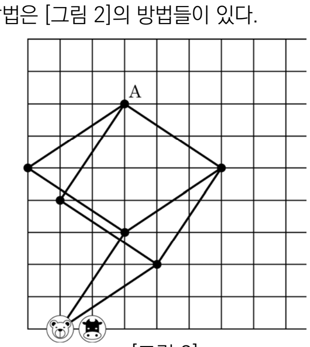
따라서 $a+b=7$

| 참고 |

가 4번에 A 지점으로 가기 위해 이동하는 방법은 [그림 1]의 방법들이 있다. 이 3번에 A 지점으로 가기 위해 이동하는 방법은 [그림 2]의 방법들이 있다.



[그림 1]



[그림 2]

| 특별 해설 |

▶ 중학교 학습 요소

중학교 1학년 첫 단원 '수와 연산'에서 자연수, 정수, 유리수를 공부한 후 중학교 3학년에서 실수를 무리수까지 확장하여 공부한다. 중학교 3학년 첫 단원인 '실수와 그 계산'에서는 제곱근의 뜻을 공부하고 제곱근에 관한 식을 계산하는 학습을 한다. 또한 중학교

3학년 '피타고라스의 정리' 단원을 통해 무리수로 표현되는 도형의 길이나 넓이, 부피에 관해 수학적 경험을 하게 되면서 유리수 범위까지만 사용하던 수를 실수 범위까지 좀 더 폭넓게 사용할 수 있게 된다.

▶ 고등학교 평가 문제의 특징

중학교에서는 근호로 표현된 식의 계산을 하거나 피타고라스의 정리를 이용하여 도형의 길이나 넓이, 부피를 직접 구하는 문제가 자주 출제된다. 고등학교에서는 수에 관한 구조적인 이해를 바탕으로 이를 실생활이나 다른 수학적 상황에 적용할 수 있는가를 묻는 문제가 많이 출제된다. 이 문항은 피타고라스의 정리와 무리수의 성질을 이용하여 말판에서 규칙에 따라 이동하는 말이 목적지까지 이동하는 경우의 수를 구하는 문제이다.

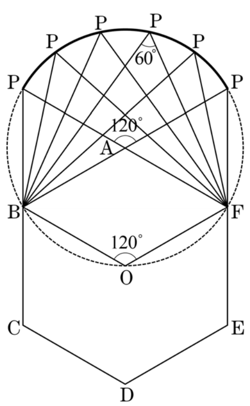
▶ 학습 전략

주어진 수를 두 개의 제곱수의 합으로 표현하면 말이 이동하는 경로를 쉽게 추측할 수 있다. 즉, 사각형의 대각선의 길이 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{13}$ 을 $\sqrt{5}=\sqrt{1^2+2^2}$ 과 $\sqrt{13}=\sqrt{2^2+3^2}$ 으로 이해하여 두 종류의 말이 이동하는 경로에 대한 규칙을 발견하고 이 규칙을 토대로 목표 지점까지 이동하는 경우의 수를 구한다. 이처럼 실수의 성질을 이해하고 이를 수학 외적인 상황에 적용하여 문제에서 요구하는 가능한 경우의 수를 추론하는 문항은 수학 내적, 외적 문제 해결력을 동시에 요구하는 문항으로서 대학수학능력시험에서 자주 출제되는 유형이다.

21 원주각의 성질을 이용하여 도형의 길이를 추측한다. 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	22%	8%	11%	6%	51%

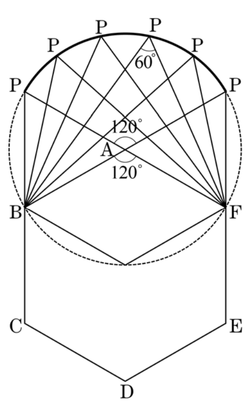
| 정답풀이 |



정육각형 ABCDEF 의 대각선의 교점을 O라 하면 $\angle BOF=120°$ 이고, $\angle BPF=60°$ 이므로 사각형 BOFP의 한 쌍의 대각의 합은 $180°$ 이다.
따라서 그림과 같이 사각형 BOFP는 중심이 A이고 반지름이 $\overline{AB}$ 인 원에 내접한다.
이때, [그림 1]의 상태에서 $\angle BAP=60°$ 이고, [그림 3]의 상태에서 $\angle PAF=60°$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 점 P가 움직여 그려지는 호에 대한 중심각은 $120°$ 이다.
따라서 그려지는 호의 길이는

$$2\pi\times1\times\frac{120°}{360°}=\frac{2}{3}\pi$$

| 다른풀이 |



그림과 같이 점 P가 움직인 경로는 정육각형의 한 꼭짓점 A 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원의 일부가 된다.
이때 정육각형의 한 내각의 크기가 $120°$ 이므로 그려지는 호의 길이는

$$2\pi\times1\times\frac{120°}{360°}=\frac{2}{3}\pi$$

단답형

22 삼각비를 이해하고 식의 값을 구한다. 정답 4

선지별 선택비율/정답률	22% (주관식)

| 정답풀이 |

$3(\cos60°+\sin30°)^2+\tan60°\times\tan30°$

$=3(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})^2+\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}$

$=3+1=4$

23 이차방정식의 근의 뜻을 이해하고 이차방정식의 근과 계수를 구한다. 정답 24

선지별 선택비율/정답률	16% (주관식)

| 정답풀이 |

이차방정식 $x^2-10x+a=0$ 의 한 근이 2 이므로 $x=2$ 를 대입하면

$2^2-10\times2+a=0$

$a=16$

이차방정식 $x^2-10x+a=0$ 에 $a=16$ 을 대입하면

$x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=8$

그러므로 $b=8$

따라서 $a+b=24$

24 두 사건이 동시에 일어날 때, 확률을 구하는 방법을 이해한다. 정답 101

선지별 선택비율/정답률	22% (주관식)

| 정답풀이 |

주머니 A 에 있는 8개의 공 중 흰 공이 3개이므로 주머니 A 에서 흰 공 한 개를 꺼낼 확률은 $\frac{3}{8}$

주머니 B 에 있는 10개의 공 중 흰 공이 7개이므로 주머니 B 에서 흰 공 한 개를 꺼낼 확률은 $\frac{7}{10}$

두 주머니 A , B 에서 각각 한 개씩 꺼낸 두 공이 모두 흰 공일 확률

$\frac{q}{p}=\frac{3}{8}\times\frac{7}{10}=\frac{21}{80}$

따라서 $p=80$, $q=21$ 이므로 $p+q=80+21=101$

25 도수분포표를 이해하여 주어진 자료의 분산을 구한다. 정답 32

선지별 선택비율/정답률	52% (주관식)

| 정답풀이 |

도수분포표에서

$$(\text{분산})=\frac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

봉사 활동 시간의 평균이 16시간이므로 각각의 봉사 활동 시간에 따른 각 계급의 계급값, 편차, $(\text{편차})^2$, 도수는 표와 같다.

봉사 활동 시간(시간)	계급값	편차	$(\text{편차})^2$	도수 (명)
$11^{\text{이상}}$ ~ $13^{\text{미만}}$	12	-4	16	1
13 ~ 15	14	-2	4	1
15 ~ 17	16	0	0	5
17 ~ 19	18	2	4	3
합계				10

분산을 구하면

$$\frac{16\times1+4\times1+0\times5+4\times3}{10}=3.2$$

이므로 $a=3.2$

따라서 $10a=32$

| 참고 |

도수분포표에서

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

문제에서 주어진 도수분포표를 이용하여 봉사 활동 시간의 평균을 구하면

$$\frac{12\times1+14\times1+16\times5+18\times3}{10}=16$$

| 특별 해설 |

▶ 중학교 학습 요소

대푯값으로서의 평균과 산포도로서의 분산, 표준편차에 대한 개념은 일상생활에서 수없이 접하게 되는 꼭 필요한 개념이다. 평균에 관한 개념은 이미 초등학교에서 학습했고 중학교 1학년 때는 주어진 자료를 도수분포표로 나타내어 해석하고 평균을 직접 구하는 방법을 공부했다. 중학교 3학년이 되어서는 평균을 포함하여 중앙값, 최빈값과 같이 대푯값의 의미를 확장하여 학습했다. 하지만 대푯값만으로는 자료의 특성을 정확하게 이해하고 표현하기 어려워 자료가 흩어져 있는 정도를 나타내는 개념으로서 산포도인 분산과 표준편차를 공부했다.

▶ 고등학교 평가 문제의 특징

중학교에서는 주어진 자료를 도수분포표로 만들고 이를 이용하여 평균과 분산, 표준편차를 직접 구하는 문제가 많이 출제된다. 이는 통계에서 가장 기본적이고 중요한 능력으로 고등학교에서는 도수분포와 비슷하게 확률분포를 구하고 이를 이용하여 확률변수의 평균과 분산을 구하는 방법을 공부한다. '확률변수의 평균'이나 '확률변수의 분산'과 같은 용어는 중학교에서 전혀 다루지 않은 낯선 용어이지만 중학교에서 배운 도수분포 상황을 확률분포 상황으로 바꾸어 해석하는 것일 뿐 그 기본적인 이해와 개념은 다르지 않다. 특히, 대푯값과 산포도는 통계에서 가장 기본이 되는 중요한 개념으로 중학교 과정에서 정확하게 습득해야 한다.

▶ 학습 전략

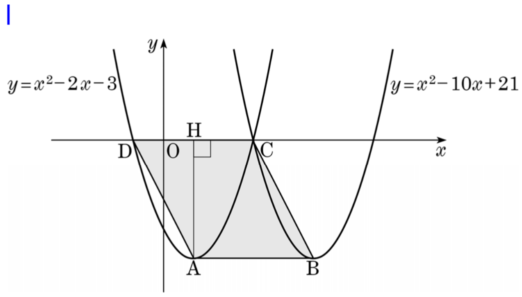
주어진 자료의 분산을 구하기 위해서는 자료의 평균을 먼저 구하고 각 계급값의 평균에 대한 편차를 구해 '(편차의 제곱)의 평균'을 구해야 한다. 하지만 평균은 분산에 비해 아주 친숙한 개념이고 초등학교 때부터 학습해 왔으므로, 이 개념을 묻는 과정은 생략하였다. 즉 학생들이 이 문제를 해결할 때 단순 계산으로 인해 시간을 손실하지 않도록 평균을 제시했다. 결국 이 문제를 해결하기 위해서는 4개의 편차를 구해 '(편차의 제곱)의 평균'을 구하면 된다. 대학수학능력시험에서는 분산에 대한 개념을 이해하고 확장하여 적용할 수 있는 능력을 측정하기 위한 문제가 꾸준하게 출제되고 있다. 간단하게는 주어진 자료의 흩어져 있는 정도를 직관적으로 파악하여 각 자료의 분산의 크기를 비교, 결정하는 문제가 출제된 적이 있고, 조금 더 발전되어 확률분포, 표본평균의 분포와 관련하여 산포도에 관한 여러 가지 문제가 출제되고 있다.

26 이차함수의 그래프를 이용하여 도형의 넓이에 활용된 문제를 해결한다.

정답 16

선지별 선택비율/정답률	22% (주관식)

| 정답풀이 |



이차함수 $y=x^2-2x-3$ 은 $y=(x-1)^2-4$ 이므로

꼭짓점 A 의 좌표는 $(1,\ -4)$ 이다.

이차함수 $y=x^2-10x+21$ 은 $y=(x-5)^2-4$ 이므로

꼭짓점 B 의 좌표는 $(5,\ -4)$ 이다.

이차함수 $y=x^2-2x-3$ 의 그래프와 x 축과의 교점 C , D 의 좌표를 구하기 위하여 $y=0$ 을 대입하면

$x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=3$

그러므로 $\mathrm{C}(3,\ 0)$, $\mathrm{D}(-1,\ 0)$

$\overline{\mathrm{AB}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}=4$ 이므로

사각형 ABCD 는 평행사변형이다.

꼭짓점 A , B 의 y 좌표가 -4 이므로 꼭짓점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{\mathrm{AH}}=4$

따라서 평행사변형 ABCD 의 넓이는

$\overline{\mathrm{CD}}\times\overline{\mathrm{AH}}=4\times4=16$

27 삼각비의 값을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

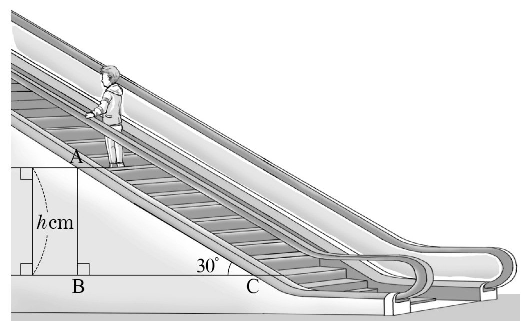
정답 200

선지별 선택비율/정답률	25% (주관식)

| 정답풀이 |

그림과 같이 삼각형의 각 꼭짓점을 A , B , C라 하면 $\overline{\mathrm{CA}}$ 는 학생이 에스컬레이터를 타고 10초 동안 이동한 거리이고, 에스컬레이터는 매초 40㎝ 씩 이동하므로 학생이 에스컬레이터를 타고 이동한 거리는

$\overline{\mathrm{CA}}=40\times10=400(\text{㎝})$



$\angle\mathrm{B}=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle\mathrm{C}=30^\circ$이므로

$$\sin30^\circ=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{CA}}}=\frac{h}{400}$$

$\sin30^\circ=\dfrac{1}{2}$ 이므로 $\dfrac{1}{2}=\dfrac{h}{400}$

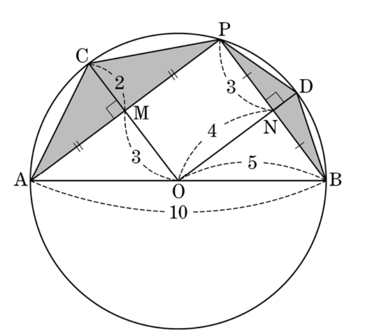
따라서 구하고자 하는 높이 $h=200$

28 피타고라스의 정리를 이용하여 삼각형의 넓이 구하는 문제를 해결한다.

정답 11

선지별 선택비율/정답률	29% (주관식)

| 정답풀이 |



반지름의 길이 $\overline{\mathrm{OC}}=5$이므로 $\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{OC}}-\overline{\mathrm{MC}}=5-2=3$

$\overline{\mathrm{BN}}=\overline{\mathrm{PN}}=\overline{\mathrm{OM}}=3$이고 삼각형 NOB는 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리에 의해

$\overline{\mathrm{PM}}=\overline{\mathrm{ON}}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$

삼각형 CAP 의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AP}}\times\overline{\mathrm{CM}}=\dfrac{1}{2}\times8\times2=8$

삼각형 DPB의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{PB}}\times\overline{\mathrm{ND}}=\dfrac{1}{2}\times6\times1=3$

따라서 구하는 두 삼각형의 넓이의 합은 $8+3=11$

29 원주각의 성질을 이용하여 영역의 넓이 구하는 문제를 해결한다. 정답 64

선지별 선택비율/정답률 91% (주관식)

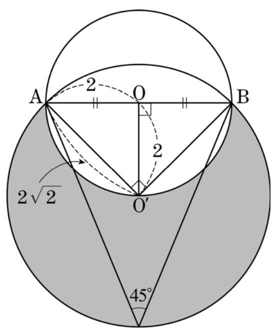
| 정답풀이 |

직선 AB의 아래쪽에 점 P가 있다고 가정하자.

$\angle APB = 90°$인 점은 선분 AB의 중점 O를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 $\overline{AO} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 2$인 원 위의 점이다.

$\angle APB = 45°$인 점은 선분 AB를 현으로 하고, 중심각이 $\angle AO'B = 90°$인 원 위의 점이다. 이 원의 중심 O′은 현 AB의 수직이등분선 위에 있으므로 현 AB의 수직이등분선과 원 O의 교점이 된다.

삼각형 AO′B가 $\angle AO'B = 90°$이고, 선분 AB가 빗변인 직각이등변삼각형이므로 원 O′의 반지름의 길이는 $\overline{AO'} = \overline{BO'} = 2\sqrt{2}$



[그림 1]

직선 AB의 아래쪽에 있는 점 P가 나타내는 영역은 [그림 1]의 어두운 부분과 같고, 그 넓이는 (반지름이 $\overline{AO'}$이고 중심각이 $\angle AO'B = 270°$인 부채꼴의 넓이)에서 (현 O′B와 호 O′B로 이루어진 활꼴과 현 O′A와 호 O′A로 이루어진 활꼴의 넓이의 합)을 뺀 값이다.

ⅰ) 반지름이 $\overline{AO'}$이고, 중심각이 $\angle AO'B = 270°$인 부채꼴의 넓이는

$\pi \times (2\sqrt{2})^2 \times \frac{270°}{360°} = 6\pi$

ⅱ) 현 O′B와 호 O′B로 이루어진 활꼴과 현 O′A와 호 O′A로 이루어진 활꼴의 넓이의 합은 원 O의 반원에서 삼각형 AO′B의 넓이를 뺀 값이므로

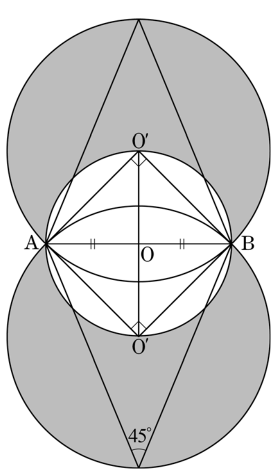
$\frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 - \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2})^2 = 2\pi - 4$

ⅰ), ⅱ)에 의하여 직선 AB의 아래쪽에 있는 점 P가 나타내는 영역의 넓이는

$6\pi - (2\pi - 4) = 4\pi + 4$

직선 AB의 위쪽에 점 P가 있을 때도 마찬가지의 방법으로 계산할 수 있으므로 점 P가 나타내는 영역은 [그림 2]의 어두운 부분과 같고, 그 넓이는 $2(4\pi + 4) = 8\pi + 8$이다.

따라서 $a = 8$, $b = 8$이므로 $ab = 64$



[그림 2]

30 약수, 배수의 성질을 이용하여 입체도형의 겉넓이 구하는 문제를 해결한다. 정답 184

선지별 선택비율/정답률 92% (주관식)

| 정답풀이 |

정육면체의 한 변의 길이를 n이라고 하면 한 면의 넓이는 n^2이고 정육면체는 6개의 면이 있으므로 정육면체의 겉넓이는 $6n^2$이다.

문제에서 정육면체의 겉넓이가 $720abc$이므로

$6n^2 = 720abc$

즉, $n^2 = 120abc$이므로

$n = \sqrt{120abc} = 2\sqrt{30abc}$

그런데 n은 자연수이고 정육면체의 겉넓이가 최소이므로 $abc = 30k^2$(단, k는 자연수)에서 $k = 1$

따라서 $abc = 30$이고, 블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab + bc + ca)$이다.

a, b, c가 될 수 있는 각각의 경우에 대해 겉넓이를 계산하면 다음과 같다.

Ⅰ) $a = 1$, $b = 1$, $c = 30$일 때

블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab + bc + ca) = 122$

이때, a, b, c에 대응되는 1, 1, 30의 순서가 바뀌더라도 겉넓이는 122로 일정하다.

ⅱ) $a = 1$, $b = 2$, $c = 15$일 때

블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab + bc + ca) = 94$

이때, a, b, c에 대응되는 1, 2, 15의 순서가 바뀌더라도 겉넓이는 94로 일정하다.

ⅲ) $a = 1$, $b = 3$, $c = 10$일 때

블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab + bc + ca) = 86$

이때, a, b, c에 대응되는 1, 3, 10의 순서가 바뀌더라도 겉넓이는 86으로 일정하다.

ⅳ) $a = 1$, $b = 5$, $c = 6$일 때

블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab + bc + ca) = 82$

이때, a, b, c에 대응되는 1, 5, 6의 순서가 바뀌더라도 겉넓이는 82로 일정하다.

ⅴ) $a = 2$, $b = 3$, $c = 5$일 때

블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab + bc + ca) = 62$

이때, a, b, c에 대응되는 2, 3, 5의 순서가 바뀌더라도 겉넓이는 62로 일정하다.

위의 ⅰ)~ⅴ)의 경우로부터 블록 한 개의 겉넓이의 최댓값 $M = 122$, 최솟값 $m = 62$

따라서 $M + m = 184$

등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	88	81	68	53	37	25	17	12
나의 점수	[ ] 점				[ ] 등급			

오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	30	29	19	25	21
오답률(%)	94.0	93.0	58.5	58.0	54.5

04회 2016학년도 6월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설

본문 30-37페이지

1 ①	2 ④	3 ⑤	4 ①	5 ①
6 ②	7 ③	8 ④	9 ①	10 ②
11 ③	12 ④	13 ④	14 ⑤	15 ④
16 ②	17 ⑤	18 ⑤	19 ③	20 ③
21 ②	22 7	23 36	24 34	25 27
26 25	27 54	28 32	29 12	30 394

5지 선다형

1 다항식 계산하기

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	95%	1%	0%	1%	0%

| 정답풀이 |

$$\begin{aligned} A-B &= (2x^2+3xy+1)-(2x^2+2xy-3) \\ &= xy+4 \end{aligned}$$

2 복소수 계산하기

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	2%	1%	1%	92%	1%

| 정답풀이 |

$$\begin{aligned} (4+2i)+(1-3i) &= (4+1)+(2-3)i \\ &= 5-i \end{aligned}$$

3 나머지 계산하기

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	2%	1%	4%	2%	89%

| 정답풀이 |

$f(x)=x^3-ax+6$ 이라 하면

$f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지 $f(1)=0$ 이다.

따라서 $f(1)=1-a+6=0$ 이므로 $a=7$ 이다.

4 이차부등식 이해하기

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	87%	2%	5%	2%	1%

| 정답풀이 |

해가 $-1<x<5$ 이고 이차항의 계수가 1 인

이차부등식을 구하면

$(x+1)(x-5)<0$

$x^2-4x-5<0$

이므로 $a=-4$, $b=-5$ 이다.

따라서 $ab=20$ 이다.

5 항등식의 성질 이해하기

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	92%	2%	2%	1%	1%

| 정답풀이 |

등식을 정리하면 $x^2+(a-1)x-a=bx^2-3x+2$

이고, 항등식의 성질에 의해

$a=-2$, $b=1$

이다.

따라서 $a+b=-1$ 이다.

| 다른풀이 |

등식 $(x-1)(x+a)=bx^2-3x+2$ 의 양변에

$x=0$을 대입하면 $-a=2$ 이므로 $a=-2$ 이다.

$x=1$을 대입하면 $b-1=0$ 이므로 $b=1$ 이다.

따라서 $a+b=-1$ 이다.

6 인수분해 이해하기

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	4%	89%	2%	1%	1%

| 정답풀이 |

$2016=x$라 하면

$$\begin{aligned} \frac{2016^3+1}{2016^2-2016+1} &= \frac{x^3+1}{x^2-x+1} \\ &= \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1} \\ &= x+1 \\ &= 2017 \end{aligned}$$

이다.

7 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

정답 ③

선지별 선택비율/정답률	2%	5%	86%	2%	3%

| 정답풀이 |

$|x-a|<5$의 해는 $a-5<x<a+5$이므로

정수 x 의 최댓값이 12가 되기 위해서는

$12<a+5\le 13$ 즉, $7<a\le 8$이다.

따라서 정수 a의 값은 8이다.

8 인수분해 이해하기

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	3%	4%	5%	83%	2%

| 정답풀이 |

$x^2-x=t$ 라 두면

$$\begin{aligned} (x^2-x)^2+2x^2-2x-15 &= t^2+2t-15 \\ &= (t+5)(t-3) \\ &= (x^2-x+5)(x^2-x-3) \end{aligned}$$

이므로

$a=-1$, $b=5$, $c=-3$

또는

$a=-1$, $b=-3$, $c=5$

이다.

따라서 $a+b+c=1$ 이다.

9 삼차방정식 이해하기

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	82%	4%	6%	4%	2%

| 정답풀이 |

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & 1 & -3 \\ & & 1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

조립제법에 의하여

$x^3+x^2+x-3=(x-1)(x^2+2x+3)=0$이다.

주어진 삼차방정식의 두 허근 α, β는
이차방정식 $x^2+2x+3=0$의 두 근이므로

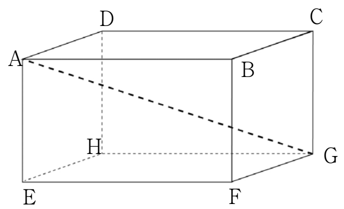
$$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=3$$

이다. 따라서 $(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1$
$=6$
이다.

10 곱셈공식 이용하여 도형 문제 해결하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률					
	3%	80%	4%	6%	5%

| 정답풀이 |



이웃하는 세 모서리의 길이를 각각 a, b, c라 하자
$\overline{AG}=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{13}$ 이므로

$$a^2+b^2+c^2=13$$

이다.
모든 모서리의 길이의 합은 $4(a+b+c)=20$ 이므로

$$a+b+c=5$$

이다.
따라서 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned}2(ab+bc+ca)&=(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)\\&=25-13\\&=12\end{aligned}$$

이다.

11 연립방정식 이해하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률					
	3%	3%	85%	4%	3%

| 정답풀이 |

주어진 연립일차방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{cases}x+y=8\cdots\cdots①\\ y-z=2\cdots\cdots②\\ z-x=4\cdots\cdots③\end{cases}$$

①－②에서

$$x+z=6\cdots\cdots④$$

이다.
③＋④에서
$2z=10$ 즉, $z=5$이므로
②와 ③에 대입하면
$x=1$, $y=7$
이다.
따라서 $a=1$, $b=7$, $c=5$ 이므로
$abc=1\times7\times5=35$ 이다.

12 사차방정식 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률					
	3%	5%	3%	82%	5%

| 정답풀이 |

1	1	−5	5	5	−6
		1	−4	1	6
−1	1	−4	1	6	0
		−1	5	−6	
	1	−5	6	0	

조립제법에 의하여

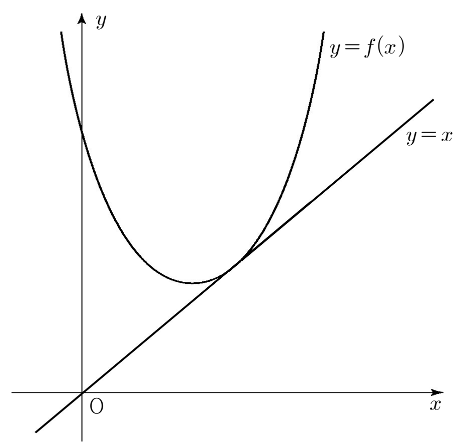
$$\begin{aligned}x^4-5x^3+5x^2+5x-6&=(x+1)(x-1)(x^2-5x+6)\\&=(x+1)(x-1)(x-2)(x-3)=0\end{aligned}$$

이므로 해는 -1, 1, 2, 3 이다.
따라서 $\alpha=-1$, $\beta=3$이므로 $\beta-\alpha=4$ 이다.

13 이차함수와 직선과의 위치관계 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률					
	4%	5%	8%	68%	13%

| 정답풀이 |



이차함수 $y=x^2-2ax+5a$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 그래프가 오직 한 점에서 만나므로
$x^2-2ax+5a=x$가 중근을 가져야 한다.
따라서 이차방정식 $x^2-(2a+1)x+5a=0$ 의 판별식을 D라 하면

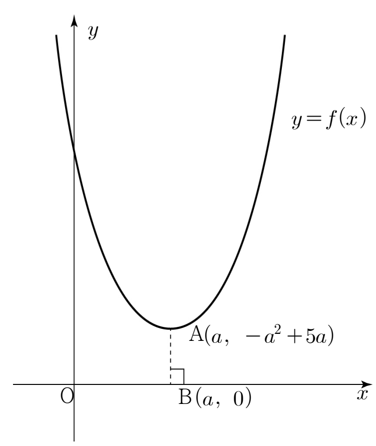
$$\begin{aligned}D&=(2a+1)^2-20a\\&=4a^2-16a+1=0\end{aligned}$$

이다.
근과 계수의 관계에 의해 모든 실수 a 의 값의 합은 4 이다.

14 이차함수의 그래프를 이용하여 최대최소 문제 해결하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률					
	9%	10%	9%	15%	55%

| 정답풀이 |



$$\begin{aligned}y&=x^2-2ax+5a\\&=(x-a)^2-a^2+5a\end{aligned}$$

이므로 $\mathrm{A}(a,\ -a^2+5a)$이다.
따라서 $0<a<5$이므로 $\overline{OB}=a$, $\overline{AB}=-a^2+5a$ 이다.
$\overline{OB}+\overline{AB}=g(a)$ 라 하면
$g(a)=-a^2+6a$ 이다.
따라서 $g(a)=-(a-3)^2+9$ 이므로
$0<a<5$에서 $\overline{OB}+\overline{AB}$ 의 최댓값은 9 이다.

15 복소수 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	8%	18%	8%	61%	3%

| 정답풀이 |

$z^2 = z \cdot z = -i$

$z^3 = z^2 \cdot z = -\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$

$z^4 = (z^2)^2 = -1$

$z^5 = z^4 \cdot z = -\dfrac{1+i}{\sqrt{2}\,i}$

$z^6 = z^4 \cdot z^2 = i$

$z^7 = z^6 \cdot z = \dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$

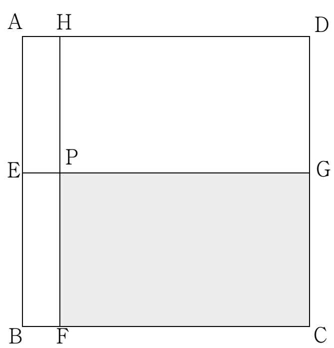
$z^8 = (z^4)^2 = 1$

따라서 $z^n = 1$이 되도록 하는 자연수 n의 최솟값은 8이다.

16 근과 계수의 관계를 이용하여 이차방정식 문제해결하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	7%	69%	16%	4%	2%

| 정답풀이 |



$\overline{\mathrm{AH}} = \alpha$, $\overline{\mathrm{AE}} = \beta$라 하면

$\overline{\mathrm{PG}} = 10-\alpha$, $\overline{\mathrm{PF}} = 10-\beta$이다.

직사각형 PFCG의 둘레의 길이는

$2(10-\alpha)+2(10-\beta) = 28$이므로

$\alpha+\beta = 6$이다.

직사각형 PFCG의 넓이는

$(10-\alpha)(10-\beta) = 46$이므로

$\alpha\beta = 6$이다.

따라서 α, β를 두 근으로 하는 이차방정식은

$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta = 0$에서

$x^2-6x+6=0$이다.

17 복소수의 성질 추론하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	8%	5%	16%	15%	53%

| 정답풀이 |

ㄱ. z^2-z는 실수이므로 $\overline{z^2-z}$도 실수이다. (참)

ㄴ. $z=a+bi\ (b\neq 0)$에 대하여

$z^2-z = a^2+2abi-b^2-a-bi$
$\quad = (a^2-a-b^2)+(2a-1)bi$

이고

z^2-z가 실수이고, $b\neq 0$이므로 $a=\dfrac{1}{2}$이다.

따라서 $z=\dfrac{1}{2}+bi$이고 $\bar{z}=\dfrac{1}{2}-bi$이므로

$z+\bar{z}=1$이다. (참)

ㄷ. $z=\dfrac{1}{2}+bi$이고 $\bar{z}=\dfrac{1}{2}-bi$이므로

$z\bar{z}=\dfrac{1}{4}+b^2$이고 $b\neq 0$이므로 $z\bar{z}>\dfrac{1}{4}$이다. (참)

| 참고 |

ㄴ은 다음과 같은 두 방법으로 풀 수도 있다.

(1) z^2-z가 실수이고, $\overline{z^2-z} = (\bar{z})^2-\bar{z}$이므로

$z^2-z = (\bar{z})^2-\bar{z}$가 성립한다.

$z^2-z-\{(\bar{z})^2-\bar{z}\}=0$에서

인수분해하면

$(z-\bar{z})(z+\bar{z}-1)=0$이고

z는 실수가 아니므로 $z\neq\bar{z}$이다.

따라서 $z+\bar{z}=1$이다. (참)

(2) $z^2-z=k$(단, k는 실수)라 하면 $(\bar{z})^2-\bar{z}=k$이므로

z, $\bar{z}$는 이차방정식 $x^2-x-k=0$의 두 근이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$z+\bar{z}=1$이다. (참)

18 이차함수를 이용하여 통합교과적 문제 해결하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	4%	5%	8%	5%	76%

| 정답풀이 |

행성 A와 A의 위성 사이의 거리와 행성 B와 B의 위성 사이의 거리를 각각 r_A, r_B라 하면

$$r_A = 45r_B \cdots\cdots ①$$

이다.

행성 A의 위성의 공전 속력과 행성 B의 위성의 공전 속력을 각각 v_A, v_B라 하면

$$v_A = \frac{2}{3}v_B \cdots\cdots ②$$

이다.

①과 ②에 의해

$$\begin{aligned} M_A &= \frac{r_A {v_A}^2}{G} \\ &= \frac{45r_B\left(\frac{2}{3}v_B\right)^2}{G} \\ &= 20\times\frac{r_B {v_B}^2}{G} \\ &= 20M_B \end{aligned}$$

이다.

따라서 $\dfrac{M_A}{M_B}=20$이다.

19 실수의 성질을 이용하여 이차방정식 문제해결하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	5%	11%	47%	17%	18%

| 정답풀이 |

$2+\sqrt{3}$은 방정식 $ax^2+\sqrt{3}bx+c=0$의 한 근이므로

$a(2+\sqrt{3})^2+\sqrt{3}b(2+\sqrt{3})+c=0$이다.

정리하면 $(7a+3b+c)+(4a+2b)\sqrt{3}=0$이고

a, b, c가 유리수이므로

$7a+3b+c=0$, $4a+2b=0$이다. 따라서

$$b=-2a,\ c=-a$$

이다.

그러므로 주어진 방정식은

$a(x^2-2\sqrt{3}x-1)=0$이고

이 이차방정식의 두 근은 $x=\sqrt{3}\pm 2$이다.

따라서 $\beta=-2+\sqrt{3}$이므로

$\alpha+\dfrac{1}{\beta}=2+\sqrt{3}+\dfrac{1}{-2+\sqrt{3}}=0$이다.

| 다른 풀이1 |

$t=\sqrt{3}x$라 두면 주어진 방정식은

$\dfrac{a}{3}t^2+bt+c=0$ 즉, $at^2+3bt+3c=0$이다.

이 방정식은 한 근이 $t=\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$
$\quad=3+2\sqrt{3}$

이고 계수가 모두 유리수이므로 다른 한 근은
$t=3-2\sqrt{3}$ 이다.
따라서 주어진 방정식의 다른 한 근
$\beta=\frac{t}{\sqrt{3}}=\frac{3-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=-2+\sqrt{3}$ 이므로
$a+\frac{1}{\beta}=2+\sqrt{3}+\frac{1}{-2+\sqrt{3}}=0$이다.

| 다른 풀이2 |
$\alpha=2+\sqrt{3}$ 에서 $\alpha-\sqrt{3}=2$이고 양변을 제곱하여 정리하면 $\alpha^2-2\sqrt{3}\alpha-1=0$ 이다.
따라서 α는 이차방정식 $a(x^2-2\sqrt{3}x-1)=0$ 의 근이다.
근과 계수의 관계에 의해 $2+\sqrt{3}+\beta=2\sqrt{3}$ 이므로 $\beta=-2+\sqrt{3}$ 이다.
따라서 $a+\frac{1}{\beta}=2+\sqrt{3}+\frac{1}{-2+\sqrt{3}}=0$이다.

| 참고 | 아래와 같은 방법으로 풀 수도 있다.
두 유리수 p, q에 대하여
$\overline{p+q\sqrt{3}}=p-q\sqrt{3}$ 이라 하자.
$f(x)=ax^2+\sqrt{3}bx+c$이라 하고
$\alpha=2+\sqrt{3}$ 이라 하면 $f(\alpha)=0$이다.
즉, $a\alpha^2+\sqrt{3}b\alpha+c=0$ 이다.

$$\overline{a\alpha^2+\sqrt{3}\,b\,\alpha+c}=\overline{0}$$
$$\overline{a\alpha^2}+\overline{\sqrt{3}\,b\alpha}+\overline{c}=\overline{0}$$
$$\overline{a}\,\overline{\alpha}^2+\overline{\sqrt{3}}\,\overline{b}\,\overline{\alpha}+\overline{c}=\overline{0}$$
$$a\overline{\alpha}^2-\sqrt{3}\,b\overline{\alpha}+c=0$$
$$a(-\overline{\alpha})^2+\sqrt{3}\,b(-\overline{\alpha})+c=0$$

이므로 $f(-\overline{\alpha})=0$ 이다.
따라서 $-\overline{\alpha}=-(2-\sqrt{3})$
$=-2+\sqrt{3}$
은 이 방정식의 다른 한 근이다.
따라서 $\beta=\sqrt{3}-2$ 이므로
$a+\frac{1}{\beta}=2+\sqrt{3}+\frac{1}{-2+\sqrt{3}}=0$이다.

20 다항식의 나눗셈 추론하기

정답 ③

선지별 선택비율/정답률	7%	8%	66%	8%	8%

| 정답풀이 |
$p+q=1$, $pq=-1$ 이므로
$p^2+q^2=(p+q)^2-2pq=3$이고
$p^4+q^4=(p^2+q^2)^2-2p^2q^2=7$이다.
따라서 $r=3$, $s=7$이다.

$$a=\frac{p^8-q^8}{p-q}=(p^4+q^4)(p^2+q^2)(p+q)$$
$$=7\times3\times1$$
$$=21$$

이므로 $t=21$이다.
따라서 $r+s+t=31$이다.

| 참고 |
x에 대한 다항식 ax^9+bx^8+1이 x^2-x-1로 나누어떨어지므로
$ax^9+bx^8+1=(x^2-x-1)Q(x)$의 꼴로
나타낼 수 있다.
양변에 $x=p$, $x=q$를 각각 대입하면 ①, ②를 얻을 수 있다.
①, ②의 양변에 각각 q^8, p^8을 곱하면
$ap(pq)^8+b(pq)^8=-q^8$이고
$aq(pq)^8+b(pq)^8=-p^8$이므로
$pq=-1$을 대입하여 정리하면 ③, ④를 얻을 수 있다.

21 연립부등식 문제 해결하기

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	10%	56%	14%	9%	9%

| 정답풀이 |
모든 실수 x에 대하여 $-x^2+3x+2\le mx+n$이므로
$x^2+(m-3)x+n-2\ge0$ 이다.
$x^2+(m-3)x+n-2=0$ 의 판별식을 D라 하면
$D=(m-3)^2-4n+8\le0$ 이다.
따라서

$$4n\ge m^2-6m+17\cdots\cdots①$$

이다.
모든 실수 x에 대하여 $mx+n\le x^2-x+4$ 이므로
$x^2-(m+1)x+4-n\ge0$ 이다.
$x^2-(m+1)x+4-n=0$ 의 판별식을 D'라 하면
$D'=(m+1)^2-16+4n\le0$ 이다.
따라서

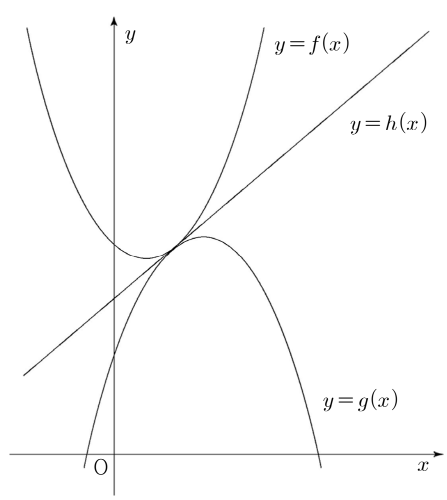
$$4n\le -m^2-2m+15\cdots\cdots②$$

이다.
따라서 ①, ②에 의해

$$m^2-6m+17\le4n\le -m^2-2m+15\cdots\cdots③$$

$m^2-6m+17\le -m^2-2m+15$
$2m^2-4m+2\le0$ 이다.
$2(m-1)^2\le0$ 이므로 $m=1$ 이고
③에서 $12\le4n\le12$ 이므로 $n=3$ 이다.
따라서 $m^2+n^2=10$ 이다.

| 참고 |
$f(x)=x^2-x+4$, $g(x)=-x^2+3x+2$, $h(x)=mx+n$ 이라 하면 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\le h(x)\le f(x)$ 가 성립하면 된다.
$f(x)-g(x)=2x^2-4x+2=2(x-1)^2$ 이므로 $y=f(x)$ 의 그래프와 $y=g(x)$ 의 그래프는 서로 접한다.
따라서 $g(x)\le h(x)\le f(x)$ 가 성립하기 위해서는 그림과 같이 $y=h(x)$ 의 그래프가 $y=g(x)$ 와
$y=f(x)$ 의 그래프에 동시에 접해야 한다.
따라서 $f(x)=h(x)$ 에서
$x^2-(m+1)x+4-n=0$ 의 판별식을 D라 하면
$D=(m+1)^2-4(4-n)=0\cdots\cdots①$
이다.



$g(x)=h(x)$ 에서
$x^2+(m-3)x+n-2=0$ 의 판별식을 D'라 하면
$D'=(m-3)^2-4(n-2)=0\cdots\cdots②$
이다.
①과 ②를 연립하면 $m=1$, $n=3$ 이므로
$m^2+n^2=10$ 이다.

단답형

22 복소수 계산하기 정답 7

선지별 선택비율/정답률	12% (주관식)

| 정답풀이 |

복소수가 서로 같을 조건에 의해
$a+2i=4+(b-1)i$ 에서
$a=4$, $b-1=2$ 이다.
따라서 $a=4$, $b=3$ 이고
$a+b=7$ 이다.

23 다항식 계산하기 정답 36

선지별 선택비율/정답률	11% (주관식)

| 정답풀이 |

곱셈공식에 의하여
$(6x+y-2z)^2=36x^2+y^2+4z^2+12xy-4yz-24zx$ 이므로 x^2 의 계수는 36 이다.

24 연립부등식 이해하기 정답 34

선지별 선택비율/정답률	18% (주관식)

| 정답풀이 |

부등식 $x-1\geq 2$의 해는
$$x\geq 3$$
이고
$x^2-5x=x(x-5)\leq 0$의 해는
$$0\leq x\leq 5$$
이다. 그러므로 주어진 연립부등식의 해는
$$3\leq x\leq 5$$
이다. 따라서 $\alpha=3$, $\beta=5$ 이므로
$\alpha^2+\beta^2=34$ 이다.

25 이차방정식 이해하기 정답 27

선지별 선택비율/정답률	42% (주관식)

| 정답풀이 |

α는 이차방정식 $x^2+5x-2=0$의 한 근이므로
$\alpha^2+5\alpha-2=0$에서
$$\alpha^2=-5\alpha+2$$
이다.
근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-5$이므로
$$\begin{aligned}\alpha^2-5\beta&=(-5\alpha+2)-5\beta\\&=-5(\alpha+\beta)+2\\&=27\end{aligned}$$
이다.

26 나머지정리를 이용하여 다항식의 나눗셈 문제 해결하기 정답 25

선지별 선택비율/정답률	39% (주관식)

| 정답풀이 |

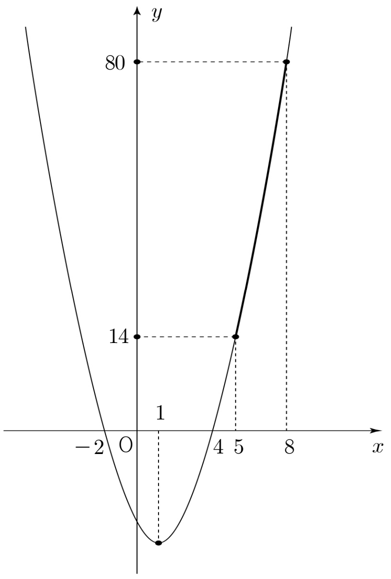
다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 몫은 $Q(x)$,
나머지는 5이므로
$$f(x)=(x-1)Q(x)+5$$
이다.
$Q(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는 10이므로
$$Q(x)=(x-2)Q'(x)+10$$
이다.
따라서 $f(x)=(x-1)\{(x-2)Q'(x)+10\}+5$
$$\begin{aligned}&=(x-1)(x-2)Q'(x)+10(x-1)+5\\&=(x-1)(x-2)Q'(x)+10x-5\end{aligned}$$
이므로 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는 $10x-5$ 이다. 따라서 $a=10$, $b=-5$이므로
$$3a+b=25$$
이다.

27 이차함수의 성질 추론하기 정답 54

선지별 선택비율/정답률	46% (주관식)

| 정답풀이 |

조건 (가)에서 $f(x)=a(x+2)(x-4)$라 두면
$f(x)=a(x-1)^2-9a$이다. (단, a는 상수)
조건 (나)에서
ⅰ) $a>0$이면 $x=8$에서 최댓값 80을 가지므로
$40a=80$ 즉, $a=2$이다.
ⅱ) $a<0$이면 $x=5$에서 최댓값 80을 가지므로
$7a=80$ 즉, $a=\dfrac{80}{7}$이다. (부적합)
ⅰ), ⅱ)에 의해 $a=2$이다.
따라서 $f(x)=2(x+2)(x-4)$이고, $f(-5)=54$이다.



28 연립방정식을 이용하여 실생활 문제 해결하기 정답 32

선지별 선택비율/정답률	53% (주관식)

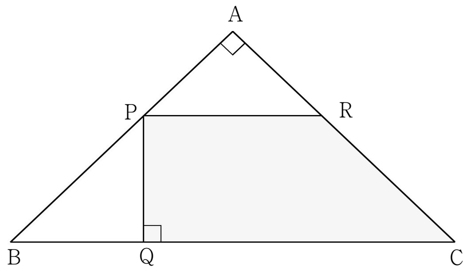
| 정답풀이 |

(단계1)에서 학생 A, B, C가 갖게 된 사탕의 개수는 각각 $\frac{1}{2}p$, $\frac{1}{4}p$, $\frac{1}{4}p$이다.
(단계2)에서 학생 A, B, C가 갖게 된 사탕의 개수는 각각 $\frac{1}{3}q$, $\frac{1}{3}q$, $\frac{1}{3}q$이다.
(단계3)에서 학생 A, B, C가 갖게 된 사탕의 개수는 각각 $\frac{3}{8}r$, $\frac{3}{8}r$, $\frac{1}{4}r$ 이다.
그러므로 학생 A가 갖게 된 사탕의 개수는
$$\frac{p}{2}+\frac{q}{3}+\frac{3r}{8}=14\cdots\cdots ①$$
이고 학생 B가 갖게 된 사탕의 개수는
$$\frac{p}{4}+\frac{q}{3}+\frac{3r}{8}=12\cdots\cdots ②$$
이고 학생 C가 갖게 된 사탕의 개수는
$$\frac{p}{4}+\frac{q}{3}+\frac{r}{4}=10\cdots\cdots ③$$
이다. ①, ②, ③을 연립하면
$$p=8,\ q=12,\ r=16$$
이다. 따라서 $p+2q=32$이다.

29 이차함수의 성질을 이용하여 도형 문제해결하기 정답 12

선지별 선택비율/정답률	65% (주관식)

| 정답풀이 |



$\overline{BQ}=a$라 하면 $\triangle PBQ$는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{BP}=\sqrt{2}a$이다.

$\triangle APR$는 $\overline{PA}=6-\sqrt{2}a$인 직각이등변삼각형이므로
$\overline{PR}=\sqrt{2}(6-\sqrt{2}a)$이고 $\overline{CQ}=\overline{BC}-\overline{BQ}=6\sqrt{2}-a$이다.

따라서 $\square PQCR=\frac{1}{2}\times(6\sqrt{2}-2a+6\sqrt{2}-a)\times a$

$$=6\sqrt{2}a-\frac{3}{2}a^2$$
$$=-\frac{3}{2}(a^2-4\sqrt{2}a+8-8)$$
$$=-\frac{3}{2}(a-2\sqrt{2})^2+12$$

이다.
따라서 $\overline{BQ}=2\sqrt{2}$일 때,
$\square PQCR$의 넓이의 최댓값은 12이다.

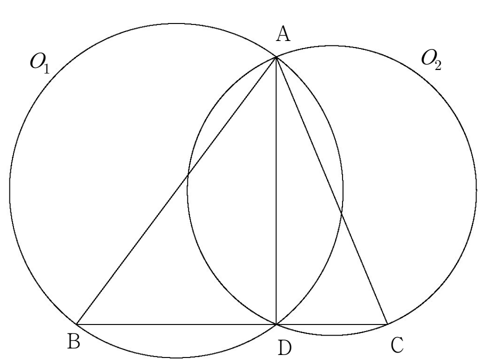
| 다른풀이 |

$\overline{PA}=2x$라 하면
삼각형 APR의 넓이는 $2x^2$이다.
$\overline{PB}=6-2x$에서
$\overline{BQ}=\overline{PQ}=3\sqrt{2}-\sqrt{2}x$이므로
삼각형 PBQ의 넓이는 $(3-x)^2$이다.
따라서 사각형 PQCR의 넓이가 최대가 되기 위해서는
두 삼각형 APR와 PBQ의 넓이의 합이 최소가 되어야 한다.
따라서 두 삼각형 APR와 PBQ의 넓이의 합은
$3x^2-6x+9$이므로 $x=1$일 때, 넓이의 최솟값이 6이다. 따라서 삼각형 ABC의 넓이가 18이므로 사각형 PQCR의 넓이의 최댓값은 $18-6=12$이다.

30 연립방정식을 이용하여 도형 문제 해결하기 정답 394

선지별 선택비율/정답률	87% (주관식)

| 정답풀이 |



$\overline{AD}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$는 이 순서대로 네 개의 연속된 짝수이므로 $\overline{AD}=2n$, $\overline{AC}=2n+2$, $\overline{BC}=2n+4$, $\overline{AB}=2n+6$ (단, n은 자연수)이라 두자.
$\overline{BD}=x$, $\overline{CD}=y$라 두면

$$x+y=2n+4 \cdots\cdots ①$$

두 삼각형 ABD와 ACD는 직각삼각형이므로
$\overline{AD}^2=\overline{AB}^2-\overline{BD}^2$, $\overline{AD}^2=\overline{AC}^2-\overline{CD}^2$이다.

$$(2n+6)^2-x^2=(2n+2)^2-y^2 \cdots\cdots ②$$

②에서 $8(2n+4)=(2n+4)(x-y)$이므로

$$x-y=8 \cdots\cdots ③$$

이다.
①과 ③을 연립하여 풀면

$$x=n+6,\ y=n-2$$

이고 직각삼각형 ACD에서 $(2n+2)^2=4n^2+(n-2)^2$이다.
이 식을 정리하면 $n^2-12n=0$에서

$$n=12$$

이다. 따라서 $\overline{AB}=30$, $\overline{AC}=26$이므로
두 원의 넓이의 합 S는

$$S=15^2\pi+13^2\pi=394\pi$$

이다. 그러므로 $\frac{S}{\pi}=394$이다.

등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	93	84	69	50	35	25	16	11
나의 점수	[			] 점	[			] 등급

오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	30	29	19	28	17
오답률(%)	87	65	53	53	47

05회 2015학년도 6월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설 본문 38-45페이지

1	④	2	⑤	3	②	4	①	5	④
6	⑤	7	⑤	8	②	9	③	10	②
11	①	12	②	13	①	14	③	15	④
16	③	17	③	18	④	19	①	20	⑤
21	③	22	6	23	11	24	100	25	28
26	38	27	16	28	30	29	26	30	240

5지 선다형

1 다항식 계산하기

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	2%	0%	1%	95%	0%

| 정답풀이 |

$$\begin{aligned}A+B&=(2x^2+3xy)+(x^2-2xy)\\&=(2x^2+x^2)+(3xy-2xy)\\&=3x^2+xy\end{aligned}$$

2 복소수 계산하기

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	1%	1%	0%	0%	95%

| 정답풀이 |

$(2-i)+(3+2i)=(2+3)+(-1+2)i=5+i$

3 나머지 정리 이해하기

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	1%	92%	3%	1%	0%

| 정답풀이 |

$f(x)=x^2-2x+5$ 라고 하면 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 $f(1)$이다.
따라서 $f(1)=1-2+5=4$이다.

| 다른풀이 |

다항식 x^2-2x+5를 $x-1$로 나누면

$$\begin{array}{r}x-1\\ x-1\,\overline{)\,x^2-2x+5}\\ x^2-x\\ \hline -x+5\\ -x+1\\ \hline 4\end{array}$$

이므로 나머지는 4이다.

4 이차부등식 이해하기

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	93%	1%	3%	1%	0%

| 정답풀이 |

$x^2-7x+12=(x-3)(x-4)\le 0$
이므로 해는
$3\le x\le 4$
이다. 그러므로 $a=3,\ b=4$이다.
따라서 $b-a=1$이다.

5 다항식의 나눗셈 계산하기

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	1%	0%	1%	95%	0%

| 정답풀이 |

$$\begin{array}{r}3x+1\\ x^2-x+2\,\overline{)\,3x^3-2x^2+3x+7}\\ 3x^3-3x^2+6x\\ \hline x^2-3x+7\\ x^2-x+2\\ \hline -2x+5\end{array}$$

이므로 $a=3$, $b=5$이다. 따라서 $a+b=8$이다.

6 항등식의 성질 이해하기

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	1%	0%	0%	1%	95%

| 정답풀이 |

주어진 항등식을 정리하면
$6x-5=(a+b)x-a$
이므로
$a=5$
이고 $6=a+b$에서
$b=1$
이다. 따라서 $ab=5$이다.

| 다른풀이 |

주어진 식
$6x-5=a(x-1)+bx$
에 $x=0$을 대입하면 $-5=-a$이므로 $a=5$,
$x=1$을 대입하면 $b=1$이다.
따라서 $ab=5$이다.

7 이차함수와 이차부등식의 관계 이해하기

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	3%	3%	9%	1%	82%

| 정답풀이 |

이차함수 $y=x^2+6x+a$의 그래프는 아래로 볼록이므로 모든 실수 x에 대하여 $y\ge 0$가 되려면 이차함수의 그래프가 x축에 접하거나 만나지 않아야 한다.
즉, $x^2+6x+a=0$의 판별식을 D라 하면
$D\le 0$
이다. $\dfrac{D}{4}=9-a\le 0$이므로
$a\ge 9$
이다. 따라서 실수 a의 최솟값은 9이다.

8 이차방정식의 성질을 이용하여 이차함수 문제 해결하기

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	3%	88%	3%	3%	1%

| 정답풀이 |

이차함수 $y=-x^2+4x$의 그래프와 직선 $y=2x+k$가 적어도 한 점에서 만나기 위해서는 방정식
$-x^2+4x=2x+k$
가 실근을 가져야 한다.
$x^2-2x+k=0$의 판별식을 D라 하면
$\dfrac{D}{4}=1-k\ge 0$
이므로
$k\le 1$
이다. 따라서 k의 최댓값은 1이다.

9 삼차방정식을 이용하여 근과 계수과의 관계 문제 해결하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	2%	2%	83%	9%	1%

| 정답풀이 |

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -2 & 3 & -2 \\ & & 1 & -1 & 2 \\ \hline & 1 & -1 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

조립제법에 의해

$x^3-2x^2+3x-2=(x-1)(x^2-x+2)$

이다. 따라서 삼차방정식 $x^3-2x^2+3x-2=0$ 의 두 허근은 이차방정식

$x^2-x+2=0$

의 두 허근과 같다. 두 허근을 α, β라 하면

$\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=2$

이다. 따라서 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{1}{2}$ 이다.

10 연립일차방정식을 이용하여 실생활 문제 해결하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	1%	92%	2%	2%	1%

| 정답풀이 |

영화 A를 본 학생의 수를 a, 영화 B를 본 학생의 수를 b, 영화 C를 본 학생의 수를 c라 하자.

$$\begin{cases} a+b+c=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ a=c+3 & \cdots\cdots ㉡ \\ b=c+1 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

이므로 ㉡과 ㉢을 ㉠에 대입하면

$(c+3)+(c+1)+c=10$

$c=2$

이다.

따라서 영화 C를 관람한 학생의 수는 2이다.

11 다항식의 인수분해 추론하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	80%	2%	8%	4%	2%

| 정답풀이 |

다항식 x^4+4x^2+16을 인수분해하면

$$\begin{aligned} x^4+4x^2+16 &= (x^4+8x^2+16)-4x^2 \\ &= (x^2+4)^2-(2x)^2 \\ &= (x^2+2x+4)(x^2-2x+4) \\ &= (x^2+ax+b)(x^2-cx+d) \end{aligned}$$

이다.

$a,\ b,\ c,\ d$가 양의 실수이므로

$a=2$, $b=4$, $c=2$, $d=4$ 이다.

따라서 $a+b+c+d=12$이다.

12 이차함수의 성질을 이용하여 이차부등식 문제 해결하기 정답 ②

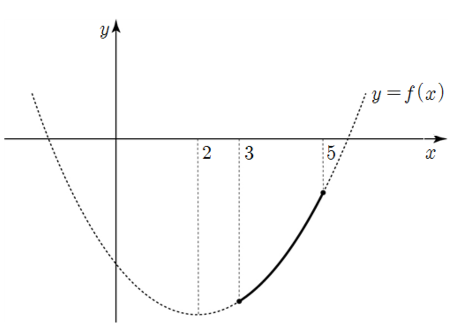
선지별 선택비율/정답률	12%	75%	7%	3%	1%

| 정답풀이 |

$f(x)=x^2-4x-4k+3\ (3\le x\le 5)$라 하면

$f(x)=(x-2)^2-4k-1\ (3\le x\le 5)$

이다.



그림과 같이 $f(x)$의 그래프는 아래로 볼록이고 대칭축이 $x=2$인 그래프의 일부분이므로 $3\le x\le 5$에서 $f(x)\le 0$이 항상 성립하려면

$f(5)\le 0\quad (\because f(3)<f(5))$

이어야 한다.

$$\begin{aligned} f(5) &= 25-20-4k+3 \\ &= 8-4k\le 0 \end{aligned}$$

이므로

$k\ge 2$

이다. 따라서 k의 최솟값은 2이다.

13 다항식의 성질 이해하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	78%	8%	5%	4%	2%

| 정답풀이 |

삼각형 OAB의 넓이가 $\frac{5}{2}$이므로 $\frac{1}{2}ab=\frac{5}{2}$ 이고

$ab=5$

이다. 따라서

$$\begin{aligned} a^2+b^2 &= (a+b)^2-2ab \\ &= 5^2-2\times 5 \\ &= 15 \end{aligned}$$

이다.

14 이차함수와 직선의 위치 관계를 이용하여 이차방정식 문제 해결하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	7%	6%	54%	14%	16%

| 정답풀이 |

$b=2$이고 꼭짓점이 $(0,\ -2)$이므로

$f(x)=kx^2-2$라 하자.

$f(a)=2$이므로 $k=\frac{4}{a^2}$에서

$f(x)=\frac{4}{a^2}x^2-2$

이다. 또한, $g(a)=2$이므로

$g(x)=\frac{2}{a}x$

이다. 또한 $f(x)=g(x)$에서

$\frac{4}{a^2}x^2-2=\frac{2}{a}x$

이고 양변에 $\frac{a^2}{2}$을 곱하여 정리하면

$2x^2-ax-a^2=0$

$(2x+a)(x-a)=0$

이다. 따라서 방정식 $f(x)=g(x)$의 두 근은

$a,\ -\frac{a}{2}$

이고 두 근의 차는 $\frac{3}{2}a=6$이므로 $a=4$이다.

그러므로 $f(x)=\frac{1}{4}x^2-2$이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 방정식 $f(x)=0$의 두 근의 곱은 -8이다.

15 연립부등식 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	6%	5%	5%	78%	3%

| 정답풀이 |

$0\le -x^2+5x<-x+9$에서

ⅰ) $x^2-5x\le 0$인 경우

$x(x-5)\le 0$

$0\le x\le 5 \quad \cdots\cdots ㉠$

ⅱ) $-x^2+5x<-x+9$인 경우

$x^2-6x+9>0$

$(x-3)^2>0$

$x \neq 3$ 인 모든 실수 …… ㉡

㉠, ㉡에서 주어진 부등식을 만족시키는 해는

$0 \le x < 3$, $3 < x \le 5$

이다. 따라서 정수해는

$0,\ 1,\ 2,\ 4,\ 5$

이므로 구하는 정수해의 합은 12 이다.

16 다항식의 성질을 이용하여 실생활 문제 해결하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	5%	5%	76%	7%	5%

| 정답풀이 |

i) $r=\dfrac{R}{3}$ 을 주어진 관계식에 대입하면

$$v_1=\frac{P}{4\eta l}\times\left(R^2-\left(\frac{R}{3}\right)^2\right)=\frac{P}{4\eta l}\times\frac{8}{9}R^2$$

ii) $r=\dfrac{R}{2}$ 을 주어진 관계식에 대입하면

$$v_2=\frac{P}{4\eta l}\times\left(R^2-\left(\frac{R}{2}\right)^2\right)=\frac{P}{4\eta l}\times\frac{3}{4}R^2$$

따라서 i), ii)에 의해 $\dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{32}{27}$ 이다.

17 근과 계수와의 관계를 이용하여 이차함수 추론하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	6%	11%	51%	22%	7%

| 정답풀이 |

$f(x)+x-1=0$ 의 두 근이 $\alpha,\ \beta$ 이고

$\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=-3$

이므로

$f(x)+x-1=k(x^2-x-3)$ … ㉠

이다. 또한 $f(1)=-6$ 이므로 $x=1$ 을 ㉠에 대입하면

$f(1)+1-1=k(1^2-1-3)$

$-6+1-1=k(1^2-1-3)$

$-6=-3k$

이다. 그러므로 $k=2$ 이다. ㉠에 대입하여 정리하면

$f(x)+x-1=2(x^2-x-3)$

$f(x)=2x^2-2x-6-x+1$

$f(x)=2x^2-3x-5$

이다. 따라서 $f(3)=4$ 이다.

| 다른풀이 |

$f(x)=ax^2+bx+c$ 라 두자.

$f(x)+x-1=ax^2+(b+1)x+(c-1)=0$ 의 두 근이 $\alpha,\ \beta$ 이다.

근과 계수와의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-\dfrac{b+1}{a}=1$, $b=-a-1$ … ㉠

$\alpha\beta=\dfrac{c-1}{a}=-3$, $c=-3a+1$ … ㉡

이고, $f(1)=-6$ 이므로

$a+b+c=-6$ … ㉢

이다.

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 정리하면

$a=2$, $b=-3$, $c=-5$

이므로 $f(x)=2x^2-3x-5$ 이다.

따라서 $f(3)=4$ 이다.

18 다항식의 성질을 이용하여 추론하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	6%	14%	9%	60%	8%

| 정답풀이 |

$\overline{PQ}=1$, $\overline{AR}=a^2$ 이므로

$\overline{MN}=\dfrac{1}{2}\times(\overline{PQ}+\overline{AR})=\boxed{\dfrac{1+a^2}{2}}$

이다. 또한

$$\overline{MB}=\overline{MN}-\overline{BN}=\boxed{\frac{1+a^2}{2}}-\left(\frac{a-1}{2}\right)^2=\boxed{\left(\frac{a+1}{2}\right)^2}$$

이다.

따라서 삼각형 PAB 의 넓이를 S라 하면

$$S=2\times\triangle MAB=2\times\frac{1}{2}\times\overline{MB}\times\overline{NR}=2\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{a+1}{2}\right)^2\times\frac{a+1}{2}=\frac{(a+1)^3}{\boxed{8}}$$

이므로 $f(a)=\dfrac{1+a^2}{2}$, $g(a)=\left(\dfrac{a+1}{2}\right)^2$, $k=8$ 이다.

따라서 $f(3)+g(5)+k=5+9+8=22$ 이다.

19 이차함수의 성질을 이용하여 이차함수 문제 해결하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	52%	11%	16%	11%	8%

| 정답풀이 |

$f(x)=x^2-7$, $g(x)=-2x^2+5$ 이므로

$\overline{AD}=\overline{BC}=(a-(-a))=2a$

$\overline{BA}=\overline{CD}=g(a)-f(a)$

$=(-2a^2+5)-(a^2-7)$

$=-3a^2+12$

이다. 따라서 직사각형 ABCD 의 둘레의 길이를 $h(a)$ 라 하면

$h(a)=\overline{AD}+\overline{BC}+\overline{BA}+\overline{CD}$

$=2(\overline{AD}+\overline{BA})$

$=2(2a-3a^2+12)$

$=-6a^2+4a+24$

이고

$h(a)=-6\left(a-\dfrac{1}{3}\right)^2+\dfrac{74}{3}$

이다. 따라서 $a=\dfrac{1}{3}$ 일 때, 직사각형 ABCD 의 둘레의 길이가 최대가 된다.

20 이차함수의 그래프 추론하기 정답 ⑤

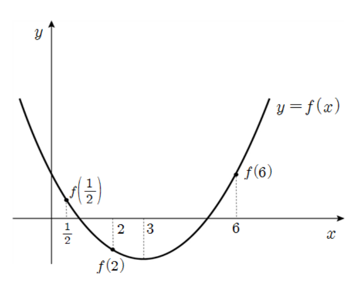
선지별 선택비율/정답률	6%	6%	22%	16%	47%

| 정답풀이 |

조건 (나)에서 이차함수 $f(x)$ 는 '모든 실수 x 에 대하여 $f(x)\ge f(3)$ '이므로 $x=3$ 에서 최솟값을 가지고, $x=3$ 이 대칭축이며 아래로 볼록이다.

ㄱ. $x=3$ 이 대칭축이고 $f(1)=0$ 이므로 $f(5)=0$ 이다. (참)

ㄴ. 그림과 같이 이차함수 $f(x)$ 가 $x=3$ 에 대칭이고 아래로 볼록이므로 $f(2)<f\left(\dfrac{1}{2}\right)<f(6)$ 이다. (참)



ㄷ. $f(x)=0$ 의 두 근이 $1,\ 5$ 이므로

$$\begin{aligned} f(x)&=a(x-1)(x-5)\\ &=a(x^2-6x+5)\\ &=ax^2-6ax+5a \end{aligned}$$

이다. $f(0)=k$ 이므로

$$k=5a$$

이다.

$f(x)=kx$에서

$$ax^2-6ax+5a=5ax$$

이고 $a>0$ 이므로

$$x^2-11x+5=0$$

이다. 근과 계수의 관계에 의해 두 실근의 합은 11 이다. (참)

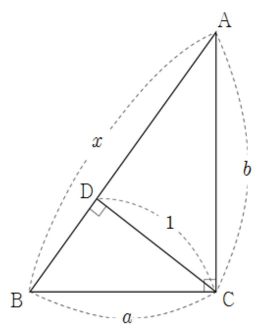
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ 이다.

21 연립방정식을 이용하여 추론하기   정답 ③

선지별 선택비율/정답률	7%	10%	55%	18%	9%

| 정답풀이 |

그림과 같이 $\overline{AB}=x$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$ 라 두자.



삼각형 ABC 의 넓이를 구하는 두 가지 방법을 비교해 보면 $\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}x$이므로

$$ab=x \quad \cdots ㉠$$

이다.

삼각형 ABC 의 세 변의 길이의 합은 5 이므로

$$a+b+x=5$$
$$a+b=5-x \quad \cdots ㉡$$

이다.

한편, 직각삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 의해

$$a^2+b^2=x^2$$

이고 $x^2=(a+b)^2-2ab$에 ㉠과 ㉡을 대입하면

$$x^2=(5-x)^2-2x$$
$$x^2=5^2-10x+x^2-2x$$
$$25-12x=0$$
$$x=\frac{25}{12}$$

이다.

단답형

22 근과 계수와의 관계 이해하기   정답 6

선지별 선택비율/정답률	9% (주관식)

| 정답풀이 |

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

$x^2-6x+3=0$ 의 두 근의 합은 6 이다.

| 다른풀이 |

이차방정식의 근의 공식에 의해 $x^2-6x+3=0$ 의 근은

$$x=3\pm\sqrt{3^2-3}=3\pm\sqrt{6}$$

이다. 따라서 $(3+\sqrt{6})+(3-\sqrt{6})=6$이다.

23 절댓값을 포함한 부등식 계산하기   정답 11

선지별 선택비율/정답률	19% (주관식)

| 정답풀이 |

부등식 $|x-1|\le 5$ 를 풀면

$$-5\le x-1\le 5$$
$$-4\le x\le 6$$

이므로 만족시키는 정수의 개수는 11 이다.

24 다항식 계산하기   정답 100

선지별 선택비율/정답률	16% (주관식)

| 정답풀이 |

$$\begin{aligned}(a+b+2c)^2&=a^2+b^2+(2c)^2+2ab+2b(2c)+2(2c)a\\ &=a^2+b^2+4c^2+2(ab+2bc+2ca)\\ &=44+2\times 28\\ &=100\end{aligned}$$

25 연립부등식 이해하기   정답 28

선지별 선택비율/정답률	17% (주관식)

| 정답풀이 |

ⅰ) $2x-1\ge 7$

$$x\ge 4 \quad \cdots\cdots ㉠$$

ⅱ) $(x-3)(x-7)\le 0$

$$3\le x\le 7 \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡에서 공통 범위를 구하면 $4\le x\le 7$이므로 x의 최댓값 $M=7$이고 최솟값 $m=4$이다.

따라서 $M\times m=28$이다.

26 복소수의 성질 이해하기   정답 38

선지별 선택비율/정답률	35% (주관식)

| 정답풀이 |

$$(a-bi)^2=8i$$
$$(a-bi)^2=a^2-b^2-2abi$$

이므로 $(a^2-b^2)-2abi=8i$에서

$$\begin{cases} a^2-b^2=0 & \cdots ㉠\\ -2ab=8 & \cdots ㉡\end{cases}$$

을 만족한다. ㉠에서 $a=b$ 또는 $a=-b$이다.

ⅰ) $a=b$일 때, ㉡에서 $a^2=-4$이므로 만족하는 a값은 존재하지 않는다.

ⅱ) $a=-b$일 때, ㉡에서 $a^2=4$이므로

$$a=2,\ b=-2\ (\because a>0)$$

이다. 따라서 $20a+b=40-2=38$이다.

27 복소수의 성질을 이용하여 규칙성 문제 해결하기   정답 16

선지별 선택비율/정답률	39% (주관식)

| 정답풀이 |

$$\begin{aligned}&(i+i^2)+(i^2+i^3)+\cdots+(i^{18}+i^{19})\\ &=(i+i^2+\cdots+i^{18})+(i^2+i^3+\cdots+i^{19})\\ &=(i-1)+(-1-i)=-2\end{aligned}$$

그러므로 $a=-2,\ b=0$이다.

따라서 $4(a+b)^2=16$이다.

| 다른풀이 |

$i+i^{19}=0$이므로

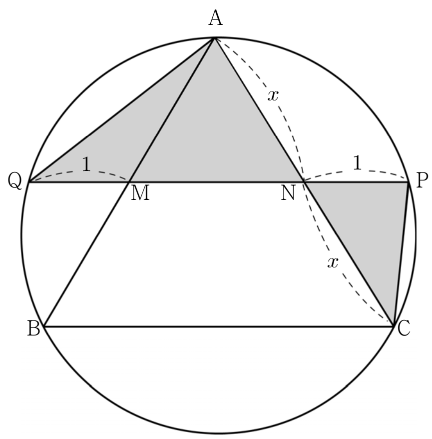
$$\begin{aligned}&i+\{(i+i^2)+(i^2+i^3)+\cdots+(i^{18}+i^{19})\}+i^{19}\\ &=(i+i)+(i^2+i^2)+\cdots+(i^{19}+i^{19})\\ &=2(i+i^2+i^3+\cdots+i^{19})\\ &=2(i+i^2+i^3+\cdots+i^{19}+i^{20}-i^{20})\end{aligned}$$

$=2(-i^{20})$
$=-2$
이다. 그러므로 $a=-2$, $b=0$ 이다.
따라서 $4(a+b)^2=16$ 이다.

28 이차방정식을 이용하여 다항식의 연산 문제 해결하기 정답 30

선지별 선택비율/정답률	83% (주관식)

| 정답풀이 |



그림과 같이 반직선 NM이 삼각형 ABC 의 외접원과 만나는 점을 Q 라 하자. 삼각형 AQN 과 삼각형 PCN 이 닮음이므로

$1+x\ :\ x\ =\ x\ :\ 1$

이다. 따라서

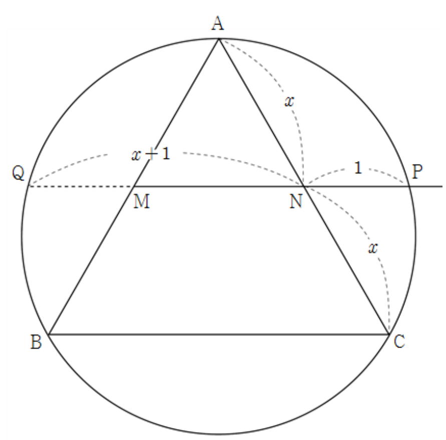
$1+x=x^2$
$x^2-x-1=0$

이므로 $x-1-\dfrac{1}{x}=0$ 에서 $x-\dfrac{1}{x}=1$ 이다.

그러므로 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=3$ 이다.

따라서 $10\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)=30$ 이다.

| 다른풀이 |



원의 성질에 의해 $\overline{\mathrm{NA}}\times\overline{\mathrm{NC}}=\overline{\mathrm{NP}}\times\overline{\mathrm{NQ}}$ 에서

$x\times x=1\times(x+1)$

이다. 따라서

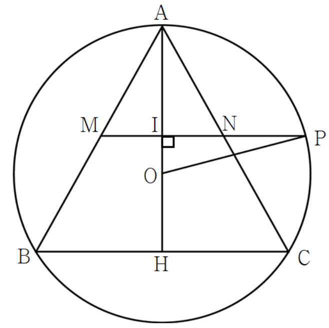
$x^2=x+1$
$x^2-x-1=0$

이므로 $x-1-\dfrac{1}{x}=0$ 에서 $x-\dfrac{1}{x}=1$ 이다.

그러므로 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=3$ 이다.

따라서 $10\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)=30$ 이다.

| 다른풀이 |



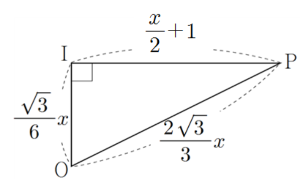
그림과 같이 삼각형 ABC의 외심을 O , 선분 MN 의 중점을 I 라 하면 $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{3}\,x$ 이므로

$\overline{\mathrm{IO}}=\dfrac{1}{6}\overline{\mathrm{AH}}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}x$

$\overline{\mathrm{IP}}=\overline{\mathrm{IN}}+\overline{\mathrm{NP}}=\dfrac{x}{2}+1$

$\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{OA}}=\dfrac{2}{3}\overline{\mathrm{AH}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}x$

이다.



그림과 같이 삼각형 POI 에서 피타고라스의 정리에 의해

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{6}x\right)^2+\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}x\right)^2$$

이고 식을 정리하면

$x^2-x-1=0$

이므로 $x-1-\dfrac{1}{x}=0$ 에서 $x-\dfrac{1}{x}=1$ 이다.

그러므로 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=3$ 이다.

따라서 $10\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)=30$ 이다.

29 항등식의 성질을 이용하여 나머지 정리 문제 해결하기 정답 26

선지별 선택비율/정답률	87% (주관식)

| 정답풀이 |

(나)조건에 의해

$f(x)=(x-1)^2(ax+b)+(ax+b)$ ⋯ ㉠

라 둘 수 있다.

$f(1)=2$ 이므로 $ax+b=a(x-1)+2$이다.

㉠에 대입하여 정리하면

$f(x)=(x-1)^2\{a(x-1)+2\}+a(x-1)+2$
$\quad=a(x-1)^3+2(x-1)^2+a(x-1)+2$

이다.

그러므로 $f(x)$ 를 $(x-1)^3$ 으로 나눈 나머지

$R(x)=2(x-1)^2+a(x-1)+2$ 이다.

$R(0)=R(3)$ 이므로

$2-a+2=8+2a+2$
$a=-2$

이다.

따라서 $R(x)=2(x-1)^2-2(x-1)+2$ 이므로

$R(5)=26$ 이다.

30 이차방정식을 이용하여 최단거리 문제 해결하기

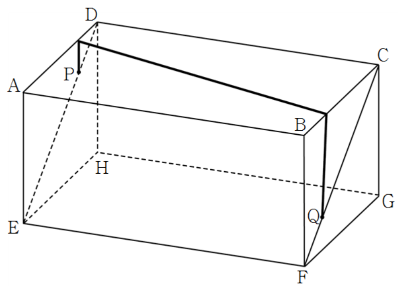
정답 240

선지별 선택비율/정답률	80% (주관식)

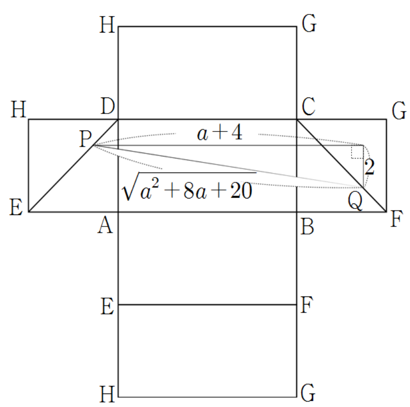
| 정답풀이 |

점 P 에서 직육면체의 겉면을 따라 점 Q 에 도달하는 최단거리를 구하기 위해 고려해야 할 경로는 아래와 같이 두 가지가 있다.

i) 아래 그림과 같은 경로로 이동하는 경우



그림의 전개도는 아래 [그림1]과 같다.



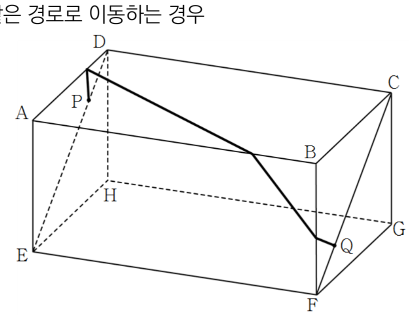
[그림1]

[그림1]에서

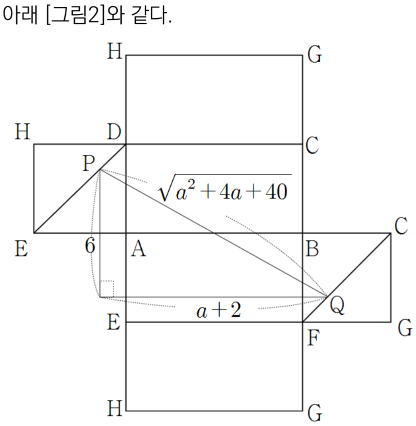
$$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(a+4)^2+2^2}=\sqrt{a^2+8a+20}$$

이다.

ii) 아래 그림과 같은 경로로 이동하는 경우



그림의 전개도는 아래 [그림2]와 같다.



[그림2]

[그림2]에서

$$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(a+2)^2+6^2}=\sqrt{a^2+4a+40}$$

이다.

$a>5$ 이므로 i), ii) 에 의해

$(a^2+4a+40)-(a^2+8a+20)=-4a+20<0$

이 되어 $\sqrt{a^2+4a+40}$ 이 최단거리이다.

정리하면

$$\sqrt{a^2+4a+40}=2\sqrt{34}$$
$$a^2+4a+40=136$$
$$a^2+4a-96=0$$
$$(a-8)(a+12)=0$$

이므로 $a=8$ 이다.

따라서 $30a=240$ 이다.

❙ 등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	84	76	65	52	40	28	19	13
나의 점수	[ ] 점				[ ] 등급			

❙ 오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	29	28	30	20	19
오답률(%)	90.0	86.0	83.0	56.0	55.6

Answer & Explanation

06회 2014학년도 6월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설

본문 46-54페이지

1 ①	2 ⑤	3 ⑤	4 ③	5 ④
6 ②	7 ⑤	8 ②	9 ③	10 ②
11 ③	12 ①	13 ③	14 ④	15 ⑤
16 ③	17 ①	18 ④	19 ④	20 ②
21 ①	22 13	23 20	24 9	25 16
26 240	27 25	28 8	29 21	30 39

5지 선다형

1 복소수 계산하기

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	95%	2%	0%	0%	0%

| 정답풀이 |

$(4+3i)+(1-2i)=(4+1)+(3-2)i=5+i$

2 다항식 계산하기

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	1%	0%	0%	0%	97%

| 정답풀이 |

$$\begin{aligned}3A-B&=3(x^2+1)-(2x^2+x-1)\\&=3x^2+3-2x^2-x+1\\&=x^2-x+4\end{aligned}$$

3 조립제법 이해하기

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	1%	0%	0%	0%	96%

| 정답풀이 |

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -3 & 2 & 4 \\ & & 2 & \boxed{-2} & 0 \\ \hline & 1 & -1 & 0 & \boxed{4} \end{array}$$

$a=2\times(-1)=-2,\ b=4+0=4$

따라서 $a+b=2$이다.

4 치환을 이용한 사차방정식의 인수분해 이해하기

정답 ③

선지별 선택비율/정답률	2%	2%	91%	2%	1%

| 정답풀이 |

$x^2+2x=X$라 하면

주어진 식 $(x^2+2x)(x^2+2x-3)+2$는

$$\begin{aligned}X(X-3)+2&=X^2-3X+2\\&=(X-1)(X-2)\end{aligned}$$

이므로

$(x^2+2x)(x^2+2x-3)+2=(x^2+2x-1)(x^2+2x-2)$이다.

따라서 $a=2,\ b=-1$이므로 $a+b=1$이다.

| 다른풀이 |

등식 $(x^2+2x)(x^2+2x-3)+2=(x^2+ax+b)(x^2+2x-2)$는 x에 대한 항등식이므로 양변에 $x=0$을 대입하면 $2=-2b$이다. 그러므로 $b=-1$이다.

양변에 $x=1$을 대입하면 $2=1+a+b$이고 $b=-1$이므로 $a=2$이다.

따라서 $a+b=1$이다.

5 인수정리 이해하기

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	2%	2%	1%	93%	0%

| 정답풀이 |

다항식 $2x^3+ax^2+bx+6$이 x^2-1로 나누어떨어지므로

$2x^3+ax^2+bx+6=(x^2-1)Q(x)$ ⋯⋯ ㉠

이다. ($Q(x)$는 다항식)

$x^2-1=(x+1)(x-1)$이므로 ㉠의 양변에

ⅰ) $x=-1$을 대입하면

$-2+a-b+6=0$이므로

$a-b=-4$ ⋯⋯ ㉡

ⅱ) $x=1$을 대입하면

$2+a+b+6=0$이므로

$a+b=-8$ ⋯⋯ ㉢

㉡, ㉢에 의해 $a=-6,\ b=-2$이다.

따라서 $ab=12$이다.

| 다른풀이 |

다항식 $2x^3+ax^2+bx+6$이 x^2-1로 나누어떨어지므로 $2x^3+ax^2+bx+6$을 x^2-1로 나눈 몫을 $Q(x)$라 하면 $2x^3+ax^2+bx+6=(x-1)(x+1)Q(x)$가 된다.

그러므로 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 2 & a & b & 6 \\ & & 2 & a+2 & a+b+2 \\ \hline -1 & 2 & a+2 & a+b+2 & \boxed{a+b+8} \\ & & -2 & -a & \\ \hline & 2 & a & \boxed{b+2} & \end{array}$$

$a+b+8=0,\ b+2=0$이므로 $a=-6,\ b=-2$이다.

따라서 $ab=12$이다.

6 절댓값의 성질 이해하기

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	1%	87%	1%	2%	6%

| 정답풀이 |

$\sqrt{3}<a<\sqrt{6}$에서 $3<a^2<6$이다.

따라서 $a^2-2>0,\ a^2-7<0$이므로

$|a^2-2|+|a^2-7|=(a^2-2)-(a^2-7)=5$이다.

7 복소수 계산하기

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	5%	5%	1%	6%	81%

| 정답풀이 |

$$\begin{aligned}\sqrt{-2}\,\sqrt{-18}+\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{-3}}&=\sqrt{2}\,i\times\sqrt{18}\,i+\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\,i}\\&=\sqrt{36}\,i^2+\frac{2i}{i^2}\\&=-6-2i\end{aligned}$$

8 다항식의 곱셈공식 이해하기

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	2%	84%	7%	4%	1%

| 정답풀이 |

곱셈공식 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$이므로 $(2x+y-1)^2=3$의

좌변을 전개하면

$4x^2+y^2+(-1)^2+4xy-2y-4x=3$이다.

따라서 $4x^2+y^2+4xy-4x-2y=2$이다.

| 다른풀이 |

$2x+y-1=\pm\sqrt{3}$이므로 $2x+y=1\pm\sqrt{3}$이다.

식의 양변을 제곱하면

$(2x+y)^2=(1\pm\sqrt{3})^2$이므로

$4x^2+4xy+y^2=4\pm2\sqrt{3}$이다.

주어진 식

$4x^2+y^2+4xy-2y-4x$

$=(4x^2+4xy+y^2)-2(2x+y)$

$=(4\pm2\sqrt{3})-2(1\pm\sqrt{3})$ (복호동순)

$=2$이다.

9 이차함수와 이차부등식의 관계 이해하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	5%	6%	77%	7%	3%

| 정답풀이 |

이차함수 $y=x^2-2(k-2)x-k^2+5k-3$의 그래프는

아래로 볼록하므로 모든 실수 x에 대하여 $y\geq0$가 되려면 이차함수의 그래프가 x축에 접하거나 만나지 않아야 한다. 즉, $x^2-2(k-2)x-k^2+5k-3=0$의 판별식을 D라 하면 $D\leq0$이다.

$\frac{D}{4}=(k-2)^2-(-k^2+5k-3)\leq0$이므로

$k^2-4k+4+k^2-5k+3\leq0$이다.

$2k^2-9k+7\leq0$이고

$(k-1)(2k-7)\leq0$이다.

즉, $1\leq k\leq\frac{7}{2}$

따라서 범위 안의 정수 k의 값은 1, 2, 3이므로 k의 값의 합은 6이다.

| 다른풀이 |

$x^2-2(k-2)x-k^2+5k-3$

$=x^2-2(k-2)x+(k-2)^2-(k-2)^2-k^2+5k-3$

$=\{x-(k-2)\}^2-2k^2+9k-7\geq0$

이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면

$-2k^2+9k-7\geq0$이므로

$2k^2-9k+7\leq0$이고

$(k-1)(2k-7)\leq0$이다.

즉, $1\leq k\leq\frac{7}{2}$

따라서 범위 안의 정수 k의 값은 1, 2, 3이므로 k의 값의 합은 6이다.

10 절댓값을 포함한 부등식 이해하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	24%	63%	7%	3%	1%

| 정답풀이 |

ⅰ) $x\geq1$일 때

$x^2-2x-5<x-1$이므로 $x^2-3x-4<0$이고

$(x+1)(x-4)<0$이다.

즉, $-1<x<4$이고, $x\geq1$이므로

범위는 $1\leq x<4$이다.

ⅱ) $x<1$일 때

$x^2-2x-5<-(x-1)$이므로 $x^2-x-6<0$이고

$(x+2)(x-3)<0$이다.

즉, $-2<x<3$이고 $x<1$이므로

범위는 $-2<x<1$이다.

ⅰ), ⅱ)에 의해 $-2<x<4$이고 범위를 만족시키는 정수 x는 $-1, 0, 1, 2, 3$이므로 개수는 5이다.

| 다른풀이 |

$x^2-2x-5=x^2-2x+1-6$

$=(x-1)^2-6$

$=|x-1|^2-6$ ($\because |x-1|^2=(x-1)^2$)

주어진 식 $x^2-2x-5<|x-1|$에 위 식을 대입하면

$|x-1|^2-6<|x-1|$이므로

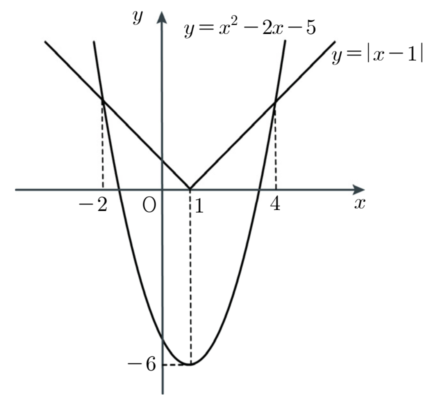
$(|x-1|-3)(|x-1|+2)<0$이다.

$|x-1|+2>0$이므로 $|x-1|<3$이다.

따라서 $-2<x<4$이고 범위를 만족시키는 정수 x는 $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$이므로 개수는 5이다

| 참고 |

$y=x^2-2x-5$와 $y=|x-1|$의 그래프는 다음과 같다.

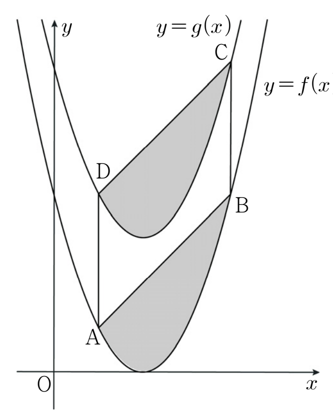


11 이차함수의 그래프 이해하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	3%	5%	79%	8%	3%

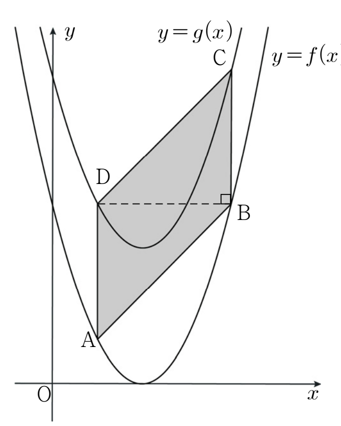
| 정답풀이 |

함수 $y=g(x)$의 그래프는 함수 $y=f(x)$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 선분 CD와 $y=g(x)$의 그래프로 둘러싸인 도형과 선분 AB와 $y=f(x)$의 그래프로 둘러싸인 도형은 합동이다.



따라서 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프와 선분 AD, 선분 BC로 둘러싸인 도형의 넓이는 사각형 ABCD의 넓이와 같다.

또한, 선분 AD와 선분 BC는 평행하고 길이가 같으므로 사각형 ABCD는 평행사변형이 된다.



$\overline{AD}=g(1)-f(1)=3$이고, 점A의 x좌표가 1, 점B의 x좌표가 4이므로 평행사변형 ABCD의 높이는 3이다.
따라서 평행사변형 ABCD의 넓이는 $3\times3=9$이다.

12 삼차방정식의 근의 성질을 이용하여 추론하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	72%	7%	9%	6%	4%

| 정답풀이 |

α가 삼차방정식 $x^3+2x^2+3x+1=0$의 한 근이므로
$\alpha^3+2\alpha^2+3\alpha+1=0$
이다.
α는 0이 아니므로 양변을 α^3으로 나누면
$1+\dfrac{2}{\alpha}+\dfrac{3}{\alpha^2}+\dfrac{1}{\alpha^3}=0$이므로
식을 정리하면
$\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)^3+\boxed{3}\times\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)^2+2\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)+1=0$
이다.
그러므로 $\dfrac{1}{\alpha}$은 최고차항의 계수가 1인 x에 대한
삼차방정식 $\boxed{x^3+3x^2+2x+1}=0$
의 한 근이다.
같은 방법으로
β, γ도 삼차방정식 $x^3+2x^2+3x+1=0$의 근이므로
$\beta^3+2\beta^2+3\beta+1=0$ …… ㉠
이고,
$\gamma^3+2\gamma^2+3\gamma+1=0$ …… ㉡
이다.
β, γ는 0이 아니므로 식 ㉠, ㉡의 양변을 각각
β^3, γ^3으로 나누면
$1+\dfrac{2}{\beta}+\dfrac{3}{\beta^2}+\dfrac{1}{\beta^3}=0$, $1+\dfrac{2}{\gamma}+\dfrac{3}{\gamma^2}+\dfrac{1}{\gamma^3}=0$이므로
식을 정리하면
$\left(\dfrac{1}{\beta}\right)^3+3\left(\dfrac{1}{\beta}\right)^2+2\left(\dfrac{1}{\beta}\right)+1=0$, $\left(\dfrac{1}{\gamma}\right)^3+3\left(\dfrac{1}{\gamma}\right)^2+2\left(\dfrac{1}{\gamma}\right)+1=0$
이다.
그러므로 $\dfrac{1}{\beta}$, $\dfrac{1}{\gamma}$은 최고차항의 계수가 1인 x에 대한 삼차방정식
$x^3+3x^2+2x+1=0$의 근이다.
따라서 $\dfrac{1}{\alpha}$, $\dfrac{1}{\beta}$, $\dfrac{1}{\gamma}$을 세 근으로 갖는 최고차항의 계수가 1인 x에 대한 삼차방정식은
$x^3+3x^2+2x+1=0$
이다.
따라서 $p=3$, $f(2)=25$이므로 $p+f(2)=28$이다.

13 이차부등식 문제해결하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	6%	11%	57%	19%	5%

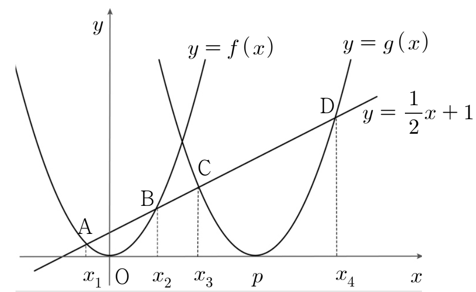
| 정답풀이 |

이차부등식 $\dfrac{1}{2}f(x)\le k$에 $f(x)=x^2$을 대입하면
$\dfrac{1}{2}x^2\le k$이다.
($k<0$이면 $\dfrac{1}{2}x^2\le k$를 만족하는 정수 x가 없다.)
$x^2\le 2k$이므로 $x^2-2k\le 0$이다.
따라서 $(x-\sqrt{2k})(x+\sqrt{2k})\le 0$이다.
그러므로 $-\sqrt{2k}\le x\le\sqrt{2k}$를 만족하는 정수 x의 개수가 7이므로 $3\le\sqrt{2k}<4$이다.
즉, $9\le 2k<16$이다.
따라서 $\dfrac{9}{2}\le k<8$를 만족하는 자연수 $k=5$, 6, 7이므로 k의 합은 18이다.

14 이차방정식과 이차함수의 관계 추론하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	9%	8%	17%	47%	16%

| 정답풀이 |



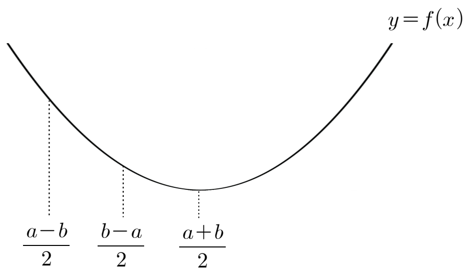
함수 $y=g(x)$의 그래프는 함수 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것이므로
$g(x)=(x-p)^2$이 된다.
이차함수 $y=x^2$의 그래프와 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+1$의 교점 A, B의 x좌표를 각각 x_1, x_2라 하면 x_1, x_2는
방정식 $x^2=\dfrac{1}{2}x+1$의 근이 된다.
따라서 이차방정식 $2x^2-x-2=0$의 두 근의 합
$x_1+x_2=\dfrac{1}{2}$이다.
같은 방법으로 이차함수 $y=(x-p)^2$의 그래프와 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+1$의 교점 C, D의 x좌표를 x_3, x_4라 하면 x_3, x_4는 방정식 $(x-p)^2=\dfrac{1}{2}x+1$의 근이 된다.
그러므로 이차방정식 $2x^2-(4p+1)x+2p^2-2=0$의
두 근의 합 $x_3+x_4=2p+\dfrac{1}{2}$이다.
따라서 $x_1+x_2+x_3+x_4=1+2p$이므로 $1+2p=9$이고, $p=4$이다.

15 이차함수의 성질 추론하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	8%	2%	24%	8%	55%

| 정답풀이 |

ㄱ. $a=b$이면 $f(x)=(x-a)^2$이므로 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\ge 0$이다. (참)
ㄴ. $f(x)=x^2-(a+b)x+ab$이므로
$$f(x)=x^2-(a+b)x+\left(\frac{a+b}{2}\right)^2+ab-\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$
$$=\left(x-\frac{a+b}{2}\right)^2+ab-\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$
$$=\left(x-\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$ 이다.
따라서 $f(x)$는 $x=\dfrac{a+b}{2}$일 때 최솟값은
$f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)=-\left(\dfrac{a-b}{2}\right)^2$이다. (참)
ㄷ. 이차함수 $f(x)$는 아래로 볼록하고, $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$를 최솟값으로 가지고, $0<a<b$에서
$\dfrac{a-b}{2}<\dfrac{b-a}{2}<\dfrac{a+b}{2}$이므로
$f\left(\dfrac{a-b}{2}\right)>f\left(\dfrac{b-a}{2}\right)>f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$이다.



따라서 $f\left(\frac{b-a}{2}\right)<f\left(\frac{a-b}{2}\right)$이다. (참)

| 다른풀이 |

ㄷ. $f\left(\frac{b-a}{2}\right)=\left(\frac{b-a}{2}-a\right)\left(\frac{b-a}{2}-b\right)$

$=\left(\frac{b-3a}{2}\right)\left(\frac{-a-b}{2}\right)$

$=\frac{(3a-b)(a+b)}{4}$ 이고

$f\left(\frac{a-b}{2}\right)=\left(\frac{a-b}{2}-a\right)\left(\frac{a-b}{2}-b\right)$

$=\left(\frac{-a-b}{2}\right)\left(\frac{a-3b}{2}\right)$

$=\frac{(3b-a)(a+b)}{4}$

이므로

$f\left(\frac{b-a}{2}\right)-f\left(\frac{a-b}{2}\right)=\frac{(a+b)}{4}(4a-4b)$

$=(a+b)(a-b)$이다.

$0<a<b$에서 $a+b>0$, $a-b<0$이므로 $(a+b)(a-b)<0$이다.

따라서 $f\left(\frac{b-a}{2}\right)<f\left(\frac{a-b}{2}\right)$이다. (참)

16 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	9%	9%	61%	13%	6%

| 정답풀이 |

$x^2-3x-2=0$의 두 근이 α, β이므로

근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-2$

또한 α는 $x^2-3x-2=0$의 근이므로

$\alpha^2-3\alpha-2=0$

즉, $\alpha^2-3\alpha=2$이다.

$\alpha^3-3\alpha^2+\alpha\beta+2\beta=\alpha(\alpha^2-3\alpha)+\alpha\beta+2\beta$

$=2\alpha+\alpha\beta+2\beta$

$=2(\alpha+\beta)+\alpha\beta$

$=6-2=4$이다.

따라서 $\alpha^3-3\alpha^2+\alpha\beta+2\beta$의 값은 4이다.

17 이차방정식을 활용한 실생활 문제해결하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	61%	7%	12%	11%	7%

| 정답풀이 |

$$\frac{3}{10}=\frac{E_2}{E_1}=\frac{\frac{1}{2}G{M_2}^2\times\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{16}\right)}{\frac{1}{2}G{M_1}^2\times\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{20}\right)}=\frac{{M_2}^2}{{M_1}^2}\times\frac{5}{4}\text{이다.}$$

$\frac{3}{10}=\frac{{M_2}^2}{{M_1}^2}\times\frac{5}{4}$이므로 $\frac{{M_2}^2}{{M_1}^2}=\frac{3}{10}\times\frac{4}{5}=\frac{6}{25}$

따라서 $\frac{M_2}{M_1}=\frac{\sqrt{6}}{5}$이다.

18 삼차방정식의 근의 성질을 활용하여 문제해결하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	9%	12%	20%	50%	6%

| 정답풀이 |

삼차방정식 $x^3-5x^2+(k-9)x+k-3=0$에서 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -5 & k-9 & k-3 \\ & & -1 & 6 & -k+3 \\ \hline & 1 & -6 & k-3 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3-5x^2+(k-9)x+k-3=(x+1)(x^2-6x+k-3)$이다.

$x=-1$은 주어진 삼차방정식의 해이다.

따라서 $x^2-6x+k-3=0$은 1보다 큰 서로 다른 두 실근을 가져야 한다.

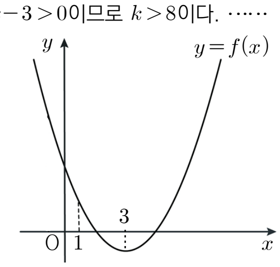
$f(x)=x^2-6x+k-3$이라 하면

1보다 큰 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는

판별식을 D라 하면 $\frac{D}{4}=9-k+3>0$이므로

$k<12$이다. …… ㉠

또한, $f(1)=1-6+k-3>0$이므로 $k>8$이다. …… ㉡



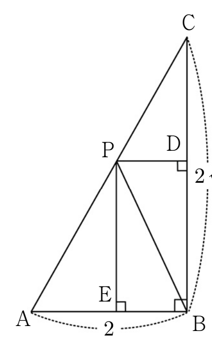
따라서 ㉠, ㉡을 모두 만족하는 k의 값은 $8<k<12$이므로 정수 k는 9, 10, 11이다.

그러므로 모든 정수 k의 값의 합은 30이다.

19 이차방정식과 이차함수의 관계를 활용한 문제해결하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	13%	14%	13%	50%	8%

| 정답풀이 |



점 P에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고 변 AB에 내린 수선의 발을 E라 하고

닮음을 이용하면 $\overline{PD}=a$이면 $\overline{CD}=\sqrt{3}a$, $\overline{BD}=(2-a)\sqrt{3}$이므로

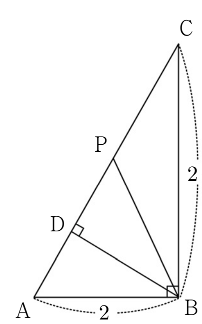
$\overline{PB}^2=a^2+3(2-a)^2=4a^2-12a+12$이고,

$\overline{PC}^2=a^2+3a^2=4a^2$이다.

$\overline{PB}^2+\overline{PC}^2=8a^2-12a+12=8\left(a-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{15}{2}$이므로

최솟값은 $\frac{15}{2}$이다.

| 다른풀이 |



변 AC위의 임의의 한 점 P에 대해 $\overline{\mathrm{PC}}=x$라 하자. 점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 D라 하면
삼각형 BDP는 직각삼각형이다.
피타고라스 정리에 의해서 $\overline{\mathrm{PB}}^2=\overline{\mathrm{PD}}^2+\overline{\mathrm{BD}}^2$이고,
삼각형 ADB는 $\angle \mathrm{A}=60^\circ$ 인 직각삼각형이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=2,\ \overline{\mathrm{AD}}=1,\ \overline{\mathrm{DB}}=\sqrt{3}$이다.
$\overline{\mathrm{PD}}=4-\overline{\mathrm{AD}}-\overline{\mathrm{CP}}=4-1-x=3-x$이므로
$\overline{\mathrm{PB}}^2=(3-x)^2+(\sqrt{3})^2$이다.
따라서
$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2&=(3-x)^2+(\sqrt{3})^2+x^2\\&=x^2-6x+9+3+x^2\\&=2x^2-6x+12\\&=2\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{9}{2}+12\\&=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{15}{2}\end{aligned}$$
이다.
따라서 최솟값은 $\frac{15}{2}$이다.

20 이차방정식의 근의 성질과 복소수의 성질을 이용하여 문제해결하기

정답 ②

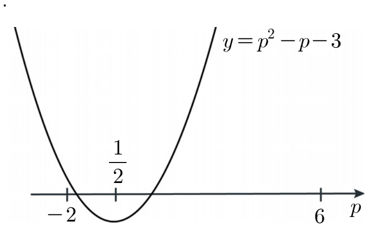
선지별 선택비율/정답률	11%	38%	16%	15%	17%

| 정답풀이 |

복소수 α가 이차방정식 $x^2-px+p+3=0$의 한 근이면 $\overline{\alpha}$도 근이므로
$\alpha=a+bi$라 하면, $\overline{\alpha}=a-bi$ (a, b는 실수, $b\neq0$)이고,
근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+\overline{\alpha}=2a=p,\ \alpha\overline{\alpha}=a^2+b^2=p+3$이므로
$a=\frac{p}{2},\ b^2=-a^2+p+3=-\frac{p^2}{4}+p+3$ …… ㉠
$$\begin{aligned}\alpha^3&=(a+bi)^3\\&=a^3+3a^2bi-3ab^2-b^3i\\&=(a^3-3ab^2)+(3a^2b-b^3)i\end{aligned}$$
α^3이 실수이므로 허수부분인 $3a^2b-b^3=0$이다.
$b\neq0$이므로 $b^2=3a^2$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$-\frac{p^2}{4}+p+3=3\left(\frac{p}{2}\right)^2$을 정리하면
$p^2-p-3=0$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의해 모든 실수 p의 곱은 -3이다.

| 다른풀이1 |

이차방정식 $x^2-px+p+3=0$이 허근을 가지므로
판별식을 D라 하면 $D=p^2-4(p+3)<0$이므로
$-2<p<6$이다.
이차방정식 $x^2-px+p+3=0$의 한 허근이 α이므로
$\alpha^2-p\alpha+p+3=0$이 성립한다.
즉, $\alpha^2=p\alpha-p-3$이다.
$$\begin{aligned}\alpha^3&=\alpha^2\times\alpha=p\alpha^2-(p+3)\alpha\\&=p(p\alpha-p-3)-(p+3)\alpha\\&=(p^2-p-3)\alpha-p(p+3)\end{aligned}$$이므로
α^3은 실수, $p(p+3)$은 실수, α는 허수이므로
$p^2-p-3=0$이다.



$f(p)=p^2-p-3$이라 하면
$f(p)=\left(p-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{13}{4}$이다.
ⅰ) 축 $p=\frac{1}{2}$은 -2와 6 사이에 존재하고
ⅱ) $f(-2)>0,\ f(6)>0$
ⅲ) $f\left(\frac{1}{2}\right)<0$이므로 실근이 존재한다.
ⅰ), ⅱ), ⅲ)에 의해 $p^2-p-3=0$의 두 실근은
-2와 6사이에 존재한다.
따라서 α^3이 실수가 되는 모든 실수 p의 값의 곱은 -3이다.

| 다른풀이2 |

이차방정식 $x^2-px+p+3=0$이 허근을 가지므로
판별식을 D라 하면 $D=p^2-4(p+3)<0$이므로
$-2<p<6$이다.
이차방정식 $x^2-px+p+3=0$의 한 허근이 α이므로
$\alpha^2-p\alpha+p+3=0$이고, $\alpha^2-p\alpha+p^2=p^2-p-3$이다.
식의 양변에 $\alpha+p$를 각각 곱하면
$\alpha^3+p^3=(\alpha+p)(p^2-p-3)$이므로
$\alpha^3=(p^2-p-3)\alpha-p(p+3)$이다.
α^3이 실수이므로 $p^2-p-3=0$이다.

21 나머지정리를 이용한 다항식 추론하기

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	35%	13%	23%	16%	10%

| 정답풀이 |

조건 (가)에서 $x=1$을 대입하면 $P(1)=0$이다.
$x=7$을 대입하면 $P(5)=0$이다.
$P(x)$는 삼차다항식이므로 조건 (나)에 의해
$P(x)=(x^2-4x+2)(ax+b)+2x-10$이다.
(단, a, b는 상수)
$P(1)=0$이므로 $-a-b-8=0$
따라서 $a+b=-8$이다. …… ㉠
$P(5)=0$이므로 $35a+7b=0$
따라서 $5a+b=0$이다. …… ㉡
㉠과 ㉡에 의하여 $a=2,\ b=-10$이다.
따라서 $P(x)=(x^2-4x+2)(2x-10)+2x-10$이므로
$P(4)=-6$이다.

| 다른풀이1 |

조건 (가)에서 $x=1$을 대입하면 $P(1)=0$이고,
$x=7$을 대입하면 $P(5)=0$이므로 상수 $a,\ k$에 대하여
$P(x)=a(x-1)(x-5)(x-k)$이다. (단, $a\neq0$)
위 식을 조건 (가)에 대입하면
$a(x-1)(x-3)(x-7)(x-k-2)$
$=a(x-7)(x-1)(x-5)(x-k)$
이므로 $(x-3)(x-k-2)=(x-5)(x-k)$ 즉, $k=3$이다.
따라서 $P(x)=a(x-1)(x-3)(x-5)$이다.
조건 (나)에 의해 $P(x)$를 x^2-4x+2로 나눈 몫을
$Q(x)$라 하면
$a(x-1)(x-3)(x-5)=(x^2-4x+2)Q(x)+2x-10$
즉, $a(x^2-4x+3)(x-5)=(x^2-4x+2)Q(x)+2x-10\cdots$㉠
$x^2-4x+2=0$의 해를 α라 하면 $\alpha^2-4\alpha+2=0$이므로 식 ㉠에 $x=\alpha$를 대입하면
$a(\alpha-5)=2\alpha-10$
즉, $a=2$이다.
따라서 $P(x)=2(x-1)(x-3)(x-5)$이므로 $P(4)=-6$이다.

| 다른풀이2 |

조건 (나)에 의해 $P(x)=(x^2-4x+2)Q(x)+2x-10$
으로 둘 수 있다.($Q(x)$는 일차식)
조건 (가)에 위의 식을 대입하면 좌변은
$(x-1)P(x-2)$
$=(x-1)\{(x-2)^2-4(x-2)+2\}Q(x-2)+2(x-2)-10$

$=(x-1)(x^2-8x+14)Q(x-2)+2(x-7)$
우변은 $(x-7)P(x)$
$=(x-7)\{(x^2-4x+2)Q(x)+2(x-5)\}$
좌변과 우변을 비교하면
$(x^2-8x+14)Q(x-2)$가 $x-7$을 인수로 가져야 한다.
즉, $Q(x-2)$는 $x-7$을 인수로 가져야 한다.
그러므로 $Q(x-2)=a(x-7)$이 되어 $Q(x)=a(x-5)$를 얻는다.
또한 $a(x^2-4x+2)(x-5)+2(x-5)$가 $x-1$을 인수로 가지므로
$x=1$을 대입하면
$a(1-4+2)\times(-4)+(-8)=0$이다.
따라서 $a=2$이다.
다항식 $P(x)=2(x^2-4x+2)(x-5)+2(x-5)$이므로
$P(4)=-6$이다.

단답형

22 항등식 이해하기 정답 13

선지별 선택비율/정답률	15% (주관식)

| 정답풀이 |

등식 $x^2+5x+7=(x-1)Q(x)+a$에 $x=1$을 대입하면 $1+5+7=a$이다.
따라서 $a=13$이다.

23 이차함수와 직선의 위치관계 이해하기 정답 20

선지별 선택비율/정답률	29% (주관식)

| 정답풀이 |

이차함수 $y=x^2+5$의 그래프와 직선 $y=mx$가 접해야하므로 방정식 $x^2+5=mx$는 중근을 가져야 한다.
그러므로 판별식을 D라 하면 $D=m^2-20=0$이다.
따라서 $m^2=20$이다.

24 연립부등식의 성질 이해하기 정답 9

선지별 선택비율/정답률	25% (주관식)

| 정답풀이 |

부등식 $|x-1|\le 6$의 해를 구하면 $-6\le x-1\le 6$이므로 $-5\le x\le 7$이다.
부등식 $(x-2)(x-8)\le 0$의 해를 구하면 $2\le x\le 8$이다.
그러므로 연립부등식의 해는 $2\le x\le 7$이다.
따라서 $\alpha+\beta$의 값은 9이다.

25 미지수가 3개인 연립일차방정식 이해하기 정답 16

선지별 선택비율/정답률	13% (주관식)

| 정답풀이 |

$$\begin{cases} x-2y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y-z=8 & \cdots\cdots ㉡ \\ x+3y+z=-12 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$
㉡+㉢을 계산하면
$2x+2y=-4$ $\cdots\cdots$ ㉣
㉠+㉣를 계산하면 $3x=6$ $\cdots\cdots$ ㉤
㉣, ㉤에 의해 $x=2,\ y=-4,\ z=-2$이다.
따라서 $xyz=16$이다.

| 다른풀이 |

㉠+㉡+㉢을 계산하면 $3x=6$이므로 $x=2$이다.
㉠, ㉡에 의해 $y=-4,\ z=-2$이므로 $xyz=16$이다.

26 곱셈공식을 활용한 문제해결하기 정답 240

선지별 선택비율/정답률	35% (주관식)

| 정답풀이 |

$\overline{AC}=x$, $\overline{CB}=y$라 하면 $x+y=8$이고, $x^3+y^3=224$이다. 두 정육면체의 겉넓이의 합은 $6(x^2+y^2)$이므로 xy의 값을 구해야 한다.
$(x+y)^3=(x^3+y^3)+3xy(x+y)$이므로 $8^3=224+3xy\times 8$에 의해 $xy=12$이다.
$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$를 이용하면 $x^2+y^2=40$이고,
두 정육면체의 겉넓이의 합은 240이다.

| 다른풀이 |

$\overline{AC}=x$라 하면 $\overline{CB}=8-x$이므로 $x^3+(8-x)^3=224$
이고, $x^3-x^3+24x^2-192x+512=224$이므로
$24x^2-192x+288=0$이다.
$x^2-8x+12=0$이므로 $(x-6)(x-2)=0$이다.
$x=6$ 또는 $x=2$이므로 두 정육면체의 변의 길이는 각각 6과 2이다.
따라서 두 정육면체의 겉넓이는 $6\times 6^2+6\times 2^2=240$이다.

27 미지수가 2개인 연립이차방정식 이해하기 정답 25

선지별 선택비율/정답률	39% (주관식)

| 정답풀이 |

$$\begin{cases} x^2-y^2=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ (x+y)^2-2(x+y)=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$
식 ㉡에서 $x+y=t$라 하면 $t^2-2t-3=0$이므로
$(t-3)(t+1)=0$ 즉, $t=3$ 또는 $t=-1$이다.
그러므로 $x+y=3$ 또는 $x+y=-1$이다.
한편, x, y는 양수이므로
$x+y=3$ $\cdots\cdots$ ㉢
식 ㉠을 인수분해하면 $(x+y)(x-y)=6$이므로
㉢에 의해 $3(x-y)=6$이다.
따라서 $x-y=2$ $\cdots\cdots$ ㉣
이다.
㉢+㉣을 계산하면 $2x=5$이므로 $x=\frac{5}{2}$이다.
$x=\frac{5}{2}$를 ㉢에 대입하면 $y=\frac{1}{2}$이다.
따라서 $20xy=25$이다.

| 다른풀이 |

$$\begin{cases} x^2-y^2=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ (x+y)^2-2(x+y)=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$
$x+y=\alpha$, $xy=\beta$라 하면 $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$이므로
$(x-y)^2=\alpha^2-4\beta$ $\cdots\cdots$ ㉢
식 ㉡에 의해 $\alpha^2-2\alpha-3=0$이 된다.
그러므로 $\alpha=3$ 또는 $\alpha=-1$이고 x, y는 양수이므로 $\alpha=3$ 즉, $x+y=3$이다.
따라서 식 ㉢은 $(x-y)^2=9-4\beta$이다.
또한, 식 ㉠을 제곱하면 $(x^2-y^2)^2=6^2$이고, 등식을 정리하면
$(x+y)^2(x-y)^2=6^2$ $\cdots\cdots$ ㉣
식 ㉣에 $x+y=3$과 식 ㉢을 대입하면
$3^2(9-4\beta)=6^2$이므로 $9-4\beta=4$ 즉, $\beta=\frac{5}{4}$이다.
따라서 $20xy=25$이다.

28 복소수의 성질을 이용하여 추론하기 정답 8

선지별 선택비율/정답률	58% (주관식)

| 정답풀이 |

$z=a+bi$(a, b는 실수)라 하면 $z^2=(a^2-b^2)+2abi$이고 복소수의 성질에 의해
$(\overline{z})^2=\overline{z^2}$이므로
$(\overline{z})^2=a^2-b^2-2abi$이다.
따라서 $z^2+(\overline{z})^2=2(a^2-b^2)$이다.

조건 (나)에 의해 $z^2+(\bar{z})^2$은 음수이므로
$2(a^2-b^2)<0$
즉, $2(a+b)(a-b)<0$ …… ㉠
조건 (가)의 $z=3x+(2x-7)i$에서 $a=3x$, $b=2x-7$을
식 ㉠에 대입하면
$2\{3x+(2x-7)\}\{3x-(2x-7)\}=2(5x-7)(x+7)$이고
$(5x-7)(x+7)<0$이므로 $-7<x<\frac{7}{5}$을 만족하는
정수 x는 -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1이고
정수 x의 개수는 8이다.

29 사차방정식 해의 성질을 활용하여 문제해결하기 정답 21

선지별 선택비율/정답률	88% (주관식)

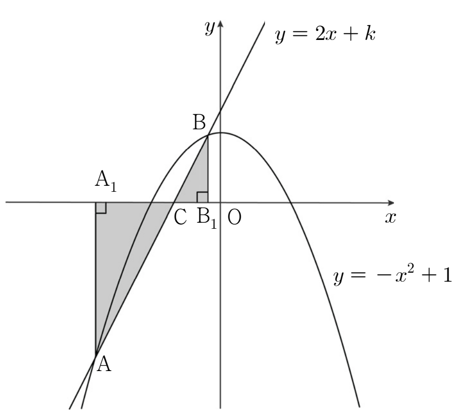
| 정답풀이 |

$x^2=t(t\geq 0)$라 하면 주어진 사차방정식은
$t^2-9t+k-10=0$이므로 t에 대한 이차방정식이다.
즉, 방정식 $t^2-9t+k-10=0$의 두 실근이 0이상이어야 한다.
따라서 판별식을 D라 하면 $D\geq 0$, (두 근의 합)≥ 0,(두 근의 곱)≥ 0이어야 한다.
$D=9^2-4(k-10)\geq 0$이므로
$k\leq\frac{121}{4}$ …… ㉠
(두 근의 합)$=9\geq 0$이므로
k의 값에 관계없이 성립한다. …… ㉡
두 근의 곱 $k-10\geq 0$이므로
$k\geq 10$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $10\leq k\leq\frac{121}{4}$이므로 모든 근이 실수가 되도록 하는 자연수 k는
10, 11, $\cdots$, 30
이므로 k의 개수는 21이다.

30 이차함수와 이차방정식의 관계를 활용하여 문제해결하기 정답 39

선지별 선택비율/정답률	91% (주관식

| 정답풀이 |



점 A, B의 x좌표를 각각 α, β라 하면 $\mathrm{A}(\alpha,\ 2\alpha+k)$, $\mathrm{B}(\beta,\ 2\beta+k)$, $\mathrm{A_1}(\alpha,\ 0)$, $\mathrm{B_1}(\beta,\ 0)$, $\mathrm{C}\left(-\frac{k}{2},\ 0\right)$이고,
α, β는 이차방정식 $-x^2+1=2x+k$
즉, $x^2+2x+k-1=0$의 근이므로
근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=k-1$ …… ㉠
이다.
삼각형 $\mathrm{ACA_1}$의 넓이를 S_1이라 하면
$S_1=\frac{1}{2}(-2\alpha-k)\left(-\frac{k}{2}-\alpha\right)=\left(\frac{k}{2}+\alpha\right)^2$이고,
삼각형 $\mathrm{BCB_1}$의 넓이를 S_2라 하면
$S_2=\frac{1}{2}(2\beta+k)\left(\beta+\frac{k}{2}\right)=\left(\frac{k}{2}+\beta\right)^2$이다.
두 삼각형 $\mathrm{ACA_1}$과 $\mathrm{BCB_1}$의 넓이의 합이 $\frac{3}{2}$이므로
$\left(\alpha+\frac{k}{2}\right)^2+\left(\beta+\frac{k}{2}\right)^2=\frac{3}{2}$이고,
$(\alpha^2+\beta^2)+k(\alpha+\beta)+\frac{k^2}{2}=\frac{3}{2}$이다.
즉, $2(\alpha^2+\beta^2)+2k(\alpha+\beta)+k^2-3=0$이고,
㉠에 의해 $k^2-8k+9=0$이다.
그러므로 $k=4\pm\sqrt{7}$이고 $-2<k<2$이므로
$k=4-\sqrt{7}$이다.
따라서 $p=4$, $q=-1$이므로 $10p+q=39$이다.

등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	84	72	57	43	30	20	15	11
나의 점수	[ ] 점				[ ] 등급			

오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	30	29	21	28	20
오답률(%)	93.0	88.0	66.4	64.0	63.9

07회 2016학년도 9월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설

본문 55-62페이지

1 ②	2 ①	3 ③	4 ⑤	5 ③
6 ③	7 ④	8 ②	9 ⑤	10 ②
11 ②	12 ③	13 ①	14 ④	15 ③
16 ①	17 ②	18 ④	19 ⑤	20 ⑤
21 ④	22 7	23 11	24 14	25 8
26 22	27 24	28 180	29 20	30 17

5지 선다형

1 합집합의 원소의 합 계산하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	2%	92%	1%	1%	2%

| 정답풀이 |

$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$이므로

모든 원소의 합은 15

2 다항식의 연산 계산하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	92%	2%	3%	1%	0%

| 정답풀이 |

$X-A=B$에서

$X=A+B$

$=(2x^2-4x-2)+(3x+3)$

$=2x^2-x+1$

3 평행이동한 점의 좌표 계산하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	5%	2%	88%	1%	1%

| 정답풀이 |

점 $(2,\ 3)$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

점 $(1,\ 5)$이므로 $a=1$, $b=5$

따라서 $a+b=6$

4 두 점 사이의 거리 계산하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	2%	1%	3%	3%	89%

| 정답풀이 |

$\sqrt{(a-2)^2+(3-1)^2}=\sqrt{13}$

양변을 제곱하면

$a^2-4a-5=0$

$(a+1)(a-5)=0$

$a>0$이므로 $a=5$

5 다항식의 인수분해 계산하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	2%	2%	87%	2%	6%

| 정답풀이 |

$2x+y=t$라 하면

$(2x+y)^2-2(2x+y)-3$

$=t^2-2t-3$

$=(t+1)(t-3)$

$=(2x+y+1)(2x+y-3)$

즉 $a=2$, $b=1$, $c=-3$

따라서 $a+b+c=2+1+(-3)=0$

6 항등식 이해하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	3%	2%	89%	1%	2%

| 정답풀이 |

주어진 등식의 양변에 $x=2$를 대입하면

$b=12$

즉

$x^2+3x+2=(x-2)^2+a(x-2)+12$ ……㉠

㉠의 양변에 $x=0$을 대입하면

$2=4-2a+12$

즉 $a=7$

따라서 $a+b=7+12=19$

7 두 점을 지나는 직선의 y절편 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	3%	5%	4%	82%	4%

| 정답풀이 |

주어진 두 직선의 방정식을 연립하여 풀면

$x=2,\ y=2$

두 점 $(2,\ 2)$, $(4,\ 0)$을 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{0-2}{4-2}=-1$이므로

$y=-(x-4)$

즉 $y=-x+4$

따라서 y절편은 4

(별해)

주어진 두 직선이 만나는 점을 지나는 직선의

방정식은 상수 k에 대하여

$x-2y+2+k(2x+y-6)=0$ ……㉠

이 직선이 $(4,\ 0)$을 지나므로 ㉠에 대입하면

$k=-3$

구하는 직선의 방정식은 $x+y-4=0$

따라서 y절편은 4

8 원의 방정식 이해하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	10%	69%	7%	7%	4%

| 정답풀이 |

선분 AB를 외분하는 점 C의 좌표를 $(x,\ y)$라고 하면

$x=\dfrac{3\times2-2\times1}{3-2}=4$

$y=\dfrac{3\times1-2\times3}{3-2}=-3$

즉 C$(4,\ -3)$

원의 중심은 선분 BC의 중점이므로

$a=\dfrac{2+4}{2}=3$

$b=\dfrac{1+(-3)}{2}=-1$

즉 원의 중심의 좌표는 $(3,\ -1)$

따라서 $a+b=3+(-1)=2$

9 복소수가 서로 같을 조건 이해하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	2%	4%	5%	8%	78%

| 정답풀이 |

주어진 식을 정리하면

$3x^2-10xy+(2x^2-5x)i=8+12i$

양변의 두 복소수가 서로 같으므로

$\begin{cases} 3x^2-10xy=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x^2-5x=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서

$2x^2-5x-12=0$

$(2x+3)(x-4)=0$

x는 정수이므로 $x=4$ ……㉢

㉠에 ㉢을 대입하면

$48-40y=8$이므로 $y=1$

따라서 $x+y=5$

10 이차함수와 이차부등식의 관계 이해하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	14%	70%	5%	5%	3%

| 정답풀이 |

이차함수 $f(x)=x^2-2ax+9a$이고

이차부등식 $f(x)<0$에서

주어진 이차부등식을 만족시키는 해가 없으려면 이차함수 $f(x)=x^2-2ax+9a$의 그래프가 x축과 한 점에서 만나거나 만나지 않아야 한다.

이차방정식 $x^2-2ax+9a=0$의 판별식을 D라 할 때, $\frac{D}{4}=a^2-9a=a(a-9)\le 0$

이므로

$0\le a\le 9$

따라서 정수 a의 개수는 10

11 필요조건을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	4%	62%	11%	11%	9%

| 정답풀이 |

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 할 때

$P=\{x\,|\,x\le -2$ 또는 $x\ge 5\}$

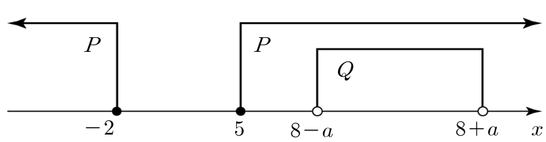
$Q=\{x\,|\,8-a<x<8+a\}$

p는 q이기 위한 필요조건이므로 $Q\subset P$

$a>0$이므로 $5\le 8-a$

즉 $0<a\le 3$

따라서 자연수 a의 개수는 3



12 연립부등식의 영역 이해하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	5%	4%	65%	17%	6%

| 정답풀이 |

$(x^2-y)(x^2+y-1)\ge 0$에서

$\begin{cases} x^2-y\ge 0 \\ x^2+y-1\ge 0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x^2-y\le 0 \\ x^2+y-1\le 0 \end{cases}$

(ⅰ) $\begin{cases} x^2-y\ge 0 \\ x^2+y-1\ge 0 \end{cases}$의 영역은

이차함수 $y=x^2$의 그래프의 아랫부분(경계선 포함)과 이차함수 $y=-x^2+1$의 그래프의 윗부분(경계선 포함)의 공통부분으로

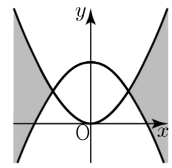
[그림 1]의 어두운 부분이다.

(ⅱ) $\begin{cases} x^2-y\le 0 \\ x^2+y-1\le 0 \end{cases}$의 영역은

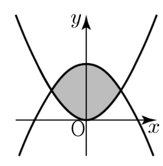
이차함수 $y=x^2$의 그래프의 윗부분(경계선 포함)과 이차함수 $y=-x^2+1$의 그래프의 아랫부분(경계선 포함)의 공통부분으로

[그림 2]의 어두운 부분이다.

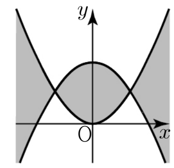
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 영역은 [그림 3]의 어두운 부분이다. (단, 경계선은 포함한다.)



[그림 1]



[그림 2]



[그림 3]

13 연립방정식 이해하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	66%	5%	12%	7%	7%

| 정답풀이 |

$\begin{cases} x^2+y^2=40 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x^2+y^2=4xy & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 $(2x-y)^2=0$이므로 $y=2x$

㉠에 대입하면 $x^2=8$이므로

$\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=4\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-4\sqrt{2} \end{cases}$

따라서 $\alpha\beta=16$

14 직선의 기울기를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	4%	5%	15%	71%	2%

| 정답풀이 |

점 B의 좌표를 $(\alpha,\ 0)$이라 할 때

점 A가 이차함수의 그래프의 꼭짓점이므로

$2=\frac{0+\alpha}{2}$, 즉 $\alpha=4$

삼각형 OAB의 넓이를 이등분하기 위해서는

직선 $y=mx$는 선분 AB의 중점을 지나야 한다.

선분 AB의 중점의 좌표는 $(3,\ -2)$이므로

$-2=3m$

따라서 $m=-\frac{2}{3}$

15 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	6%	7%	67%	10%	7%

| 정답풀이 |

$g(x)=0$에서

$ax+2a^2=a(x+2a)=0$

$a>0$이므로 $x=-2a$

따라서 점 C의 좌표는 $(-2a,\ 0)$

$f(x)=g(x)$에서

$x^2=ax+2a^2$

$(x-2a)(x+a)=0$

$x=-a$ 또는 $x=2a$

점 A는 제1사분면 위에 있으므로

점 E의 좌표는 $(2a,\ 0)$

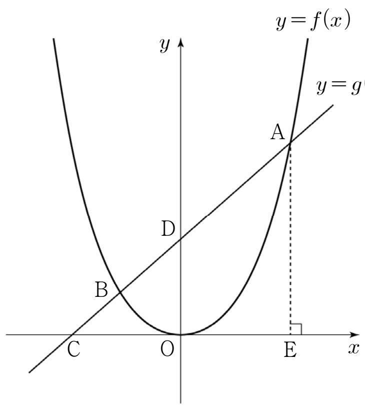
삼각형 COD와 삼각형 CEA의 닮음비는 $1:2$

이므로 넓이의 비는 $1:4$

즉 $S_1:S_2=1:3$이므로

$S_2=3S_1$

따라서 $k=3$



16 여러 가지 방정식의 실근을 가질 조건을 이용하여 추론하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	48%	21%	11%	12%	6%

| 정답풀이 |

$x^3+(8-a)x^2+(a^2-8a)x-a^3=0$

$(x-a)(x^2+8x+a^2)=0$

서로 다른 세 실근을 갖기 위해서는

방정식 $x^2+8x+a^2=0$은

서로 다른 두 실근을 가져야 하므로

판별식을 D라 할 때

$\frac{D}{4}=16-a^2>0$

따라서 $-4<a<4$ ……㉠

또한 $x=a$는 $x^2+8x+a^2=0$의 근이

아니어야 하므로

$2a^2+8a\neq 0$

따라서 $a\neq 0$이고 $a\neq -4$ ……㉡

㉠, ㉡에 의해 정수 a의 개수는 6

17 이차함수와 이차방정식의 관계를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	6%	66%	6%	12%	7%

| 정답풀이 |

퇴적물 입자 A, B의 직경을 각각 D_A, D_B라 할 때

$D_A : D_B=2:5$이므로 양수 t에 대하여

$D_A=2t$, $D_B=5t$로 나타낼 수 있다.

$V_A=\left(\frac{4c-c}{18k}\right)\times g\times(2t)^2$

$V_B=\left(\frac{7c-c}{18k}\right)\times g\times(5t)^2$

따라서 $\frac{V_A}{V_B}=\frac{2}{25}$

18 부등식 영역에서의 최대, 최소를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	6%	8%	6%	73%	4%

| 정답풀이 |

꽃다발 A, B의 개수를 각각 x, y라 하면

점 $(x,\ y)$는 네 부등식

$x\geq 0$, $y\geq 0$, $5x+4y\leq 310$, $3x+4y\leq 250$

을 모두 만족시키는 영역에 있다.

판매 이익을 k라 하면

$1000x+1200y=k$ ……㉠이므로

두 직선

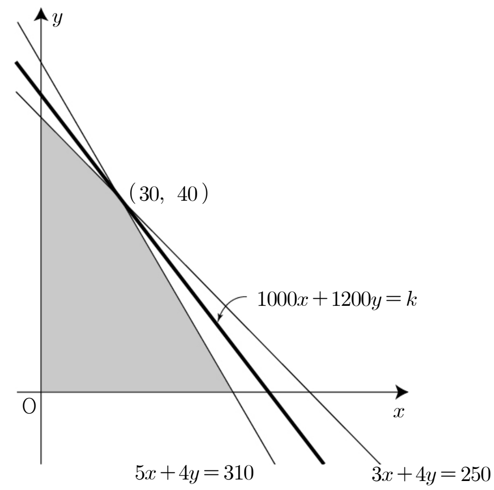
$5x+4y=310$, $3x+4y=250$

이 만나는 점 $(30,\ 40)$을 직선 ㉠이 지날 때,

k는 최댓값을 가진다.

따라서 최대 판매 이익은

$1000\times 30+1200\times 40=78000$(원)



19 원과 직선의 위치관계를 이용하여 추론하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	7%	10%	11%	10%	59%

| 정답풀이 |

직선 l의 방정식은 $y=\sqrt{3}x$이고

직선 m의 방정식은 $y=\boxed{-\sqrt{3}}x$이다.

원 위의 제1사분면에 있는 점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라 하면 $a>0$, $b>0$이고

$a^2+b^2=r^2$이다.

점 P에서 x축과 두 직선 l, m에 내린 수선의 발이 각각 A, B, C이므로

$\overline{\mathrm{PA}}=b$

$\overline{\mathrm{PB}}=\frac{|\sqrt{3}a-b|}{\boxed{2}}$

$\overline{\mathrm{PC}}=\frac{|\sqrt{3}a+b|}{\boxed{2}}$

따라서 $\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2=\boxed{\frac{3}{2}r^2}$

$s=-\sqrt{3}$, $t=2$, $f(r)=\frac{3}{2}r^2$

따라서 $f(s\times t)=f(-2\sqrt{3})=18$

20 두 직선이 수직일 조건을 이용하여 추론하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	22%	5%	19%	12%	41%

| 정답풀이 |

ㄱ. 직선 AP의 기울기는 $\frac{1-0}{0-1}=-1$이므로

직선 l의 기울기는 1이다. (참)

ㄴ. 직선 AP의 기울기는 $-\frac{1}{t}$이므로

직선 l의 기울기는 t이다.

따라서 직선 l의 방정식은 $y=t(x-t)$ …㉠

㉠에 점 $(3,\ 2)$를 대입하여 정리하면

$t^2-3t+2=0$이므로

t의 값은 1 또는 2

따라서 직선 l의 개수는 2이다. (참)

ㄷ. 주어진 부등식에 ㉠을 대입하면

$t(x-t)\leq ax^2$

즉 $ax^2-tx+t^2\geq 0$ ……㉡

㉡이 모든 실수 x에 대하여 성립하므로

$a>0$이고

$ax^2-tx+t^2=0$의 판별식을 D라 할 때

$D=t^2-4at^2=t^2(1-4a)\le 0$

$t^2>0$이므로 $1-4a\le 0$ 즉 $a\ge\frac{1}{4}$

따라서 a의 최솟값은 $\frac{1}{4}$이다. (참)

21 이차함수의 그래프와 직선이 만나는 점을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	11%	12%	25%	38%	11%

| 정답풀이 |

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가
일차함수 $y=h(x)$의 그래프와
$x=\alpha$에서 접하므로
이차방정식 $f(x)-h(x)=0$은 $x=\alpha$인 중근을 가진다.
이차함수 $y=f(x)$의 x^2의 계수는 1이므로
$f(x)-h(x)=(x-\alpha)^2$
따라서 $f(x)=(x-\alpha)^2+h(x)$
같은 방법으로 $g(x)=4(x-\beta)^2+h(x)$
$\beta=2\alpha$이고
두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$가
만나는 점의 x좌표를 t라 하면
$f(t)=g(t)$이므로
$(t-\alpha)^2+h(t)=4(t-2\alpha)^2+h(t)$
$3t^2-14\alpha t+15\alpha^2=0$
$(3t-5\alpha)(t-3\alpha)=0$
이때 $\alpha<t<2\alpha$이므로 $t=\frac{5}{3}\alpha$
따라서 $\frac{t}{\alpha}=\frac{5}{3}$

단답형

22 명제의 참, 거짓 이해하기

정답 7

선지별 선택비율/정답률	9% (주관식)

| 정답풀이 |

명제가 참이기 위해서는
$x=a$가 $x^2-5x-14=0$의 근이어야 하므로
$a^2-5a-14=0$
$(a+2)(a-7)=0$
$a=-2$ 또는 $a=7$
a는 양수이므로 $a=7$

23 이차방정식이 허근을 가질 조건 이해하기

정답 11

선지별 선택비율/정답률	34% (주관식)

| 정답풀이 |

주어진 방정식이 허근을 갖기 위해서는
판별식을 D라 할 때
$D=a^2-36<0$이므로 $-6<a<6$
따라서 부등식을 만족시키는 정수 a의 개수는 11

24 나머지정리 이해하기

정답 14

선지별 선택비율/정답률	26% (주관식)

| 정답풀이 |

나머지정리에 의해
$f(-1)=1-a+b=2$
$f(1)=1+a+b=8$
이므로 두 식을 정리하면

$$\begin{cases}-a+b=1 & \cdots\cdots ㉠\\ a+b=7 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$

㉠과 ㉡을 연립하여 풀면
$a=3$, $b=4$
따라서 $f(x)=x^2+3x+4$이므로
$f(2)=4+6+4=14$

25 근과 계수의 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 8

선지별 선택비율/정답률	32% (주관식)

| 정답풀이 |

$f(x)=(x-\alpha)(x-\beta)$
$\quad=x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$
$\quad=x^2-6x+\alpha\beta$
$\quad=(x-3)^2-9+\alpha\beta$
따라서 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -9+\alpha\beta)$이다.
$y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y=2x-7$ 위에 있으므로
$-9+\alpha\beta=-1$이고 $\alpha\beta=8$
따라서 $f(x)=x^2-6x+8$이므로
$f(0)=8$
(별해)
이차함수의 그래프는 축에 대하여 대칭이고 $\frac{\alpha+\beta}{2}=3$이므로 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점의 x좌표는 3
이차함수의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y=2x-7$ 위에 있으므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, -1)$
이차함수 $y=f(x)$의 최고차항의 계수가 1이므로 $f(x)=(x-3)^2-1$
따라서 $f(0)=8$

26 원과 직선 사이의 거리를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 22

선지별 선택비율/정답률	72% (주관식)

| 정답풀이 |

원점에서의 거리가 최대인 직선 l은 원점과 점 $(3, 4)$를 연결한 직선과 수직으로 만나야 한다.
점 $(3, 4)$를 지나는 직선의 방정식을
$y=a(x-3)+4$라 할 때
원점과 점 $(3, 4)$를 연결한 직선의 기울기는 $\frac{4}{3}$
이므로 $a=-\frac{3}{4}$
따라서 직선 l의 방정식을 정리하면
$3x+4y-25=0$
원의 중심 $(7, 5)$와 직선 l 사이의 거리는
$\frac{|21+20-25|}{\sqrt{9+16}}=\frac{16}{5}$
이고 원의 반지름의 길이가 1이므로
원 위의 점 P와 직선 l 사이의 거리의 최솟값은
$m=\frac{16}{5}-1=\frac{11}{5}$
따라서 $10m=22$

27 집합의 연산법칙을 이용하여 집합의 원소의 합 추론하기

정답 24

선지별 선택비율/정답률	43% (주관식)

| 정답풀이 |

$S(A\cap B)=8$
$A^C\cap B^C=(A\cup B)^C$이므로
$A\cup B=\{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$이고
$S(A\cup B)=28$
$S(A)+S(B)=S(A\cup B)+S(A\cap B)=36$
이때 $S(A)+S(B)=\frac{3}{2}S(A)$이므로
$S(A)=24$
(참고)
$A=\{2, 3, 5, 6, 8\}$, $B=\{3, 4, 5\}$

28 선분을 내분하는 점의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기 정답 180

선지별 선택비율/정답률	85% (주관식)

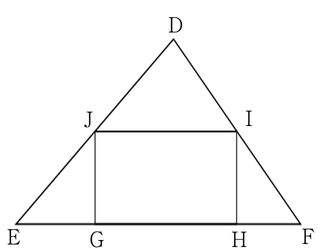
| 정답풀이 |

$\overline{AO}=2\sqrt{5}$, $\overline{BO}=3\sqrt{5}$ 이므로
각의 이등분선의 성질에 의해
$\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{AO}:\overline{BO}=2:3$
$3\overline{AC}=2\overline{BC}$
$3\sqrt{(a+2)^2+(b-4)^2}=2\sqrt{(a-3)^2+(b+6)^2}$
$5a^2+60a+5b^2-120b=0$
$(a+6)^2+(b-12)^2=180$
즉 점 $C(a,\ b)$는 원 $(x+6)^2+(y-12)^2=180$
위의 점이다. (단, 점 $C(a,\ b)$는 직선 AB 위에 있지 않다.)
직선 AB는 $y=-2x$ 이므로
원의 중심 $(-6,\ 12)$가 직선 AB 위에 있다.
따라서 점 C와 직선 AB 사이의 거리의 최댓값은 원 $(x+6)^2+(y-12)^2=180$의 반지름의 길이와 같으므로
$m^2=180$

29 이차함수의 최댓값을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기 정답 20

선지별 선택비율/정답률	73% (주관식)

| 정답풀이 |

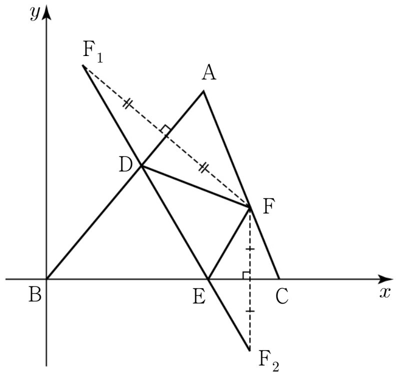


두 변 JG, JI의 길이를 각각 x(m), y(m)라 할 때 삼각형 DJI와 삼각형 DEF는 닮음이므로
$(4-x):4=y:6$
$4y=6(4-x)$
$y=6-\frac{3}{2}x$
오벨리스크의 부피는
$\frac{1}{3}\times10\times x\times y$
$=20x-5x^2$
$=-5(x-2)^2+20\ \ (0<x<4)$
$x=2$일 때 최대 부피는 $20(\mathrm{m}^3)$
따라서 $V=20$

30 두 점 사이의 거리의 최솟값을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기 정답 17

선지별 선택비율/정답률	89% (주관식)

| 정답풀이 |



$B(0,\ 0)$, $C(4,\ 0)$이 되도록
좌표평면 위에 삼각형 ABC를 나타내고
제1사분면 위의 점 A의 좌표를 $(\alpha,\ \beta)$라 할 때
$\overline{AB}^2=\alpha^2+\beta^2=18$
$\overline{AC}^2=(\alpha-4)^2+\beta^2=10$
이므로 $A(3,\ 3)$
직선 AC의 방정식은 $y=-3x+12$
점 F의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때 $b=-3a+12$
직선 AB의 방정식은 $y=x$이므로
점 F를 직선 AB와 x축에 대하여 대칭이동한 점을 각각 F_1, F_2라 하면
$F_1(b,\ a)$, $F_2(a,\ -b)$이다.
이때 $\overline{DF}=\overline{DF_1}$, $\overline{EF}=\overline{EF_2}$이므로
삼각형 DEF의 둘레의 길이는
$\overline{DF_1}+\overline{DE}+\overline{EF_2}$의 값과 같다.
$\overline{DF_1}+\overline{DE}+\overline{EF_2}\geq\overline{F_1F_2}$
$$\overline{F_1F_2}=\sqrt{(a-b)^2+(-b-a)^2}$$
$$=\sqrt{2a^2+2b^2}$$
$$=\sqrt{2a^2+2(-3a+12)^2}$$
$$=\sqrt{20\left(a-\frac{18}{5}\right)^2+\frac{144}{5}}\ \ (3<a<4)$$
삼각형 DEF의 둘레의 길이의 최솟값은 $\frac{12}{5}\sqrt{5}$
따라서 $p+q=17$

등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	84	73	61	48	35	24	17	12
나의 점수	[		] 점		[			] 등급

오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	30	28	29	26	21
오답률(%)	89	84	73	72	62

08회 2015학년도 9월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설 본문 63-71페이지

1 ③	2 ①	3 ⑤	4 ②	5 ⑤
6 ④	7 ④	8 ③	9 ②	10 ④
11 ③	12 ①	13 ②	14 ④	15 ②
16 ⑤	17 ①	18 ⑤	19 ③	20 ④
21 ③	22 5	23 24	24 3	25 12
26 25	27 23	28 16	29 10	30 14

5지 선다형

1 복소수 계산하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	1%	1%	95%	0%	0%

| 정답풀이 |

$z_1z_2=(2-3i)(2+3i)=2^2-(3i)^2=4+9$

따라서 $z_1z_2=13$

2 다항식 계산하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	96%	0%	0%	1%	0%

| 정답풀이 |

$2A-B=4x^2-2x+2-(x^2-2x-1)$

$\quad=4x^2-2x+2-x^2+2x+1=3x^2+3$

따라서 $2A-B=3x^2+3$

3 두 점 사이의 거리 계산하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	2%	0%	1%	1%	93%

| 정답풀이 |

$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(5-1)^2+(7-3)^2}=4\sqrt{2}$

4 이차함수의 최댓값과 최솟값 계산하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	2%	88%	4%	3%	0%

| 정답풀이 |

꼭짓점의 x좌표는 주어진 x의 값의 범위에 속한다.

$x=-1$일 때 $y=-2$

$x=-2$일 때 $y=-1$

$x=3$일 때 $y=14$이므로

최댓값 $M=14$, 최솟값 $m=-2$

따라서 $M+m=12$

5 미지수가 3개인 연립방정식 계산하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	1%	2%	1%	1%	92%

| 정답풀이 |

$\begin{cases} x-y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ y+2z=6 & \cdots\cdots ㉡ \\ z-x=7 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

에서 ㉠+㉡을 하면 $x+2z=11$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉢+㉣을 하면 $3z=18$, $z=6$ $\cdots\cdots$ ㉤

㉤을 ㉡, ㉢에 대입하면 $x=-1$, $y=-6$

따라서 $xyz=36$

6 집합의 연산법칙 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	1%	0%	1%	95%	0%

| 정답풀이 |

드 모르간의 법칙에 의해 $A^C\cap B^C=(A\cup B)^C$

$n(A\cup B)=n(U)-n(A^C\cap B^C)=50-5=45$

따라서 $n((A-B)\cup(B-A))$

$=n(A\cup B)-n(A\cap B)=45-12=33$

7 직선의 수직 조건 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	5%	3%	8%	79%	2%

| 정답풀이 |

두 직선의 방정식 $x-2y+2=0$,

$2x+y-6=0$을 연립하여 풀면

$x=2$, $y=2$이므로

두 직선의 교점의 좌표는 $(2, 2)$이고

직선 $x-3y+6=0$와 수직인 직선의 기울기는 -3이다.

기울기가 -3이고 점 $(2, 2)$를 지나는 직선의 방정식은 $y-2=-3(x-2)$

따라서 y절편은 8

(별해)

두 직선 $x-2y+2=0$, $2x+y-6=0$의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$x-2y+2+k(2x+y-6)=0$ (단, k는 실수)

즉, $(1+2k)x+(-2+k)y+2-6k=0$ $\cdots\cdots$ ㉠

직선 ㉠과 직선 $x-3y+6=0$이 수직이므로

$(1+2k)-3(-2+k)=0$에서 $k=7$

구하는 직선의 방정식은 $3x+y-8=0$

따라서 y절편은 8

8 연립부등식 성질 이해하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	4%	4%	85%	4%	1%

| 정답풀이 |

$x^2+x-6\geq 0$에서 $(x+3)(x-2)\geq 0$,

$x\leq -3$ 또는 $x\geq 2$ $\cdots\cdots$ ㉠

$x^2-6x+5<0$에서 $(x-1)(x-5)<0$,

$1<x<5$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 x의 값의 범위는

$2\leq x<5$이므로

정수 x의 값은 2, 3, 4

따라서 정수 x의 개수는 3

9 도형의 평행이동 이해하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	3%	81%	5%	6%	3%

| 정답풀이 |

원 $x^2+y^2+2x-4y-3=0$은

$(x+1)^2+(y-2)^2=8$로 나타낼 수 있고 이를 x축의 방향으로 a만큼 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 원의 중심은 $(-1+a,\ 2+b)$이고 반지름의 길이는 변함이 없다. 평행이동한 도형이 원 $(x-3)^2+(y+4)^2=c$이므로

$-1+a=3$, $2+b=-4$, $c=8$이다.

따라서 $a=4$, $b=-6$, $c=8$이므로

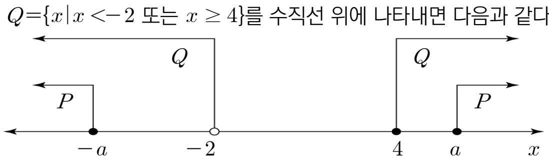
$a+b+c=6$

10 두 조건의 진리집합 사이의 관계 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	8%	7%	10%	70%	3%

| 정답풀이 |

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
명제 $p \rightarrow q$가 참이므로 $P \subset Q$이어야 한다.
$P \subset Q$가 성립하도록
두 집합 $P=\{x|x \geq a$ 또는 $x \leq -a\}$,
$Q=\{x|x<-2$ 또는 $x \geq 4\}$를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$-a<-2$ …… ㉠, $a \geq 4$ …… ㉡
㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 a의 값의 범위는 $a \geq 4$
따라서 양수 a의 최솟값은 4

11 다항식의 나눗셈을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	6%	13%	63%	11%	4%

| 정답풀이 |

직육면체의 밑면의
가로의 길이는 $n^2+3n=n(n+3)$,
세로의 길이는 $n+1=n\times1+1$,
높이가 $n^3+3n^2+2n+2=n(n^2+3n+2)+2$
이므로 한 모서리의 길이가 n인 정육면체를 최대 $(n+3)\times1\times(n^2+3n+2)$개 얻을 수 있다.
따라서 구하는 최대 개수는 $(n+1)(n+2)(n+3)$

12 연립부등식의 영역 이해하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	70%	6%	14%	3%	4%

| 정답풀이 |

$(x^2+2x-y+1)(x^2+y^2-9) \leq 0$에서

$\begin{cases} x^2+2x-y+1 \geq 0 \\ x^2+y^2-9 \leq 0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x^2+2x-y+1 \leq 0 \\ x^2+y^2-9 \geq 0 \end{cases}$

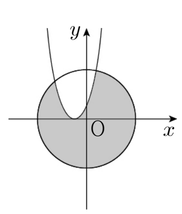
(i) $\begin{cases} x^2+2x-y+1 \geq 0 \\ x^2+y^2-9 \leq 0 \end{cases}$의 영역은

이차함수 $y=x^2+2x+1$의 그래프의 아랫부분(경계선 포함)과 원 $x^2+y^2=9$의 내부(경계선 포함)의 공통부분으로
[그림 1]의 어두운 부분이다.

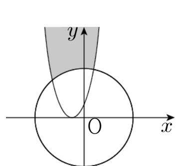
(ii) $\begin{cases} x^2+2x-y+1 \leq 0 \\ x^2+y^2-9 \geq 0 \end{cases}$의 영역은

이차함수 $y=x^2+2x+1$의 그래프의 윗부분(경계선 포함)과 원 $x^2+y^2=9$의 외부(경계선 포함)의 공통부분으로
[그림 2]의 어두운 부분이다.

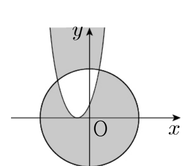
(i), (ii)에 의하여 구하는 영역은 [그림 3]의 어두운 부분이다. (단, 경계선은 포함한다.)



[그림 1]



[그림 2]



[그림 3]

13 직선의 방정식 이해하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	11%	61%	13%	8%	5%

| 정답풀이 |

이차함수 $f(x)=x^2+px+p$

$=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+p-\frac{p^2}{4}$ 이므로

꼭짓점 $\mathrm{A}\left(-\frac{p}{2},\ p-\frac{p^2}{4}\right)$, 점 $\mathrm{B}(0,\ p)$이다.
두 점 A, B를 지나는 직선 l의 기울기는

$\dfrac{p-\left(p-\frac{p^2}{4}\right)}{0-\left(-\frac{p}{2}\right)}=\frac{p}{2}$ 이고 y절편은 p이므로

직선 l의 방정식은 $y=\frac{p}{2}x+p$
따라서 직선 l의 x절편은 -2

14 이차함수와 이차부등식의 관계 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	7%	10%	28%	42%	10%

| 정답풀이 |

직선 l의 방정식은 $y=\frac{p}{2}x+p$이므로
$g(x)=\frac{p}{2}x+p$이다.
부등식 $f(x)-g(x)=x^2+\frac{p}{2}x \leq 0$에 대하여

(i) $p>0$인 경우
$-\frac{p}{2} \leq x \leq 0$을 만족시키는 정수 x의 개수가 10이 되도록 하는 p의 값의 범위는
$-10<-\frac{p}{2} \leq -9$에서 $18 \leq p<20$이므로 정수 p의 값은 18, 19

(ii) $p<0$인 경우
$0 \leq x \leq -\frac{p}{2}$를 만족시키는 정수 x의 개수가 10이 되도록 하는 p의 값의 범위는
$9 \leq -\frac{p}{2}<10$에서 $-20<p \leq -18$이므로 정수 p의 값은 -18, -19

(i), (ii)에서 정수 p의 최댓값 $M=19$, 최솟값 $m=-19$

15 방정식의 근을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	8%	61%	7%	15%	7%

| 정답풀이 |

방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$의 계수가 모두 실수이므로 $1+\sqrt{3}i$가 근이면 $1-\sqrt{3}i$도 근이다. $1+\sqrt{3}i$ 또는 $1-\sqrt{3}i$가 이차방정식
$x^2+ax+2=0$의 근이면 a가 실수인 이차방정식은 존재하지 않는다.
$1+\sqrt{3}i$, $1-\sqrt{3}i$를 두 근으로 하는
이차방정식은 $x^2-2x+4=0$이고 방정식
$x^3+ax^2+bx+c=0$은 공통인 근 m을 가지므로
$x^3+ax^2+bx+c=(x^2-2x+4)(x-m)=0$
$a=-m-2$ …… ㉠
공통인 근이 m이므로 $m^2+am+2=0$이고 이 식에 ㉠을 대입하면
$m^2+(-m-2)m+2=0$에서 $-2m+2=0$
따라서 $m=1$

16 이차함수와 이차방정식의 관계를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	13%	6%	6%	4%	68%

| 정답풀이 |

집 A와 집 B에 있는 덕트 안의 공기의 속력의 비가 $3:5$이므로 실수 t에 대하여 집 A에 있는 덕트 안의 공기의 속력을 $3t$, 집 B에 있는 덕트 안의 공기의 속력을

$5t$ 라 하면

$$P_A=\frac{c\times(3t)^2}{2g}=\frac{9ct^2}{2g},$$

$P_B=\dfrac{2c\times(5t)^2}{2g}=\dfrac{25ct^2}{g}$ 이므로

$$\frac{25ct^2}{g}=k\times\frac{9ct^2}{2g}$$

따라서 $k=\dfrac{50}{9}$

17 부등식의 영역에서 최대, 최소를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	73%	5%	7%	8%	4%

| 정답풀이 |

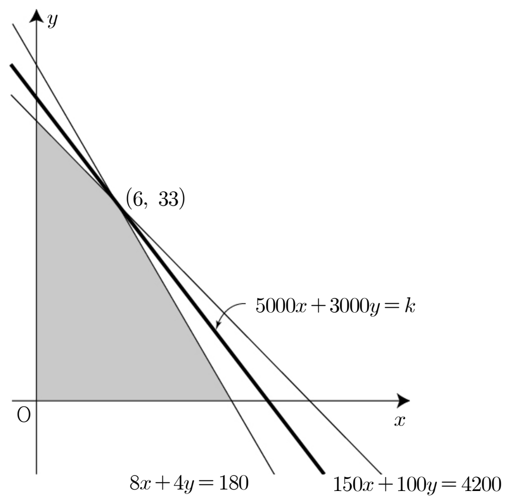
하루에 만든 컵과 접시의 개수를 각각 x, y라 하면 점 $(x,\ y)$는 네 부등식 $x\geq 0$, $y\geq 0$, $150x+100y\leq 4200$, $8x+4y\leq 180$을 모두 만족시키는 영역에 있다.

이때, 판매 이익을 k라 하면 $k=5000x+3000y$

이 직선이 두 직선 $150x+100y=4200$,

$8x+4y=180$의 교점 $(6,\ 33)$을 지날 때 k는 최댓값을 가진다. 즉, 하루에 컵을 6개, 접시를 33개 만들어 판매하였을 때, 판매 이익이 최대가 된다.

따라서 최대 판매 이익은 129000원



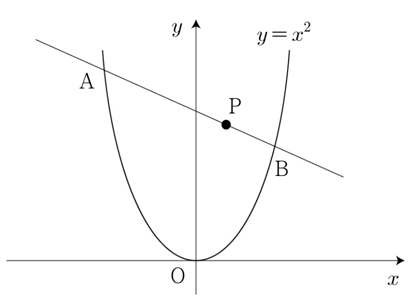
18 직선의 방정식을 이용하여 추론하기

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	8%	15%	18%	24%	34%

| 정답풀이 |

〈증명〉



임의의 실수 m에 대하여 부등식 $y>x^2$의 영역에 있는 한 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$를 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은

$y=m(x-a)+b$ …… ㉠

㉠이 이차함수 $y=x^2$의 그래프와 만나는 두 점 A, B의 좌표를 각각 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$,

선분 AB의 중점 M의 좌표를 $\mathrm{M}(X,\ Y)$라 하면

$x_1,\ x_2$는 이차방정식 $x^2-m(x-a)-b=0$의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의해

$$X=\frac{x_1+x_2}{2}=\boxed{\frac{m}{2}}\ \cdots\cdots\ ㉡$$

$$Y=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{x_1^2+x_2^2}{2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{2}$$

$$=\frac{m^2-2(am-b)}{2}=\boxed{\frac{m^2}{2}}-am+b\ \cdots\cdots\ ㉢$$

㉡, ㉢에 의하여 $Y=\boxed{2}X^2-2aX+b$

따라서, 구하는 도형의 방정식은

$y=\boxed{2}x^2-2ax+b$이다.

$f(m)=\dfrac{m}{2}$, $g(m)=\dfrac{m^2}{2}$, $k=2$

따라서 $f(k)+g(k)=1+2=3$

19 나머지정리를 이용하여 추론하기

정답 ③

선지별 선택비율/정답률	23%	4%	47%	9%	15%

| 정답풀이 |

다항식 $f(x)$를 $(x-a)(x-b)$로 나눈 몫을 $Q(x)$라 하면

$f(x)=(x-a)(x-b)Q(x)+R(x)$ …… ㉠

ㄱ. ㉠은 x에 대한 항등식이므로 $x=a$를 대입하면 $f(a)=R(a)$이므로

$f(a)-R(a)=0$ (참)

ㄴ. (반례) $f(x)=(x-a)(x-b)+x$라 하면

$R(x)=x$이고

$f(a)-R(b)=a-b$

$f(b)-R(a)=b-a$

이때, $a\neq b$이므로

$f(a)-R(b)\neq f(b)-R(a)$ (거짓)

ㄷ. $R(x)=px+q$라 하면

$f(a)=pa+q$, $f(b)=pb+q$에서

$af(b)-bf(a)=abp+aq-abp-bq=(a-b)q$

$R(0)=q$이므로

$af(b)-bf(a)=(a-b)R(0)$ (참)

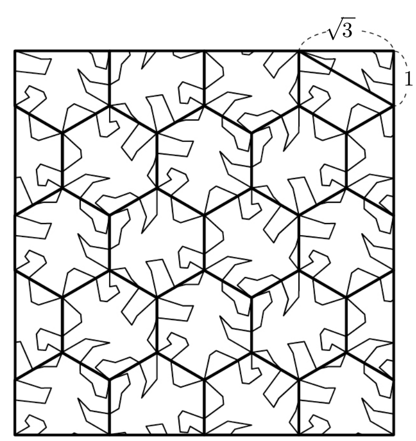
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

20 도형의 대칭이동을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	16%	8%	14%	51%	9%

| 정답풀이 |



정육각형은 6개의 정삼각형으로 이루어져 있고 [그림 1]에 있는 직사각형의 가로의 길이가 $4\sqrt{3}$이므로 정육각형의 한 변의 길이는 1이고 도마뱀 모양 한 개의 넓이는 한 변의 길이가 1인 정육각형의 넓이와 같다.

따라서 도마뱀 모양 한 개의 넓이는 $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

21 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 ③

선지별 선택비율/정답률	8%	12%	48%	17%	11%

| 정답풀이 |

이차함수 $y=x^2-2x-3$의 그래프 위의

점 $\mathrm{C}(a,\ a^2-2a-3)$이 원의 중심이고 원이 직선 $y=2x+9$에 접하므로 원의 중심과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 r와 같다.

$$r=\frac{|2a-(a^2-2a-3)+9|}{\sqrt{5}}$$

$$=\frac{|-a^2+4a+12|}{\sqrt{5}}$$

점 $\mathrm{C}(a,\ b)$는 주어진 조건 $2a-b+9>0$에 의하여 이차함수 $y=x^2-2x-3$과 직선 $y=2x+9$의 두 교점 사이에 있으므로 $-2<a<6$이다.

$-a^2+4a+12>0$이므로

$$r=\frac{-a^2+4a+12}{\sqrt{5}}=-\frac{1}{\sqrt{5}}(a-2)^2+\frac{16}{\sqrt{5}}$$

그러므로 $a=2$일 때 반지름의 길이 r의 최댓값은 $\frac{16}{\sqrt{5}}$이므로 원의 넓이의 최댓값은 $\frac{256}{5}\pi$이다.

따라서 $p+q=261$

(별해)

원의 반지름의 길이는 원의 중심 C와 직선 $y=2x+9$ 사이의 거리이다. 점 C를 지나는 직선 $y=2x+k$가 이차함수 $y=x^2-2x-3$의 그래프와 접할 때 원의 반지름의 길이가 최대이므로 원의 넓이는 최대이다.

방정식 $x^2-2x-3=2x+k$가 중근을 가져야 하므로 $x^2-4x-3-k=0$의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4}=2^2+3+k=0,\ k=-7$$

넓이가 최대인 원의 반지름의 길이는 두 직선의 방정식 $y=2x-7$과 $y=2x+9$ 사이의 거리인 $\frac{16}{\sqrt{5}}$과 같으므로 원의 넓이의 최댓값은 $\frac{256}{5}\pi$이다.

따라서 $p+q=261$

단답형

22 인수분해 이해하기

정답 5

선지별 선택비율/정답률	10% (주관식)

| 정답풀이 |

다항식 $2x^3-x^2-7x+6$을 인수분해하면

$(x-1)(x+2)(2x-3)$이므로 $a=2,\ b=-3$이다.

따라서 $a-b=5$

23 이차방정식의 판별식을 이용하여 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계 이해하기

정답 24

선지별 선택비율/정답률	30% (주관식)

| 정답풀이 |

이차함수 $y=3x^2-4x+k$의 그래프가

직선 $y=8x+12$와 한 점에서 만나야 하므로

이차방정식 $3x^2-12x+k-12=0$의

판별식을 D라 하면 $D=0$이다.

$$\frac{D}{4}=6^2-3(k-12)=72-3k=0$$

따라서 $k=24$

24 조건을 만족시키는 집합의 포함관계를 이용하여 추론하기

정답 3

선지별 선택비율/정답률	47% (주관식)

| 정답풀이 |

$A=\{i,\ -1,\ -i,\ 1\}$이고

$z\in A$이면 $z^2=1$ 또는 $z^2=-1$이므로

$B=\{z_1^2+z_2^2\,|\,z_1\in A,\ z_2\in A\}=\{-2,\ 0,\ 2\}$

따라서 집합 B의 원소의 개수는 3

25 명제의 참, 거짓을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 12

선지별 선택비율/정답률	59% (주관식)

| 정답풀이 |

명제 '집합 P의 어떤 원소 x에 대하여 x는 3의 배수이다.'가 참이 되도록 하려면 집합 P는 적어도 하나의 3의 배수를 원소로 가져야 한다.

(ⅰ) $\{3\}\subset P\subset\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$인 경우

집합 P의 개수는 8

(ⅱ) $\{6\}\subset P\subset\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$인 경우

집합 P의 개수는 8

(ⅲ) $\{3,\ 6\}\subset P\subset\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$인 경우

집합 P의 개수는 4

따라서 (ⅲ)은 (ⅰ)과 (ⅱ)에 동시에 포함되므로 구하는 집합 P의 개수는

$8+8-4=12$

26 원과 직선의 위치 관계 이해하기

정답 25

선지별 선택비율/정답률	57% (주관식)

| 정답풀이 |

$f(x)=ax+b$라 하자.

직선 $y=ax+b$와 원 $x^2+y^2=25$가 접하므로

방정식 $x^2+(ax+b)^2=25$는 중근을 갖는다.

이차방정식 $(a^2+1)x^2+2abx+b^2-25=0$의

판별식을 D라 하면

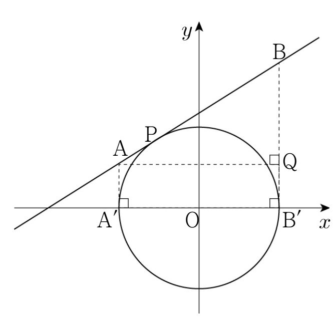
$$\frac{D}{4}=a^2b^2-(a^2+1)(b^2-25)$$

$$=25a^2-b^2+25=0\ \cdots\cdots\ ㉠$$

$f(-5)f(5)=(-5a+b)(5a+b)=b^2-25a^2$

따라서 ㉠에 의해 $f(-5)f(5)=25$

(별해)



두 점 $(-5,\ 0)$, $(5,\ 0)$을 각각 A′, B′이라 하고 두 직선 $x=-5$, $x=5$와 직선 $y=f(x)$의 교점을 각각 A, B라 하면 두 점 A, B의 좌표는 각각 $\mathrm{A}(-5,\ f(-5))$, $\mathrm{B}(5,\ f(5))$이고

$\overline{\mathrm{AA'}}=f(-5)$, $\overline{\mathrm{BB'}}=f(5)$

점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 선분 BB′과 만나는 점을 Q라 하면

$\overline{\mathrm{AB}}=f(-5)+f(5)$, $\overline{\mathrm{BQ}}=f(5)-f(-5)$,

$\overline{\mathrm{AQ}}=10$이므로 직각삼각형 AQB에서

$\{f(-5)+f(5)\}^2=\{f(5)-f(-5)\}^2+10^2$

$\{f(-5)\}^2+2f(-5)f(5)+\{f(5)\}^2=\{f(-5)\}^2-2f(-5)f(5)+\{f(5)\}^2+100$

이므로

$4f(-5)f(5)=100$

따라서 $f(-5)f(5)=25$

27 대칭이동을 이용하여 추론하기 정답 23

선지별 선택비율/정답률	53% (주관식)

| 정답풀이 |

주어진 규칙에 따라 점 P_2, P_3, P_4, $\cdots$을 구하면

$P_1(3,\ 2) \to P_2(2,\ 3) \to P_3(2,\ -3)$

$\to P_4(-2,\ -3) \to P_5(-3,\ -2) \to P_6(-3,\ 2) \to P_7(3,\ 2) \to P_8(2,\ 3) \to$

$P_9(2,\ -3) \to \cdots$

과 같으므로 자연수 n에 대하여 점 P_n의 좌표와

점 P_{n+6}의 좌표가 같다.

$50=6\times 8+2$이므로 점 P_{50}의 좌표는 점 P_2의 좌표와 같다. 점 P_{50}의 좌표는 $(2,\ 3)$이다.

따라서 $10x_{50}+y_{50}=23$

28 선분의 내분과 외분을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기 정답 16

선지별 선택비율/정답률	78% (주관식)

| 정답풀이 |

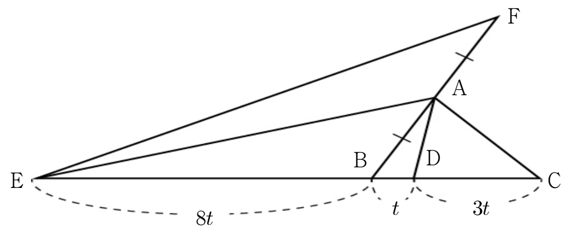
삼각형 ABC에서 점 D는 선분 BC를 $1:3$으로 내분하므로 $\overline{BD}:\overline{DC}=1:3$

점 E는 선분 BC를 $2:3$으로 외분하므로

$\overline{EB}=2\overline{BC}$이고, 점 F는 선분 AB를 $1:2$로 외분하므로 $\overline{BF}=2\overline{AB}$이다.

$\overline{BD}:\overline{EB}=1:8$이므로 삼각형 AEB의 넓이는 삼각형 ABD의 넓이의 8배이다. 또한 $\overline{BF}=2\overline{AB}$이므로 삼각형 FEB의 넓이는 삼각형 ABD의 넓이의 16배이다.

따라서 $k=16$



(단, t는 실수)

29 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기 정답 10

선지별 선택비율/정답률	76% (주관식)

| 정답풀이 |

$\alpha,\ \beta$가 이차방정식 $x^2+x+1=0$의 두 근이므로 $\alpha^2+\alpha+1=0$이고 $\alpha+\beta=-1$이다.

$\alpha+1=-\beta$이므로 $\alpha^2=\beta,\ \beta^2=\alpha$

$f(\alpha^2)=f(\beta)=4\beta+4$,

$f(\beta^2)=f(\alpha)=4\alpha+4$이므로

$f(\beta)-4\beta-4=0$,

$f(\alpha)-4\alpha-4=0$

이때, 이차방정식 $f(x)-4x-4=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이고 $f(x)$의 최고차항의 계수가 1이므로

$f(x)-4x-4=(x-\alpha)(x-\beta)=x^2+x+1$, $f(x)=x^2+5x+5$

따라서 $p+q=10$

(별해) $\alpha,\ \beta$가 이차방정식 $x^2+x+1=0$의 두 근이므로 $\alpha^3=1$이고 $\alpha^2=\beta$

$f(\alpha^2)=\alpha^4+p\alpha^2+q=-4\alpha$

$p\beta+q=-5\alpha$ …… ㉠

$f(\beta^2)=\beta^4+p\beta^2+q=-4\beta$

$p\alpha+q=-5\beta$ …… ㉡

㉠+㉡에서 $p(\alpha+\beta)+2q=-5(\alpha+\beta)$ …… ㉢

㉡−㉠에서 $p(\alpha-\beta)=5(\alpha-\beta)$ …… ㉣

$\alpha+\beta=-1$, $\alpha\neq\beta$이므로

㉢, ㉣에서 $p=5$, $q=5$

따라서 $p+q=10$

30 원의 성질과 여러 가지 방정식을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기 정답 14

선지별 선택비율/정답률	85% (주관식)

| 정답풀이 |

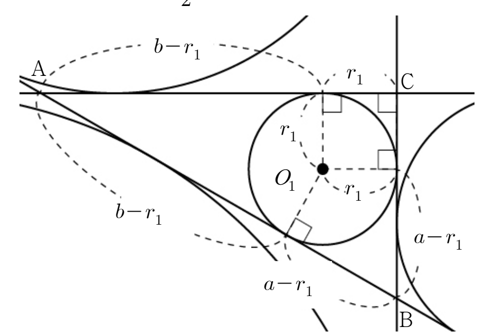
직각삼각형 ABC의 넓이를 S, 세 변 AB, BC, CA의 길이를 각각 c, a, b라 하자.

$S=\dfrac{1}{2}r_1(a+b+c)$이고, $S=\dfrac{15}{2}$, $r_1=1$이므로

$a+b+c=15$

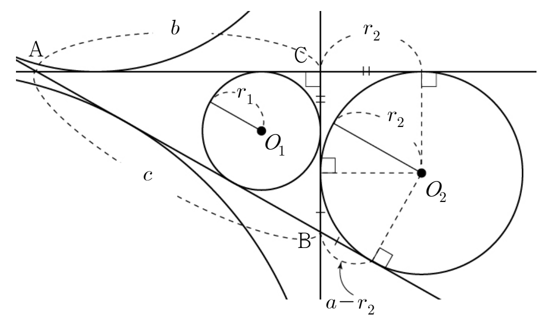
한편, 세 꼭짓점 A, B, C에서 원 O_1에 그은 두 접선의 접점까지의 길이가 같으므로

$c=(a-r_1)+(b-r_1)$, $r_1=\dfrac{a+b-c}{2}$



점 A에서 원 O_2에 그은 두 접선의 접점까지의 길이가 같으므로

$b+r_2=c+(a-r_2)$, $r_2=\dfrac{a-b+c}{2}$



점 B에서 원 O_3에 그은 두 접선의 접점까지의 길이가 같으므로

$a+r_3=c+(b-r_3)$, $r_3=\dfrac{-a+b+c}{2}$

점 A, B에서 원 O_4에 그은 두 접선의 접점까지의 길이가 같으므로

$(r_4-a)+(r_4-b)=c$, $r_4=\dfrac{a+b+c}{2}$

$r_1+r_2+r_3+r_4=a+b+c=15$

따라서 $r_2+r_3+r_4=14$

등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	81	67	55	42	31	22	16	11
나의 점수	[ ] 점				[ ] 등급			

오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	30	28	29	18	25
오답률(%)	84.0	83.0	82.0	72.8	67.0

09회 2014학년도 9월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설

본문 72-79페이지

1 ④	2 ③	3 ②	4 ③	5 ②
6 ③	7 ⑤	8 ①	9 ①	10 ②
11 ⑤	12 ④	13 ①	14 ④	15 ②
16 ③	17 ④	18 ④	19 ⑤	20 ③
21 ⑤	22 9	23 12	24 16또는 152	25 4
26 10	27 13	28 200	29 18	30 360

5지 선다형

1 서로 같은 복소수의 성질 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	2%	3%	1%	91%	1%

| 정답풀이 |

$2x(3+i)=6x+2xi=3y+4i$에서

$x=2,\ y=4$

따라서 $x+y=6$

2 다항식의 덧셈과 뺄셈 계산하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	1%	1%	94%	1%	0%

| 정답풀이 |

$A-2X=B$

$2X=A-B$

$=2x^3+x^2-4x+1-(x^2-4x+3)$

$=2x^3-2$

따라서 $X=x^3-1$

3 곱셈 공식을 활용하여 계산하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	0%	93%	2%	2%	1%

| 정답풀이 |

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$ 에서

$40=64-12ab$

따라서 $ab=2$

4 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	3%	7%	85%	2%	1%

| 정답풀이 |

ⅰ) $x\ge 2$일 때 $2x-4\le 5$

$x\le \frac{9}{2}$

따라서 $2\le x\le \frac{9}{2}$

ⅱ) $x<2$일 때 $-2x+4\le 5$

$x\ge -\frac{1}{2}$

따라서 $-\frac{1}{2}\le x<2$

ⅰ), ⅱ)에 의하여

$-\frac{1}{2}\le x\le \frac{9}{2}$ 이다.

따라서 정수 x의 개수는 5

5 다항식의 곱셈 계산하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	1%	90%	2%	0%	4%

| 정답풀이 |

주어진 다항식을 전개하면

$a^3x^3+(6a^2+1)x^2+(12a-2)x+9$

x의 계수가 34이므로 $12a-2=34$

따라서 $a=3$

6 점의 평행이동을 활용한 수학 내적 문제 해결하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	4%	5%	76%	6%	7%

| 정답풀이 |

점 $\mathrm{A}(-2,\ 1)$을 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 점은 $\mathrm{B}(-2+m,\ 1)$

점 $\mathrm{B}(-2+m,\ 1)$을 y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 점은 $\mathrm{C}(-2+m,\ 1+n)$

세 점 A, B, C를 지나는 원은 중심의 좌표가 $(3,\ 2)$이고 반지름의 길이가

$\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(2-1)^2}=\sqrt{26}$ 이므로

$(x-3)^2+(y-2)^2=26$

점 B는 원 위의 점이므로

$(-2+m-3)^2+(1-2)^2=26$

$m=10\ (m>0)$

점 C는 원 위의 점이므로

$(-2+m-3)^2+(1+n-2)^2=26$

$n=2\ (n>0)$

따라서 $mn=20$

| 다른 풀이 |

$\triangle\mathrm{ABC}$는 각 B가 직각이므로 변 AC가 원의 지름이고, 변 AC의 중점이 원의 중심이다.

$\left(\frac{-2+(-2)+m}{2},\ \frac{1+1+n}{2}\right)=(3,\ 2)$

$m=10,\ n=2$

따라서 $mn=20$

7 사차방정식의 근 이해하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	8%	4%	10%	7%	69%

| 정답풀이 |

$(x^2+x-1)(x^2+x+3)-5=0$

$(x^2+x+4)(x^2+x-2)=0$

$\alpha,\ \beta$는 $x^2+x+4=0$의 서로 다른 두 허근이므로 $\alpha\beta=4$

$\overline{\alpha}=\beta,\ \overline{\beta}=\alpha$이므로, $\alpha\overline{\alpha}+\beta\overline{\beta}=2\alpha\beta$

따라서 $\alpha\overline{\alpha}+\beta\overline{\beta}=8$

8 나머지정리와 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	70%	9%	12%	5%	1%

| 정답풀이 |

(가)에서 $f(1)=1+p+q=1$

$p+q=0$ …… ㉠

(나)에서 $a-i$도 이차방정식의 근이므로

근과 계수의 관계에 의해

$p=-2a,\ q=a^2+1$ …… ㉡

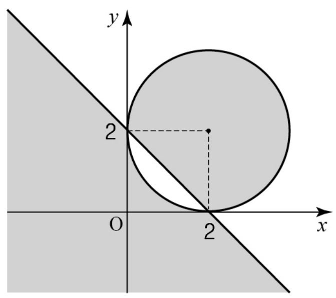
㉠, ㉡에서 $p+q=-2a+a^2+1=0$
$a=1,\ p=-2,\ q=2$
따라서 $p+2q=2$

9 부등식의 영역 이해하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	80%	8%	2%	2%	5%

| 정답풀이 |

부등식 $(x+y-2)(x^2+y^2-4x-4y+4)\le 0$ 이 성립하는 경우는 다음 두 가지이다.
$y\ge -x+2,\ (x-2)^2+(y-2)^2\le 4$ 또는
$y\le -x+2,\ (x-2)^2+(y-2)^2\ge 4$
따라서 만족하는 영역은 그림과 같다.



(단, 경계선은 포함한다.)

10 이차함수의 최댓값을 활용한 수학 외적 문제 해결하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	3%	78%	7%	6%	3%

| 정답풀이 |

처음 속도가 10이고 중력가속도가 10인 지구에서의 물체의 높이 h는
$h=10t-5t^2=-5(t-1)^2+5$에서
$M_1=5$
처음 속도가 10이고 중력가속도가 6인 목성의 한 위성에서의 물체의 높이 h는
$h=10t-3t^2=-3\left(t-\dfrac{5}{3}\right)^2+\dfrac{25}{3}$ 에서
$M_2=\dfrac{25}{3}$
따라서 $M_2-M_1=\dfrac{10}{3}$

11 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계를 활용하여 추론하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	2%	11%	12%	5%	69%

| 정답풀이 |

ㄱ. 이차함수의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 $b^2-4ac>0$ (참)
ㄴ. $f(x)=ax^2+bx+c$라 하면
$x>0$일 때, $f(x)>0$
직선의 y절편 q가 양수이므로
$f(q)=aq^2+bq+c>0$ (참)
ㄷ. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와
직선 $y=px+q$의 교점의 x좌표는 $\alpha,\ \beta$
$ax^2+(b-p)x+c-q$
$=a(x-\alpha)(x-\beta)\le 0$
$a>0$이므로 $\alpha\le x\le\beta$ (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

12 이차함수와 이차방정식의 관계 추론하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	12%	22%	21%	33%	9%

| 정답풀이 |

$\overline{AB}=l$이므로 $A\left(-\dfrac{l}{2},\ 0\right),\ B\left(\dfrac{l}{2},\ 0\right)$이라 하면
$y=a\left(x+\dfrac{l}{2}\right)\left(x-\dfrac{l}{2}\right)$ (단, $a\ne 0$) …… ㉠

㉠의 그래프는 점 $\left(\dfrac{l+1}{2},\ 1\right)$을 지나므로
$1=a\left(\dfrac{l+1}{2}+\dfrac{l}{2}\right)\left(\dfrac{l+1}{2}-\dfrac{l}{2}\right)$
$1=a\left(l+\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{1}{2}$ …… ㉡
㉠의 그래프는 점 $\left(\dfrac{l+3}{2},\ 4\right)$를 지나므로
$4=a\left(\dfrac{l+3}{2}+\dfrac{l}{2}\right)\left(\dfrac{l+3}{2}-\dfrac{l}{2}\right)$
$4=a\left(l+\dfrac{3}{2}\right)\times\dfrac{3}{2}$ …… ㉢
㉡, ㉢ 에서 $4l+2=3l+\dfrac{9}{2}$
따라서 $l=\dfrac{5}{2}$

13 도형의 대칭이동을 활용한 수학 내적 문제 해결하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	74%	6%	6%	9%	3%

| 정답풀이 |

직선 $x-2y=9$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선 $y-2x=9$가
원 $(x-3)^2+(y+5)^2=k$에 접하므로
$\dfrac{|-2\times 3+(-5)-9|}{\sqrt{(-2)^2+1^2}}=\sqrt{k}$
따라서 $k=80$

14 다항식의 나눗셈 계산하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	2%	3%	3%	88%	2%

| 정답풀이 |

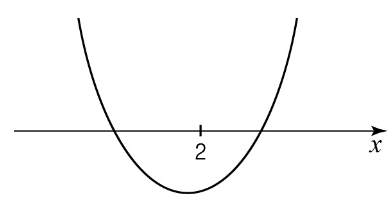
$P(x)+4x=3x^3+5x+11$을
$Q(x)=x^2-x+1$로 나누면
몫이 $3x+3$이고 나머지는 $5x+8$
따라서 $a=8$

15 이차함수를 활용하여 이차방정식의 근 이해하기 정답 ②

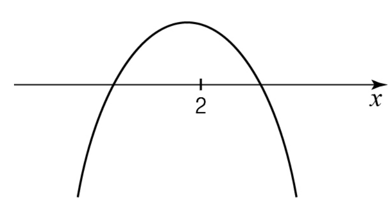
선지별 선택비율/정답률	9%	48%	21%	13%	7%

| 정답풀이 |

$P(x)-3(x+1)Q(x)+mx^2=mx^2+x+8$
이차방정식 $mx^2+x+8=0$의 근은 이차함수 $f(x)=mx^2+x+8$의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표이다.
한 근이 2보다 크고 다른 한 근이 2보다 작은 경우는 다음과 같다.
ⅰ) $m>0$일 때



$f(2)=4m+10<0$이므로 만족하는 정수 m은 존재하지 않는다.
ⅱ) $m<0$일 때



$f(2)=4m+10>0$이므로 $-\dfrac{5}{2}<m<0$
ⅰ), ⅱ)에 의하여 $-\dfrac{5}{2}<m<0$
따라서 정수 m의 개수는 2

16 연립이차부등식 이해하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	9%	6%	61%	17%	5%

| 정답풀이 |

$x^2+4x-21 \le 0$

$(x+7)(x-3) \le 0$

$-7 \le x \le 3$ …… ㉠

$x^2-5kx-6k^2 > 0$

$(x-6k)(x+k) > 0$

$k>0$이므로 $x<-k$ 또는 $x>6k$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 해가 존재하기 위한 k값의 범위는

$0<k<7$ 이다.

따라서 양의 정수 k의 개수는 6

17 원의 방정식을 활용한 원의 성질 추론하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	5%	8%	16%	63%	5%

| 정답풀이 |

〈증명〉

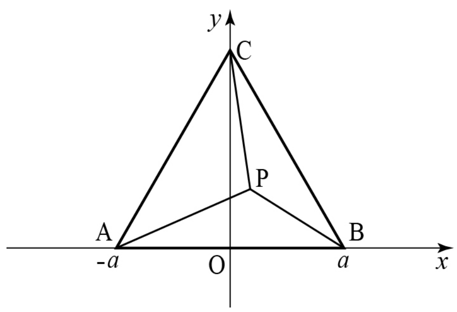
그림과 같이 변 AB를 x축 위에 놓고

변 AB의 중점을 원점 O라 하면

점 A의 좌표는 $(-a,\ 0)$,

점 B의 좌표는 $(a,\ 0)$,

점 C의 좌표는 $(0,\ \boxed{\sqrt{3}a})$이다.



정삼각형 ABC의 내부의 점 P의 좌표를 $(x,\ y)$라 하면

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=\overline{CP}^2$을 만족하므로

$\{(x+a)^2+y^2\}+\{(x-a)^2+y^2\}=x^2+(y-\boxed{\sqrt{3}a})^2$이다.

위 식을 정리하면

$x^2+(y+\sqrt{3}a)^2=4a^2$

점 P는 중심이 점 $(0,\ \boxed{-\sqrt{3}a})$이고

반지름의 길이가 $\boxed{2a}$인 원 위의 점이다.

점 $(0,\ \boxed{-\sqrt{3}a})$에서 두 점 A, B까지의 거리가 각각 반지름의 길이 $\boxed{2a}$로 같다.

따라서 점 P가 호 AB 위의 점이므로

$\angle APB=150°$ 이다.

$f(a)=\sqrt{3}a,\ g(a)=-\sqrt{3}a,\ h(a)=2a$

따라서 $f(3)+g(3)+h(7)=14$

18 미지수가 3개인 연립일차방정식을 활용한 수학 외적 문제 해결하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	4%	17%	19%	51%	7%

| 정답풀이 |

갑이 가진 1, 2, 3의 숫자가 적힌 카드의 개수를 각각 $a,\ b,\ c$라 하면, 을이 가진 1, 2, 3의 숫자가 적힌 카드의 개수는 각각 $6-a,\ 5-b,\ 4-c$이다.

$a+b+c=9$

(가)에서

$a+2b+3c=(6-a)+2(5-b)+3(4-c)+2$

(나)에서

$a+4b+9c=(6-a)+4(5-b)+9(4-c)-4$

정리하면

$$\begin{cases} a+b+c=9 \\ a+2b+3c=15 \\ a+4b+9c=29 \end{cases}$$

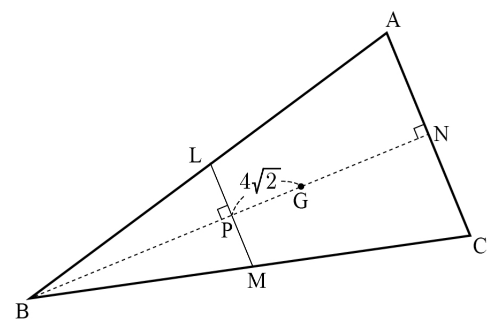
$a=4,\ b=4,\ c=1$

따라서 갑이 가진 카드 중 숫자 2가 적힌 카드는 모두 4장

19 선분의 내분점과 직선의 수직 조건을 활용한 수학 내적 문제 해결하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	9%	14%	21%	15%	38%

| 정답풀이 |



직선 BN과 직선 LM의 교점을 P라 할 때 직선 BN이 선분 AC의 수직이등분선이므로

점 P는 선분 LM의 중점이다. 따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{2+4}{2},\ \frac{1-1}{2}\right)=(3,\ 0)$

△ABC의 무게중심 G에 대하여

$\overline{BG}=2\overline{GN}$이고 $\overline{NP}=\overline{BP}$이므로

$(\overline{NP}+4\sqrt{2}):(\overline{NP}-4\sqrt{2})=2:1$

$\overline{NP}=12\sqrt{2}$

$\overline{NP}^2=(a-3)^2+b^2=(12\sqrt{2})^2$ …… ㉠

한편 직선 LM과 직선 NP는 서로 수직이므로

$\frac{b}{a-3}=1,\ b=a-3$ …… ㉡

무게중심 G가 제 1 사분면에 있으므로

㉠, ㉡에서 $a=15,\ b=12$

따라서 $ab=180$

20 두 직선의 위치관계 추론하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	19%	4%	58%	7%	10%

| 정답풀이 |

ㄱ. $a=0$ 일 때 $l:y=2,\ m:x=-2$

두 직선 l과 m은 서로 수직이다. (참)

ㄴ. a에 관하여 정리하면 $a(x+1)-y+2=0$ 이므로 직선 l은 a의 값에 관계없이 항상 점 $(-1,\ 2)$를 지난다. (거짓)

ㄷ. $a=0$일 때, ㄱ에서 두 직선은 서로 수직

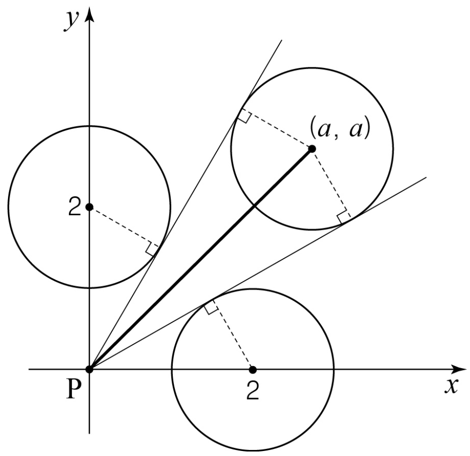
$a\ne0$일 때, 두 직선 $l,\ m$의 기울기는 각각 $a,\ -\frac{4}{a}$이다. $a=-\frac{4}{a}$를 만족하는 실수 a의 값은 존재하지 않으므로 평행이 되기 위한 a의 값은 존재하지 않는다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

21 원과 직선의 위치관계를 활용한 수학 외적 문제 해결하기 　정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	11%	23%	20%	12%	30%

| 정답풀이 |



관람지점 P 를 좌표평면 위의 원점이라 하면 전시물 A 의 밑면은 중심이 $(0,\ 2)$ 이고 반지름의 길이가 1 인 원이다. 또한, 전시물 B 의 밑면은 중심이 $(2,\ 0)$ 이고 반지름의 길이가 1 인 원이다. 두 전시물 사이로 전시물 C 가 보여야 하므로 원점에서 그은 두 원의 접선 사이에 전시물 C 의 밑면이 존재해야 한다. 이때, 원점에서 전시물 C 의 밑면의 중심까지의 거리가 최소가 되려면 전시물 C의 밑면이 두 접선에 모두 접해야 한다.

따라서 전시물 C 의 밑면은 중심이 직선 $y=x$ 위에 있고 두 접선 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$, $y=\sqrt{3}x$ 에 모두 접하는 반지름의 길이가 1 인 원이다.

중심의 좌표를 $(a,\ a)$ 라 할 때, 중심에서 두 접선까지의 거리는 각각 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|a-\sqrt{3}a|}{\sqrt{1+3}}=\frac{|\sqrt{3}a-a|}{\sqrt{3+1}}=1$$

$$a=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}+1$$

원점에서 전시물 C 의 밑면의 중심까지의

거리는 $\sqrt{2}a$

따라서 d 의 최솟값은 $\sqrt{6}+\sqrt{2}$

단답형

22 나머지정리를 활용하여 계산하기 　정답 9

선지별 선택비율/정답률	14% (주관식)

| 정답풀이 |

다항식 $P(x)$ 가 $x+2$ 로 나누어떨어지려면

$P(-2)=(-2)^3-(-2)^2-k(-2)-6=0$

$2k-18=0$

따라서 $k=9$

23 이차방정식의 판별식 이해하기 　정답 12

선지별 선택비율/정답률	25% (주관식)

| 정답풀이 |

이차방정식의 판별식을 D라 하자.

$D=(2k)^2-4(8k-12)$

$\ \ =4(k^2-8k+12)$

$\ \ =4(k-2)(k-6)$

이차방정식이 허근을 가지려면 $D<0$

$2<k<6$ 이다.

따라서 모든 정수 k의 값의 합은 12

24 다항식의 연산을 활용한 수학 외적 문제 해결하기 　정답 16또는 152

선지별 선택비율/정답률	64% (주관식)

| 정답풀이 |

직육면체의 부피는

$(a+b)^2(a+2b)=a^3+4a^2b+5ab^2+2b^3$

부피가 a^3 인 직육면체 : 1개

부피가 a^2b 인 직육면체 : 4개

부피가 ab^2 인 직육면체 : 5개

부피가 b^3 인 직육면체 : 2개

$ab^2=150=6\times5^2$

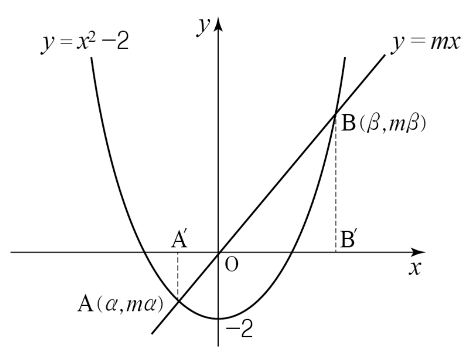
서로소인 두 자연수 $a=6$, $b=5$

따라서 $a+2b=16$

25 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계 이해하기 　정답 4

선지별 선택비율/정답률	69% (주관식)

| 정답풀이 |



A', B' 의 x 좌표를 각각 α, $\beta(\alpha<0<\beta)$ 라 하면 α, β가 이차방정식 $x^2-2=mx$ 의 두 근이므로 $\alpha+\beta=m$ 이다.

$\overline{\mathrm{AA}'}=-m\alpha$, $\overline{\mathrm{BB}'}=m\beta$ 이므로

$|\overline{\mathrm{AA}'}-\overline{\mathrm{BB}'}|=|-m\alpha-m\beta|$

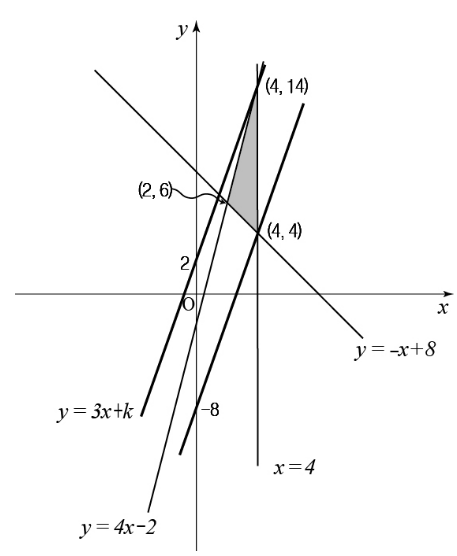
$\qquad=|m(\alpha+\beta)|=m^2=16$

따라서 $m=4$

26 부등식의 영역을 활용하여 최대·최소 추론하기 　정답 10

선지별 선택비율/정답률	56% (주관식)

| 정답풀이 |

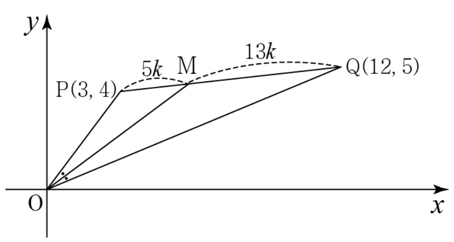


$y-3x=k$ (k는 상수)라 하면
$y=3x+k$의 그래프가 점 $(4,\ 14)$를 지날 때
k의 값은 최대이므로 $M=2$
$y=3x+k$의 그래프가 점 $(4,\ 4)$를 지날 때
k의 값은 최소이므로 $m=-8$
따라서 $M-m=10$

27 선분의 내분점을 활용하여 수학 내적 문제 해결하기 정답 13

선지별 선택비율/정답률	77% (주관식)

| 정답풀이 |



$\overline{\mathrm{OP}}=5,\ \overline{\mathrm{OQ}}=13$
$\angle\mathrm{POQ}$의 이등분선과 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 교점을 M이라 하면 각의 이등분선의 성질에 의해
$\overline{\mathrm{PM}}:\overline{\mathrm{MQ}}=5:13$
점 M은 선분 PQ를 $5:13$으로 내분하므로
점 M의 x좌표 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{11}{2}$
따라서 $a+b=13$

28 원과 직선의 위치관계를 활용한 수학 내적 문제 해결하기 정답 200

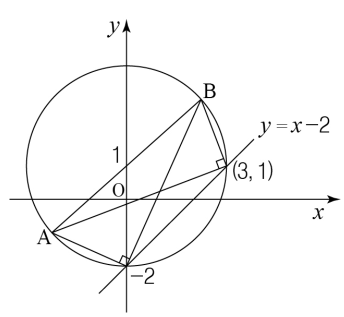
선지별 선택비율/정답률	71% (주관식)

| 정답풀이 |
원의 중심의 좌표는 $(n,\ n^2)$, 반지름의 길이는 $|n|$이다. 중심에서 직선
$y=\sqrt{3}x-2$까지의 거리가 반지름의 길이와 같으므로
$$\frac{|n^2-\sqrt{3}n+2|}{\sqrt{1+3}}=|n|$$
$n^2-\sqrt{3}n+2=\pm 2n$에서 실근을 갖는 이차방정식은 $n^2-(2+\sqrt{3})n+2=0$
두 근이 $a,\ b$이므로 $ab=2$
따라서 $100ab=200$

29 원의 방정식을 활용한 수학 내적 문제 해결하기 정답 18

선지별 선택비율/정답률	80% (주관식)

| 정답풀이 |

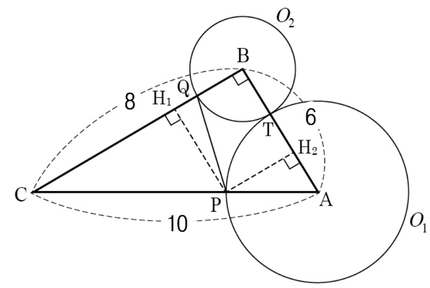


$\angle\mathrm{APB}=\angle\mathrm{AQB}=90^\circ$이므로 두 점 P, Q는 $\overline{\mathrm{AB}}$를 지름으로 하는 원 위에 있다.
이 원의 중심은 $(0,\ 1)$, 반지름의 길이는 3이므로 원의 방정식은 $x^2+(y-1)^2=9$이다.
직선 $y=x-2$와 원 $x^2+(y-1)^2=9$의 교점은 $\mathrm{P}(0,\ -2),\ \mathrm{Q}(3,\ 1)$
따라서 $l^2=18$

30 이차함수의 최대, 최소를 활용한 수학 내적 문제 해결하기 정답 360

선지별 선택비율/정답률	93% (주관식)

| 정답풀이 |



두 원의 접점을 T, 점 P에서 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{H_1}$, $\mathrm{H_2}$라 하고 원 O_1의 반지름의 길이를 r (단, $0<r<6$)라 하자.

$\triangle\mathrm{AH_2P}\backsim\triangle\mathrm{ABC}$이므로 $\overline{\mathrm{PH_2}}=\dfrac{4}{5}r$

$\overline{\mathrm{BH_1}}=\overline{\mathrm{PH_2}}=\dfrac{4}{5}r$,

$\overline{\mathrm{BQ}}=\overline{\mathrm{BT}}=6-r$이므로

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{QH_1}}&=\left|\overline{\mathrm{BH_1}}-\overline{\mathrm{BQ}}\right|\\&=\left|\frac{4}{5}r-(6-r)\right|\\&=\left|\frac{9}{5}r-6\right|\ \cdots\cdots\ ㉠\end{aligned}$$

$\triangle\mathrm{PH_1C}\backsim\triangle\mathrm{ABC}$, $\overline{\mathrm{CP}}=10-r$ 이므로

$\overline{\mathrm{PH_1}}=\dfrac{3}{5}(10-r)\ \cdots\cdots\ ㉡$

㉠, ㉡에 의해

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PQ}}^2&=\overline{\mathrm{PH_1}}^2+\overline{\mathrm{QH_1}}^2\\&=\left\{\frac{3}{5}(10-r)\right\}^2+\left(\frac{9}{5}r-6\right)^2\\&=\frac{18}{5}(r^2-8r+20)\\&=\frac{18}{5}(r-4)^2+\frac{72}{5}\end{aligned}$$

$\overline{\mathrm{PQ}}^2$은 $r=4$일 때 최솟값 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{72}{5}$

따라서 $ab=360$

등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	70	59	46	35	25	18	14	9
나의 점수	[ ] 점				[ ] 등급			

오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	30	29	27	28	25
오답률(%)	94.0	85.0	83.0	79.0	74.0

10회 2015학년도 11월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설 본문 80~87페이지

1	③	2	④	3	①	4	⑤	5	②
6	④	7	①	8	⑤	9	②	10	③
11	②	12	②	13	④	14	①	15	①
16	③	17	③	18	④	19	⑤	20	⑤
21	④	22	36	23	3	24	11	25	256
26	6	27	10	28	7	29	615	30	22

5지 선다형

1 다항식 계산하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	0%	1%	96%	0%	0%

| 정답풀이 |

$A+B=(2x^2-3xy)+(x^2+xy)$

$\quad=2x^2+x^2-3xy+xy=3x^2-2xy$

2 합성함수의 값 계산하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	0%	2%	0%	95%	0%

| 정답풀이 |

$(f\circ f)(1)=f(f(1))=f(2)=4$

3 항등식의 성질 이해하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	97%	0%	1%	0%	0%

| 정답풀이 |

$x^2+ax+4=x(x+2)+b$

$x^2+ax+4=x^2+2x+b$

위 등식이 x에 대한 항등식이므로

$a=2,\ b=4$

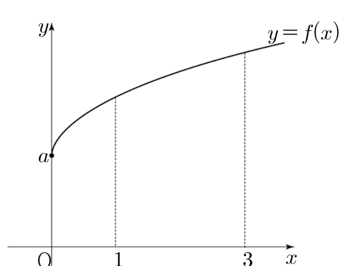
따라서 $a+b=6$

4 무리함수 그래프의 성질 이해하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	1%	2%	2%	2%	92%

| 정답풀이 |

함수 $f(x)=\sqrt{x}+a$의 그래프의 개형은 다음과 같다.



$1\le x\le 3$에서 함수 $y=f(x)$는

$x=1$일 때 최솟값 6을 가지므로

$f(1)=1+a=6$

따라서 $a=5$

5 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	1%	94%	1%	1%	1%

| 정답풀이 |

$|x-a|<3$에서

$-3<x-a<3$

$a-3<x<a+3$

이 부등식의 해가 $4<x<10$이므로

$a=7$

6 등차수열의 합 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	0%	1%	1%	93%	2%

| 정답풀이 |

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_3=1+2d=9$

$\therefore\ d=4$

따라서 $S_{10}=\dfrac{10(2+9\times4)}{2}=190$

7 복소수의 성질 이해하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	93%	1%	1%	1%	1%

| 정답풀이 |

$z=2-3i$에서 $\overline{z}=2+3i$

$(1+2i)\overline{z}=(1+2i)(2+3i)$

$\quad=2+3i+4i-6$

$\quad=-4+7i$

8 연립이차방정식의 해 이해하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	1%	2%	6%	1%	87%

| 정답풀이 |

$\begin{cases}2x-y=-3 & \cdots\cdots ㉠\\ 2x^2+y^2=27 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠에서 $y=2x+3$을 ㉡에 대입하면

$2x^2+(2x+3)^2=27$

$6x^2+12x-18=0$

$(x+3)(x-1)=0$

$\therefore\ x=1,\ y=5$ 또는 $x=-3,\ y=-3$

$\therefore\ \alpha=1,\ \beta=5\ (\because\ \alpha>0,\ \beta>0)$

따라서 $\alpha\times\beta=5$

9 도형의 평행이동 이해하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	1%	84%	6%	4%	2%

| 정답풀이 |

직선 $y=kx+1$을 x축의 방향으로 2만큼,

y축의 방향으로 -3만큼 평행이동시킨

직선의 방정식은

$y+3=k(x-2)+1$

$y=kx-2k-2$

이 직선이 원 $(x-3)^2+(y-2)^2=1$의

중심 $(3,\ 2)$를 지나므로

$2=3k-2k-2$

따라서 $k=4$

10 이차함수와 이차부등식의 관계 추론하기

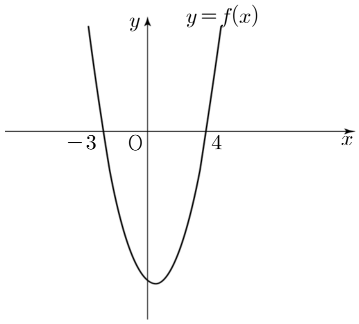
정답 ③

선지별 선택비율/정답률	6%	2%	82%	5%	1%

| 정답풀이 |

$x^2-x-12=(x+3)(x-4)$이므로

이차함수 $f(x)=x^2-x-12$의 그래프는



$f(x)<0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$-3<x<4$

함수 $y=f(x-1)$의 그래프는

함수 $y=f(x)$의 그래프를

x축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 그래프이다.

$f(x-1)<0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$-2<x<5$이므로

정수 x는 $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$

따라서 모든 정수 x의 값의 합은 9

11 집합의 연산 추론하기

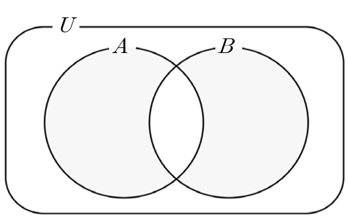
정답 ②

선지별 선택비율/정답률	2%	90%	2%	0%	4%

| 정답풀이 |

$(A\cap B^C)\cup(A^C\cap B)=(A-B)\cup(B-A)$이고

벤 다이어그램으로 나타내면 그림과 같다.



$(A-B)\cup(B-A)$의 원소가 $1,\ 3,\ 8$이고

$n(A)=3,\ n(B)=2$이므로 $n(A\cap B)=1$이어야 한다.

$\therefore\ a-1\in A\cap B$

$a-1$은 B의 원소 중 어느 하나와 같아야 한다.

(i) $a-1\neq a+2$

(ii) $a-1=a^2-4a-7$이고 $a+2=8$일 때,

$a=6$

(i), (ii)에 의하여 $a=6$

12 유리함수의 그래프의 점근선 이해하기

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	3%	85%	4%	3%	2%

| 정답풀이 |

유리함수 $y=\dfrac{2x-1}{x-a}$의 그래프와 그 역함수의

그래프가 일치하려면 두 점근선의 교점이

직선 $y=x$ 위에 있어야 한다.

$$y=\frac{2x-1}{x-a}=\frac{2(x-a)+2a-1}{x-a}=\frac{2a-1}{x-a}+2$$

이므로 점근선은 두 직선 $x=a,\ y=2$

따라서 $a=2$

| 다른풀이 |

함수 $y=\dfrac{2x-1}{x-a}$ $(x\neq a,\ y\neq 2)$의 역함수를 구하면

$x=\dfrac{2y-1}{y-a}$ $(x\neq 2,\ y\neq a)$

$x(y-a)=2y-1$

$(x-2)y=ax-1$

$y=\dfrac{ax-1}{x-2}$

$y=\dfrac{2x-1}{x-a}$과 $y=\dfrac{ax-1}{x-2}$의 그래프가 일치하므로

$a=2$

13 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계 이해하기

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	6%	4%	7%	75%	6%

| 정답풀이 |

$a=2$일 때, $g(x)=\dfrac{1}{2}x,\ f(x)=x^2-4x$

직선 l의 방정식을 $y=mx+k$라 하자.

$\dfrac{1}{2}\times m=-1$

$m=-2$

$\therefore\ y=-2x+k$

직선 l이 이차함수 $f(x)=x^2-4x$의 그래프와

접하기 위해서는 방정식 $x^2-4x=-2x+k$가

중근을 가져야 하므로

$x^2-2x-k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-2)^2-4\times1\times(-k)=4+4k=0$

따라서 직선 l의 y절편 $k=-1$

14 절대부등식을 활용하여 문제해결하기

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	38%	16%	17%	16%	11%

| 정답풀이 |

이차함수 $f(x)=x^2-2ax$의 그래프와

직선 $g(x)=\dfrac{1}{a}x$가 만나는 점 A는

$x^2-2ax=\dfrac{1}{a}x$

$x-2a=\dfrac{1}{a}$ $(\because\ x>0)$

$x=2a+\dfrac{1}{a},\ y=2+\dfrac{1}{a^2}$

$\therefore\ \mathrm{A}\left(2a+\dfrac{1}{a},\ 2+\dfrac{1}{a^2}\right)$

이차함수 $f(x)=x^2-2ax=(x-a)^2-a^2$의 그래프의

꼭짓점은 $\mathrm{B}(a,\ -a^2)$

선분 AB의 중점은 $\mathrm{C}\left(\dfrac{3}{2}a+\dfrac{1}{2a},\ 1+\dfrac{1}{2a^2}-\dfrac{a^2}{2}\right)$

선분 CH의 길이는

점 C의 x좌표와 같으므로 $(\because\ a>0)$

선분 CH의 길이의 최솟값은

$$\frac{3}{2}a+\frac{1}{2a}\geq 2\sqrt{\frac{3}{2}a\times\frac{1}{2a}}=\sqrt{3}$$

$\left(\text{단, 등호는 } a=\frac{\sqrt{3}}{3} \text{일 때 성립한다.} \right)$

15 수열의 귀납적 정의 추론하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	78%	3%	4%	7%	5%

| 정답풀이 |

(가)에서

$a_2=a_1+3=4$

$a_3=a_2+3=7$

$a_4=a_3+3=10$

$a_5=a_4+3=13$

$a_6=a_5+3=16$

(나)에서

$a_{50}=a_{44}=a_{38}=\cdots=a_2=4$

16 무리식을 활용하여 문제해결하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	2%	6%	82%	3%	4%

| 정답풀이 |

별 A, B의 표면 온도를 각각 T_A, T_B,

반지름의 길이를 각각 R_A, R_B,

광도를 각각 L_A, L_B라 하면

$T_A=\frac{1}{2}T_B$이고 $R_A=36R_B$이다.

$L_A=kL_B$라 하면 $T_A^2=\frac{1}{R_A}\sqrt{\frac{L_A}{4\pi\sigma}}$에서

$\left(\frac{1}{2}T_B\right)^2=\frac{1}{36R_B}\sqrt{\frac{kL_B}{4\pi\sigma}}$

$\frac{1}{4}T_B^2=\frac{1}{36R_B}\sqrt{\frac{kL_B}{4\pi\sigma}}$

$T_B^2=\frac{\sqrt{k}}{9}\times\frac{1}{R_B}\sqrt{\frac{L_B}{4\pi\sigma}}=\frac{\sqrt{k}}{9}\times T_B^2$

$\therefore \frac{\sqrt{k}}{9}=1$

따라서 $k=81$

17 명제와 진리집합의 관계를 활용하여 추론하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	23%	2%	60%	2%	10%

| 정답풀이 |

ㄱ. $\sim p \Rightarrow r$이므로 $P^C \subset R$ (참)

ㄴ. (반례) $U=\{1, 2, 3\}$, $P=\{1, 2\}$, $Q=\{2\}$,

$R=\{1, 3\}$일 때, $P \not\subset Q$ (거짓)

ㄷ. $r \Rightarrow \sim q$에서 $q \Rightarrow \sim r$이므로

$Q \subset R^C$ ……㉠

$\sim p \Rightarrow r$에서 $\sim r \Rightarrow p$이므로

$R^C \subset P$ ……㉡

$\sim r \Rightarrow q$이므로

$R^C \subset Q$ ……㉢

㉠, ㉡에 의하여 $Q \subset R^C \subset P$이므로 $Q \subset P$

$\therefore P \cap Q=Q$

㉠, ㉢에 의하여 $Q=R^C$

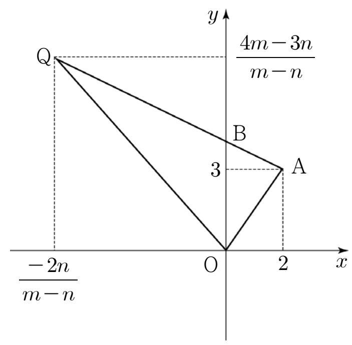
$\therefore P \cap Q=Q=R^C$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

18 외분을 활용하여 문제해결하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	10%	8%	13%	56%	11%

| 정답풀이 |



삼각형 OAQ의 넓이가 16이고,

삼각형 OAB의 넓이가 $\frac{1}{2}\times4\times2=4$이므로

삼각형 OBQ의 넓이는 12이다.

삼각형 OBQ의 밑변을 선분 OB로 하면

$\overline{OB}=4$이므로 높이는 6

점 Q의 x좌표는 $\frac{-2n}{m-n}$이므로 $\left|\frac{-2n}{m-n}\right|=6$

$\therefore \frac{-2n}{m-n}=-6$ ($\because m>n>0$)

따라서 $4n=3m$이므로 $\frac{n}{m}=\frac{3}{4}$

| 다른풀이 |

삼각형 OAQ의 넓이가 16, 삼각형 OAB의 넓이는 4이므로 삼각형 OBQ의 넓이는 12이다.

삼각형 OAB와 삼각형 OBQ는 각각 선분 AB와

선분 BQ를 밑변으로 할 때 높이가 같으므로

두 삼각형의 밑변의 길이의 비는 두 삼각형의 넓이의 비와 같다.

$\therefore \overline{AB}:\overline{BQ}=4:12=1:3$

$\therefore \overline{AQ}:\overline{BQ}=4:3=m:n$

따라서 $\frac{n}{m}=\frac{3}{4}$

19 수학적 귀납법을 활용하여 추론하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	5%	11%	11%	7%	63%

| 정답풀이 |

모든 자연수 n에 대하여

$\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$ ……㉠이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하면 다음과 같다.

(ⅰ) $n=1$일 때

(좌변)$=1\times2\times3=6$

(우변)$=\frac{1\times2\times3\times4}{4}=6$

이므로 ㉠이 성립한다.

(ⅱ) $n=m$일 때 ㉠이 성립한다고 가정하면

$\sum_{k=1}^{m} k(k+1)(k+2)=\frac{m(m+1)(m+2)(m+3)}{4}$ ……㉡

㉡의 양변에 $\boxed{(m+1)(m+2)(m+3)}$을 더하면

$\sum_{k=1}^{m+1} k(k+1)(k+2)$

$=\frac{m(m+1)(m+2)(m+3)}{4}+\boxed{(m+1)(m+2)(m+3)}$

$=\frac{m(m+1)(m+2)(m+3)+4(m+1)(m+2)(m+3)}{4}$

$=\frac{(m+1)(m+2)\times\boxed{(m+3)(m+4)}}{4}$

따라서 $n=m+1$일 때에도 ㉠이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 ㉠이 성립한다.

$\therefore\ f(m)=(m+1)(m+2)(m+3)$

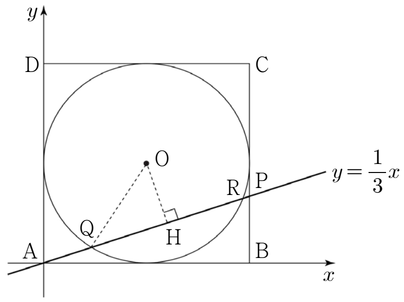
$g(m)=(m+3)(m+4)$

따라서 $f(2)+g(3)=60+42=102$

20 점과 직선 사이의 거리를 활용하여 문제해결하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	7%	9%	19%	10%	53%

| 정답풀이 |



그림과 같이 직선 AB를 x축, 직선 AD를 y축으로 하는 좌표평면을 잡는다.

$\overline{AB}:\overline{BP}=3:1$

직선 AP는 기울기가 $\frac{1}{3}$이고 원점을 지나므로

직선 AP의 방정식은 $y=\frac{1}{3}x$이다.

원의 중심을 O라 하면 정사각형 ABCD의 한 변의

길이가 10이므로 $O(5,\ 5)$이고, $\overline{OQ}=5$

점 $O(5,\ 5)$에서 직선 $x-3y=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{OH}=\frac{|5-15|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{10}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$

$\therefore\ \overline{QH}=\sqrt{15}$

따라서 $\overline{QR}=2\sqrt{15}$

21 이차함수와 이차방정식의 관계를 활용하여 문제해결하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	7%	12%	21%	44%	13%

| 정답풀이 |

이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점의

좌표를 $(a,\ ka)$라 하면 $f(x)=(x-a)^2+ka$

이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=kx+5$가

만나는 두 점의 x좌표 $\alpha,\ \beta$는

방정식 $(x-a)^2+ka=kx+5$의 근이므로

$x^2-(2a+k)x+a^2+ka-5=0$에서

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2a+k$ ······ ㉠

$\alpha\beta=a^2+ka-5$ ······ ㉡

이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 축이

직선 $x=\frac{\alpha+\beta}{2}-\frac{1}{4}$이므로 $\frac{\alpha+\beta}{2}-\frac{1}{4}=a$

$\therefore\ \alpha+\beta=2a+\frac{1}{2}$

㉠에서 $2a+\frac{1}{2}=2a+k$이므로 $k=\frac{1}{2}$

㉡에서 $\alpha\beta=a^2+ka-5=a^2+\frac{1}{2}a-5$

따라서 $|\alpha-\beta|=\sqrt{(\alpha-\beta)^2}=\sqrt{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}$

$=\sqrt{\left(2a+\frac{1}{2}\right)^2-4\left(a^2+\frac{1}{2}a-5\right)}$

$=\sqrt{\frac{81}{4}}=\frac{9}{2}$

단답형

22 등비중항의 뜻 이해하기 정답 36

선지별 선택비율/정답률	9% (주관식)

| 정답풀이 |

세 수 3, a, 12가 이 순서대로 등비수열을 이루므로 a는 3과 12의 등비중항이다.

따라서 $a^2=3\times12=36$

23 직선의 방정식 이해하기 정답 3

선지별 선택비율/정답률	14% (주관식)

| 정답풀이 |

두 점 $(-2,\ -3)$, $(2,\ 5)$를 지나는 직선의 방정식은 기울기가 $\frac{5-(-3)}{2-(-2)}=2$이므로

$y-5=2(x-2)$

$y=2x+1$

이 직선이 점 $(a,\ 7)$을 지나므로 $7=2a+1$

따라서 $a=3$

24 나머지정리 이해하기 정답 11

선지별 선택비율/정답률	28% (주관식)

| 정답풀이 |

다항식 $f(x)$를 x^2-7x로 나눈 몫을 $Q(x)$라 하면

나머지가 $x+4$이므로

$f(x)=(x^2-7x)Q(x)+x+4$

$=x(x-7)Q(x)+x+4$

나머지정리에 의하여 다항식 $f(x)$를 $x-7$로

나눈 나머지는 $f(7)$과 같다.

따라서 $f(x)$를 $x-7$로 나눈 나머지는 $f(7)=11$

25 수열의 합과 일반항 사이의 관계 이해하기 정답 256

선지별 선택비율/정답률	27% (주관식)

| 정답풀이 |

$a_n=S_n-S_{n-1}\ (n\geq2)$이므로

$a_n=2^{n+2}-4-(2^{n+1}-4)$

$=2^{n+1}(2-1)$

$=2^{n+1}\ (n\geq2)$

$a_1=S_1=4$

$\therefore\ a_n=2^{n+1}\ (n\geq1)$

따라서 $a_7=2^8=256$

26 사차방정식의 해 이해하기 정답 6

선지별 선택비율/정답률	41% (주관식)

| 정답풀이 |

$(x^2-5x)(x^2-5x+13)+42=0$

$x^2-5x=t$라 하면

$t(t+13)+42=0$

$t^2+13t+42=0$

$(t+6)(t+7)=0$

$t=x^2-5x$이므로

$(x^2-5x+6)(x^2-5x+7)=0$

$(x-3)(x-2)(x^2-5x+7)=0$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=3$ 또는 $x^2-5x+7=0$

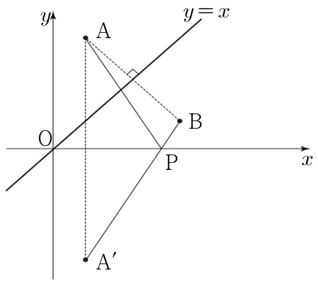
$x^2-5x+7=0$의 판별식을 D라 하면

$D=25-28=-3<0$이므로
$x^2-5x+7=0$은 허근을 갖는다.
따라서 모든 실근의 곱은 $2\times3=6$

27 대칭이동을 활용하여 문제해결하기 정답 10

선지별 선택비율/정답률	45% (주관식)

| 정답풀이 |



점 A의 좌표를 $(a,\ b)$라 하면 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 점 B의 좌표는 $(b,\ a)$이고,
점 A를 x축에 대하여 대칭이동시킨 점을 A′이라 하면 $\mathrm{A'}(a,\ -b)$이다. $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로
$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{PB}}$이고
x축 위의 점 P가 선분 A′B 위에 있을 때 최솟값 $\overline{\mathrm{A'B}}=10\sqrt{2}$를 갖는다.

$$\therefore\ \overline{\mathrm{A'B}}=\sqrt{(a-b)^2+(a+b)^2}=\sqrt{2(a^2+b^2)}=10\sqrt{2}$$

따라서 $\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{a^2+b^2}=10$

28 일대일대응을 활용하여 추론하기 정답 7

선지별 선택비율/정답률	52% (주관식)

| 정답풀이 |

함수 $f(x)=a|x+2|-4x$는
(ⅰ) $x<-2$일 때, $f(x)=a(-x-2)-4x=-(a+4)x-2a$
(ⅱ) $x\geq-2$일 때, $f(x)=a(x+2)-4x=(a-4)x+2a$
이므로

$$f(x)=\begin{cases}-(a+4)x-2a & (x<-2)\\ (a-4)x+2a & (x\geq-2)\end{cases}$$

함수 f가 일대일대응이므로
두 직선 $y=-(a+4)x-2a$와 $y=(a-4)x+2a$의
기울기의 부호가 서로 같다.
$-(a+4)(a-4)>0$
$(a+4)(a-4)<0$
$\therefore\ -4<a<4$
$-4<a<4$를 만족시키는 정수 a는
$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$
따라서 정수 a의 개수는 7

29 여러 가지 수열의 합을 활용하여 문제해결하기 정답 615

선지별 선택비율/정답률	81% (주관식)

| 정답풀이 |

$x=n$일 때의 y좌표가 양수인 점 P_n의 y좌표를
y_n이라 하면 점 $\mathrm{P}_n(n,\ y_n)$은
원 $x^2+y^2=10^2$ 위에 있으므로
$n^2+{y_n}^2=10^2$
${y_n}^2=10^2-n^2$
점 $\mathrm{P}_n(n,\ y_n)$에서 원 $x^2+y^2=10^2$에 접하는
직선의 방정식은 $nx+y_ny=10^2$

$$y=-\frac{n}{y_n}x+\frac{10^2}{y_n}$$

y절편 $a_n=\dfrac{10^2}{y_n}=\dfrac{10^2}{\sqrt{10^2-n^2}}$

$$\frac{100}{a_n}=\sqrt{10^2-n^2}$$

따라서 $\displaystyle\sum_{n=1}^{9}\left(\frac{100}{a_n}\right)^2=\sum_{n=1}^{9}(100-n^2)$

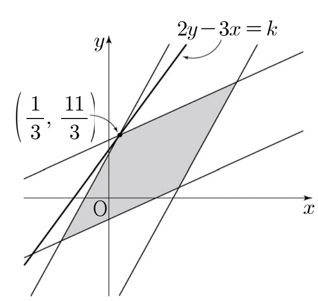
$$=900-\frac{9\times10\times19}{6}=615$$

30 부등식의 영역을 활용하여 문제해결하기 정답 22

선지별 선택비율/정답률	85% (주관식)

| 정답풀이 |

원 C_1의 중심은 $(a,\ b)$이고, 원 C_1을 $y=x$에
대하여 대칭이동시킨 원 C_2의 중심은 $(b,\ a)$이다.
두 원 C_1, C_2가 직선 $y=2x-2$와 모두 만나기
위해서는 두 원의 중심 $(a,\ b)$, $(b,\ a)$와 직선 $y=2x-2$ 사이의 거리가 모두
원의 반지름의 길이 $\sqrt{5}$보다 작거나 같아야 한다.
즉, $\dfrac{|2a-b-2|}{\sqrt{5}}\leq\sqrt{5}$, $\dfrac{|2b-a-2|}{\sqrt{5}}\leq\sqrt{5}$
$\therefore\ -3\leq2a-b\leq7,\ -3\leq2b-a\leq7$
따라서 점 $(a,\ b)$는
부등식 $-3\leq2x-y\leq7$과 부등식 $-3\leq2y-x\leq7$을
동시에 만족시키는 영역에 속하는 점이므로
$2b-3a=k$라 하면 k가 최댓값을 가질 때는 직선
$2y-3x=k$가 두 직선 $2x-y=-3$, $2y-x=7$이
만나는 점 $\left(\dfrac{1}{3},\ \dfrac{11}{3}\right)$을 지날 때이다.



그러므로 k의 최댓값은 $2\times\dfrac{11}{3}-3\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{19}{3}$
$\therefore\ p=3,\ q=19$
따라서 $p+q=22$

등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	88	76	64	50	33	23	16	12
나의 점수	[ ] 점				[ ] 등급			

오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	30	29	14	28	21
오답률(%)	90.0	86.0	70.1	68.0	62.4

11회 2014학년도 11월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설

본문 88~95페이지

1 ④	2 ②	3 ④	4 ⑤	5 ③
6 ①	7 ①	8 ②	9 ⑤	10 ②
11 ④	12 ⑤	13 ②	14 ③	15 ③
16 ①	17 ③	18 ⑤	19 ②	20 ④
21 ①	22 2	23 4	24 52	25 25
26 48	27 29	28 5	29 27	30 150

5지 선다형

1 다항식 계산하기

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	2%	0%	0%	95%	0%

| 정답풀이 |

$A+B=2x^2-xy+(x^2+2xy)$
$\quad =3x^2+xy$

2 인수분해의 뜻 이해하기

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	1%	96%	0%	0%	0%

| 정답풀이 |

$x^3-8y^3=(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$
따라서 $a=2$

3 집합 연산하기

정답 ④

선지별 선택비율/정답률	2%	0%	3%	93%	0%

| 정답풀이 |

집합 $A\cap B=\{1,\ 3,\ 5\}$
따라서 모든 원소의 합은 9

4 함수의 합성 이해하기

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	2%	1%	1%	1%	92%

| 정답풀이 |

$(f\circ g)(4)=f(g(4))$
$\quad =f(5)$
$\quad =14$

5 연립이차부등식 이해하기

정답 ③

선지별 선택비율/정답률	3%	6%	82%	5%	1%

| 정답풀이 |

$x^2-x-6>0$에서 $(x-3)(x+2)>0$
$\therefore x<-2$ 또는 $x>3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
$x^2-7x+6\le 0$에서 $(x-1)(x-6)\le 0$
$\therefore 1\le x\le 6$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $3<x\le 6$
따라서 정수 x의 개수는 3

6 무리함수의 정의역 이해하기

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	90%	1%	4%	1%	0%

| 정답풀이 |

무리함수 $y=\sqrt{-2x+4}+a$의
정의역이 $\{x\,|\,x\le 2\}$이므로 $b=2$
함수 $y=\sqrt{-2x+4}+a$의 그래프가
점 $(0,\ 3)$을 지나므로 $a=1$
따라서 $a+b=3$

7 항등식의 성질 이해하기

정답 ①

선지별 선택비율/정답률	80%	3%	7%	4%	4%

| 정답풀이 |

주어진 식을 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$(a+2)x^2-(a^2+b)x+2a^2+2b=0$
x에 대한 항등식이므로 $a+2=0,\ a^2+b=0$
$\therefore a=-2,\ b=-4$
따라서 $a+b=-6$

| 다른풀이 |

$(a+2)x^2+(2-x)a^2+(2-x)b=0$이 x에 대한 항등식이므로
$x=2$를 대입하면 $4(a+2)=0$ $\therefore a=-2$
$x=0$을 대입하면 $8+2b=0$ $\therefore b=-4$
따라서 $a+b=-6$

8 집합의 연산 활용하여 문제해결하기

정답 ②

선지별 선택비율/정답률	1%	94%	1%	1%	0%

| 정답풀이 |

전체 신입사원의 집합을 U
소방안전 교육을 받은 사원의 집합을 A
심폐소생술 교육을 받은 사원의 집합을 B라 하면
$n(U)=200,\ n(A)=120,\ n(B)=115$
두 교육을 모두 받지 않은 사원의 수는
$n(U)-n(A\cup B)=17$이므로
심폐소생술 교육 또는 소방안전 교육을 받은 사원의 수는
$n(A\cup B)=200-17=183$
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$에서
$183=120+115-n(A\cap B)$
$\therefore n(A\cap B)=52$
따라서 심폐소생술 교육만을 받은 사원의 수는
$n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)$
$\quad =115-52=63$

9 유리함수의 점근선 이해하기

정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	4%	4%	7%	13%	69%

| 정답풀이 |

$y=\dfrac{3ax}{2x-1}=\dfrac{3a}{4x-2}+\dfrac{3a}{2}$이므로
점근선은 두 직선 $x=\dfrac{1}{2},\ y=\dfrac{3a}{2}$
$m=\dfrac{1}{2}$이므로

$\frac{3a}{2}=\frac{1}{2}$

$\therefore a=\frac{1}{3}$

따라서 $a+m=\frac{5}{6}$

10 직선의 수직조건 이해하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	9%	62%	19%	2%	6%

| 정답풀이 |

직선 $(3k+2)x-y+2=0$의 기울기가 $3k+2$

y절편이 2이므로 직선 $(3k+2)x-y+2=0$과 y축에서 수직으로 만나는 직선은

$y=-\frac{1}{3k+2}x+2$

이 직선이 $(1,\ 0)$을 지나므로

$-\frac{1}{3k+2}+2=0$

따라서 $k=-\frac{1}{2}$

11 복소수의 성질 활용, 식의 값 추론하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	5%	4%	3%	85%	1%

| 정답풀이 |

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$|x-y|=3,\ x-1=-2$

$\therefore x=-1$

$\therefore y=-4$ 또는 $y=2$

$xy<0$이므로

$x=-1,\ y=2$

따라서 $x+y=1$

12 부등식의 영역 활용하여 문제해결하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	5%	6%	5%	6%	75%

| 정답풀이 |

백미를 $x\text{kg}\ (x\geq 0)$, 현미를 $y\text{kg}\ (y\geq 0)$ 구입하고자 할 때

식이섬유의 양은 $5x+30y\geq 250$을 만족시키고

칼슘의 양은 $5x+9y\geq 103$을 만족시킨다.

백미와 현미를 구입하는데 드는 비용을 k라 하면

$1800x+3600y=k$

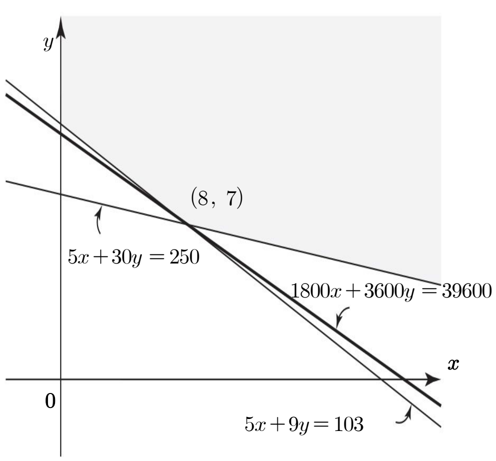
k의 값이 최소일 때는

직선 $1800x+3600y=k$가 두 직선

$5x+30y=250,\ 5x+9y=103$이 만나는 점 $(8,\ 7)$을 지날 때이다.

$\therefore k$의 최솟값은 39600

따라서 a는 39600



13 이차함수와 이차방정식의 관계 이해하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	3%	77%	7%	7%	3%

| 정답풀이 |

$f(2x-k)=g(2x-k)$의 두 실근을 $\alpha,\ \beta$라 할 때

$\alpha+\beta=3$

$2x-k=t$라 하고

방정식 $f(t)-g(t)=t^2-2t-8=0$의

두 실근을 $t_1,\ t_2$라 하면

$2\alpha-k=t_1,\ 2\beta-k=t_2$

근과 계수의 관계에 의하여 $t_1+t_2=2$이므로

$2(\alpha+\beta)-2k=t_1+t_2=2$

$2\times 3-2k=2$

따라서 $k=2$

| 다른풀이 |

$f(2x-k)-g(2x-k)=0$

$f(2x-k)-g(2x-k)$

$=4x^2-4(k+1)x+k^2+2k-8=0$

근과 계수의 관계에 의하여 두 실근의 합은

$\frac{4(k+1)}{4}=3$

따라서 $k=2$

14 직선의 방정식을 활용하여 문제해결하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	9%	7%	66%	7%	9%

| 정답풀이 |

함수 $y=f(x)$와 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나는

점의 x좌표는 $x^2-x-5=x+3$의 근 이므로

$x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore \mathrm{A}(-2,\ 1),\ \mathrm{B}(4,\ 7)$

선분 AB의 중점을 $\mathrm{M}(1,\ 4)$라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$이므로 직선 MP는 선분 AB를 수직이등분한다.

직선 AB의 기울기가 1이므로 선분 AB를 수직이등분하는 직선은 기울기가 -1이고 점 $\mathrm{M}(1,\ 4)$를 지난다.

$\therefore y=-x+5$

점 P의 x좌표는 함수 $y=x^2-x-5$의 그래프와

직선 $y=-x+5$가 만나는 점의 x좌표이다.

$x^2-x-5=-x+5$

$x^2=10$

$\therefore x=\pm\sqrt{10}$

따라서 $x=\sqrt{10}\quad (\because x>0)$

15 집합의 포함관계 추론하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	2%	6%	69%	3%	17%

| 정답풀이 |

$X-B=X\cap B^C$이므로 $X\cup A=X\cap B^C$

$X\cup A=X\cap B^C$을 만족시키는 집합 X는

집합 A의 원소인 1, 2를 포함하고,

집합 B의 원소인 3, 5, 8을 포함하지 않아야 한다.

$B^C=\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7\}$이므로 집합 U의 부분집합 X는

$\{1,\ 2\}\subset X\subset\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7\}$을 만족시킨다.

따라서 부분집합 X의 개수는 $2^3=8$

16 고차방정식의 해 추론하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	70%	7%	8%	7%	5%

| 정답풀이 |

$\sqrt{n}=a+b$ (a는 자연수, $0<b<1$)에서

$b=\sqrt{n}-a$

$a^3-9ab+b^3=a^3-9a(\sqrt{n}-a)+(\sqrt{n}-a)^3$

$=a^3-9a(\sqrt{n}-a)+(n\sqrt{n}-3an+3a^2\sqrt{n}-a^3)$

$=(3a^2-9a+n)\sqrt{n}+9a^2+(\boxed{-3n})\times a$

$=0$

$\therefore$ (가)$=-3n$

무리수가 서로 같을 조건에 의하여

$3a^2-9a+n=0\cdot$ ······ ㉠

$9a^2+(\boxed{-3n})\times a=0$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서

㉠ $\times 3a+$ ㉡에 의하여 n을 소거하면

$9a^3+\boxed{-18a^2}=0$

$\therefore$ (나) $=-18a^2$

$\therefore f(n)=-3n,\ g(a)=-18a^2$

따라서 $\dfrac{g(2)}{f(2)}=12$

17 명제의 성질 추론하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	9%	1%	75%	4%	8%

| 정답풀이 |

ㄱ. $P\cap Q=P$이므로 $P\subset Q$ $\therefore p\to q$ (참)

ㄴ. $R^C\cup Q=U$이므로 $R\cap Q^C=R-Q=\varnothing$이고 $R\subset Q$ $\therefore r\to q$ (참)

ㄷ. [반례] $P\cap R\neq\varnothing$일 때 $P\not\subset R^C$

$\therefore p\to\sim r$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ

18 절대부등식의 성질 이해하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	13%	6%	17%	12%	50%

| 정답풀이 |

x축과 수직인 직선을 $x=k\left(k>\dfrac{1}{2}\right)$라 하면

$\mathrm{P}\left(k,\ \dfrac{8}{2k-1}\right)$, $\mathrm{Q}(k,\ -k)$

$\overline{\mathrm{PQ}}=\dfrac{8}{2k-1}+k$

$=\dfrac{8}{2k-1}+\dfrac{1}{2}(2k-1)+\dfrac{1}{2}$

$\geq 2\sqrt{\dfrac{8}{2k-1}\times\dfrac{1}{2}(2k-1)}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{9}{2}$

(단, 등호는 $k=\dfrac{5}{2}$일 때 성립)

따라서 선분 PQ의 길이의 최솟값은 $\dfrac{9}{2}$

19 평행이동 활용하여 문제해결하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	11%	52%	17%	9%	8%

| 정답풀이 |

원 O_1의 방정식은 $(x-4)^2+(y-2)^2=4$

원 O_1을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 후

y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 원 O_2의 방정식은 $(x-2)^2+(y-4-a)^2=4$

원 O_1과 원 O_2의 중심을 각각 C, D라 하면 선분 AB는 선분 CD에 의해 수직이등분된다.

선분 AB와 선분 CD가 만나는 점을 H라 하면

$\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{BH}}=\sqrt{3}$

원 O_1과 원 O_2의 반지름의 길이가 2이므로

$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{DH}}=1$

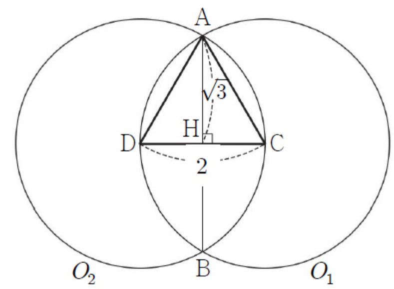
$\therefore$ 원 O_2가 원 O_1의 중심을 지날 때,

$\overline{\mathrm{CD}}=2$이므로

원 O_2의 중심은 $(2,\ 2)$

$\therefore -4-a=-2$

따라서 $a=-2$



20 역함수의 성질 활용하여 문제해결하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	9%	8%	9%	61%	10%

| 정답풀이 |

함수 $f(x)$와 $g(x)$는 역함수의 관계이므로

함수 $g(x)=\dfrac{1}{2}(x^2-3)$의 그래프와

직선 $y=x$가 만나는 점 $\mathrm{A}(3,\ 3)$

점 C는 점 B를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이므로 $\mathrm{C}\left(2,\ \dfrac{1}{2}\right)$

점 $\mathrm{B}\left(\dfrac{1}{2},\ 2\right)$를 지나고 기울기가 -1인 직선은

$y=-\left(x-\dfrac{1}{2}\right)+2=-x+\dfrac{5}{2}$

$\therefore x+y-\dfrac{5}{2}=0$

점 $\mathrm{A}(3,\ 3)$에서 직선 $2x+2y-5=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{\mathrm{AH}}=\dfrac{|6+6-5|}{\sqrt{2^2+2^2}}=\dfrac{7\sqrt{2}}{4}$

$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}-2\right)^2+\left(2-\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AH}}\times\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{21}{8}$

21 대칭이동의 성질 이해하여 문제해결하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	30%	18%	17%	17%	16%

| 정답풀이 |

그림과 같이 원 $x^2+(y-1)^2=9$ 위의 점 P를 주어진 조건에 의해 옮긴 점 Q는 원 $x^2+y^2=9$위를 움직인다.

점 Q를 접점으로 하는 원 $x^2+y^2=9$의 접선 중

직선 AB에 평행하고, 점 Q의 x좌표가 음수일 때,

삼각형 ABQ의 넓이가 최대이다.

기울기가 $\sqrt{3}$인 원 $x^2+y^2=9$의 접선의 방정식은

$y=\sqrt{3}x\pm 6$

직선 $y=\sqrt{3}x\pm 6$과 원 $x^2+y^2=9$가 만나는 점이

Q이므로 $x^2+(\sqrt{3}x\pm 6)^2=9$

$4x^2\pm 12\sqrt{3}x+27=0$

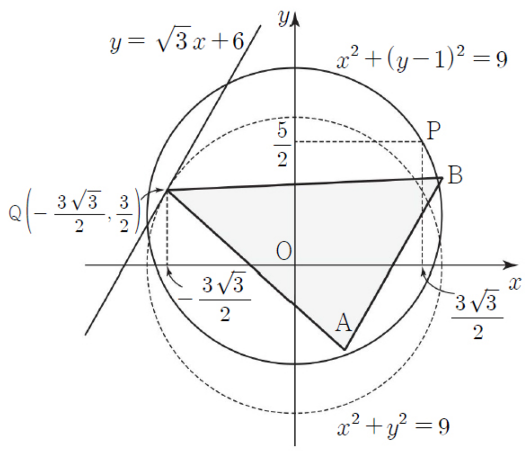
$(2x\pm 3\sqrt{3})^2=0,\ x=-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ $(\because x<0)$

$\therefore$ 삼각형 ABQ의 넓이가 최대인 점 Q의 좌표는 $\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2},\ \frac{3}{2}\right)$

점 P는 점 Q를 y축에 대하여 대칭이동한 후
y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점이다.

$\therefore$ 점 P의 좌표는 $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2},\ \frac{5}{2}\right)$

따라서 점 P의 y좌표는 $\frac{5}{2}$



단답형

22 원의 방정식 이해하기 　정답 2

선지별 선택비율/정답률 　22% (주관식)

| 정답풀이 |

주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x-2)^2+(y-1)^2=2k-3$

원의 반지름의 길이가 1이므로

$2k-3=1^2$

따라서 $k=2$

23 인수정리의 뜻 이해하기 　정답 4

선지별 선택비율/정답률 　52% (주관식)

| 정답풀이 |

조립제법을 이용하여 인수분해하면

1	1	-6	15	-22	12
		1	-5	10	-12
3	1	-5	10	-12	0
		3	-6	12	
	1	-2	4	0	

$\therefore (x-1)(x-3)(x^2-2x+4)=0$

$x^2-2x+4=0$은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

따라서 모든 실근의 합은 $1+3=4$

24 나머지 정리의 의미 이해하기 　정답 52

선지별 선택비율/정답률 　30% (주관식)

| 정답풀이 |

나머지 정리에 의하여

$f(3)+g(3)=8,\ f(3)g(3)=6$

$\{f(3)\}^2+\{g(3)\}^2$

$=\{f(3)+g(3)\}^2-2f(3)g(3)$

$=8^2-2\times6=52$

25 이차함수의 최대 · 최소의 뜻 이해하기 　정답 25

선지별 선택비율/정답률 　53% (주관식)

| 정답풀이 |

$2x-1=t$라 하면

$1\le x\le 4$이므로 $1\le t\le 7$

$y=(2x-1)^2-4(2x-1)+3$

$=t^2-4t+3$

$=(t-2)^2-1$

$t=2$일 때, 최솟값 $m=-1$

$t=7$일 때, 최댓값 $M=24$

따라서 $M-m=24-(-1)=25$

26 이차함수와 이차방정식의 관계 이해하기 　정답 48

선지별 선택비율/정답률 　79% (주관식)

| 정답풀이 |

방정식 $|f(x)|=-g(x)$의 실근은

함수 $y=|f(x)|$와 $y=-g(x)$의 그래프가 만나는 점의 x좌표이다.

$|f(x)|=\begin{cases}-f(x) & (x<8)\\ f(x) & (x\ge 8)\end{cases}$이고

$y=-g(x)$의 그래프는 $y=g(x)$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프이므로

$y=|f(x)|$와 $y=-g(x)$의 그래프는 그림과 같다.

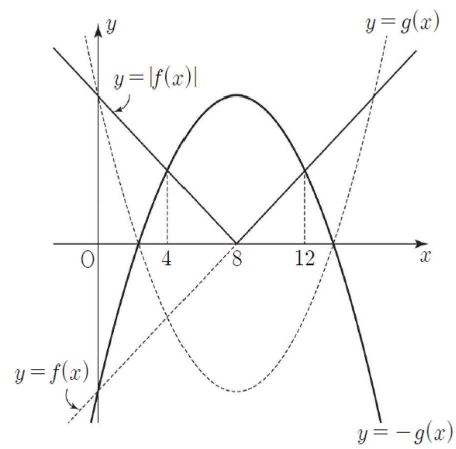
$y=|f(x)|$의 그래프와 $y=-g(x)$의 그래프는

직선 $x=8$에 대하여 대칭이므로 만나는 점의 x좌표는 4, 12

$\therefore$ 방정식 $|f(x)|+g(x)=0$의 근은

$x=4$ 또는 $x=12$

따라서 모든 실근의 곱은 48



27 연립이차방정식 이해하여 문제해결하기 　정답 29

선지별 선택비율/정답률 　87% (주관식)

| 정답풀이 |

주어진 연립이차방정식에서

$x+y=-\frac{k-9}{6},\ xy=\frac{k-9}{2}$

$x,\ y$를 두 근으로 하는 이차방정식은

$t^2+\frac{k-9}{6}t+\frac{k-9}{2}=0$

$6t^2+(k-9)t+3(k-9)=0$을 만족시키는 실수인

$x,\ y$가 존재하므로

$D=(k-9)^2-72(k-9)\ge 0$

$(k-9)(k-81)\ge 0$

$\therefore k \le 9$ 또는 $k \ge 81$
따라서 100이하의 자연수 k의 개수는 29

28 함수의 뜻을 알고 함숫값 추론하기 정답 5

선지별 선택비율/정답률	53% (주관식)

| 정답풀이 |

함수 $y=g(x)$의 그래프에 의해
$g(4)=3,\ f(4)=2$이므로 $h(4)=3$
$f(3) \le g(3)$인 경우 $h(3)=g(3)=3$이므로
함수 $h(x)$가 일대일대응이라는 조건에 모순
$\therefore f(3)>g(3)$
$\therefore f(3)=4,\ h(3)=4$
$h(1)=1$인 경우 $g(1)=2$이므로 모순
$\therefore h(1)=2,\ h(2)=1$
$h(2)=1,\ g(2)=1$이므로 $f(2)=1$
따라서 $f(2)+h(3)=1+4=5$

29 이차함수와 이차부등식의 관계 활용하기 정답 27

선지별 선택비율/정답률	71% (주관식)

| 정답풀이 |

최고차항의 계수가 각각 $\frac{1}{2}$, 2인 두 이차함수
$y=f(x),\ y=g(x)$의 그래프의 축은
직선 $x=p$이므로
$f(x)=\frac{1}{2}(x-p)^2+a,\ g(x)=2(x-p)^2+b$
조건 (나)에서 $g(x)-f(x) \le 0$
$g(x)-f(x)=\frac{3}{2}x^2-3px+\frac{3}{2}p^2+b-a \le 0$
부등식 $f(x) \ge g(x)$의 해가 $-1 \le x \le 5$이므로
최고차항의 계수가 $\frac{3}{2}$인 이차부등식은
$\frac{3}{2}(x+1)(x-5) \le 0$
$\frac{3}{2}x^2-6x-\frac{15}{2} \le 0$
$3p=6\quad \therefore p=2$
$\frac{3}{2}\times 2^2+b-a=-\frac{15}{2}$
$\therefore a-b=\frac{27}{2}$
따라서 $p\times\{f(2)-g(2)\}=2\times(a-b)=2\times\frac{27}{2}=27$

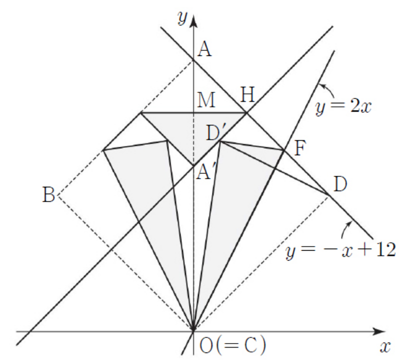
30 선분의 내분을 이해하고 문제해결하기 정답 150

선지별 선택비율/정답률	74% (주관식)

| 정답풀이 |

좌표평면 위에 정사각형 ABCD를 점 C가 원점과 일치하도록 놓으면
$\mathrm{A}(0,\ 12),\ \mathrm{B}(-6,\ 6),\ \mathrm{C}(0,\ 0),\ \mathrm{D}(6,\ 6)$
점 F는 선분 AD를 $2:1$로 내분하는 점이므로
$\mathrm{F}(4,\ 8)$
두 점 C, F를 지나는 직선은 $y=2x$이고
점 $\mathrm{D}'(a,\ b)$라 하면 선분 DD'의
중점 $\left(\frac{a+6}{2},\ \frac{b+6}{2}\right)$이 직선 $y=2x$위에 있으므로
$\frac{b+6}{2}=a+6$
$b=2a+6\quad \cdots\cdots$ ㉠
두 점 D, D′을 지나는 직선은
직선 $y=2x$와 수직이므로
$-\frac{1}{2}=\frac{b-6}{a-6}\quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a=\frac{6}{5},\ b=\frac{42}{5}$
$\therefore \mathrm{D}'\left(\frac{6}{5},\ \frac{42}{5}\right)$
직선 $\mathrm{A}'\mathrm{H}$는 직선 CD와 평행하므로 기울기가 1이고
점 D'을 지나므로
$y=x+\frac{36}{5}\quad \cdots\cdots$ ㉢
$\therefore \mathrm{A}'\left(0,\ \frac{36}{5}\right)$
직선 AD의 방정식은
$y=-x+12\quad \cdots\cdots$ ㉣
㉢, ㉣에서 $\mathrm{H}\left(\frac{12}{5},\ \frac{48}{5}\right)$
점 M은 점 H와 y좌표가 같으므로
$\therefore \mathrm{M}\left(0,\ \frac{48}{5}\right)$
점 A'이 선분 MC를 $1:k$로 내분하는 점이므로
$\left(0,\ \frac{48k}{5(1+k)}\right)=\left(0,\ \frac{36}{5}\right)$
$\therefore k=3$
따라서 $50k=150$



▍등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	81	70	55	41	29	21	15	11
나의 점수	[ ] 점				[ ] 등급			

▍오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	27	26	29	21	30
오답률(%)	92.0	86.0	80.0	76.0	75.0

12회 2013학년도 11월 고1 전국연합학력평가 수학영역

정답과 해설

본문 96-104페이지

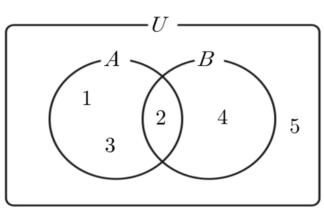
1	④	2	⑤	3	③	4	①	5	②
6	①	7	③	8	①	9	②	10	④
11	④	12	②	13	②	14	⑤	15	③
16	③	17	④	18	②	19	①	20	⑤
21	⑤	22	18	23	10	24	8	25	150
26	24	27	16	28	4	29	750	30	36

5지 선다형

1 집합의 연산법칙 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	4%	0%	6%	88%	0%

| 정답풀이 |



$(A^C \cap B)^C = A \cup B^C = \{1, 2, 3, 5\}$

따라서 집합 $(A^C \cap B)^C$ 의 모든 원소의 합은 11

2 복소수의 곱셈 계산하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	0%	0%	2%	5%	90%

| 정답풀이 |

$2ab = 2(1-i)(1+i)$

$= 2 \times 2 = 4$

3 다항식의 덧셈과 뺄셈 계산하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	1%	0%	96%	0%	2%

| 정답풀이 |

$(A+2B)-(B+C) = A+B-C$

$= x^2+4y^2$

4 이차방정식의 판별식의 뜻 이해하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	95%	1%	0%	1%	0%

| 정답풀이 |

이차방정식 $x^2+2kx+3k-2=0$에서

$\frac{D}{4} = k^2-3k+2$

$= (k-1)(k-2) = 0$

$\therefore\ k=1$ 또는 $k=2$

따라서 모든 실수 k의 값의 합은 3

5 연립이차부등식의 해 구하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	5%	84%	6%	3%	0%

| 정답풀이 |

$|2x-1| < 5$에서

$-5 < 2x-1 < 5$

$-4 < 2x < 6$

$\therefore\ -2 < x < 3$ …… ㉠

$x^2-5x+4 \le 0$에서

$(x-1)(x-4) \le 0$

$\therefore\ 1 \le x \le 4$ …… ㉡

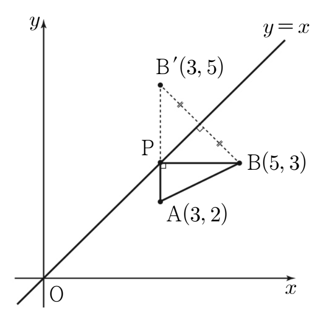
㉠, ㉡에서 연립부등식의 해는 $1 \le x < 3$

따라서 모든 정수 x의 개수는 2

6 대칭이동의 의미 이해하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	56%	12%	4%	16%	9%

| 정답풀이 |



점B를직선$y=x$에대하여대칭이동시킨점을

B′(3, 5)라하자

$\overline{AP}+\overline{BP} = \overline{AP}+\overline{B'P} \ge \overline{AB'}$ 이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 값이 최소인 점 P는 점 B′과 점 A를 이은 직선과 직선 $y=x$의 교점 $(3, 3)$이다.

삼각형 ABP는 직각삼각형이므로

따라서 (삼각형 ABP의 넓이)$= \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

7 유리식을 활용하여 문제해결하기 정답 ③

선지별 선택비율/정답률	1%	4%	87%	3%	3%

| 정답풀이 |

광고 전 세 제품의 비례상수를 k_1 $(k_1 \ne 0)$이라 하면

$r_1 = \frac{2k_1}{13k_1+9k_1+2k_1} = \frac{2k_1}{24k_1} = \frac{1}{12}$

광고 후 세 제품의 비례상수를 $k_2(k_2 \ne 0)$라 하면

$r_2 = \frac{4k_2}{9k_2+7k_2+4k_2} = \frac{4k_2}{20k_2} = \frac{1}{5}$

따라서 $r_2 - r_1 = \frac{1}{5} - \frac{1}{12} = \frac{7}{60}$

8 역함수의 성질 이해하기 정답 ①

선지별 선택비율/정답률	61%	10%	6%	6%	13%

| 정답풀이 |

(가)에서 함수 $g(x)$는 함수 $f(x)$의 역함수이다.

$f(x) = ax^2+bx+c\,(x > -1)$라 하면

(나)에서 $f(0)=0$이므로 $c=0$

$f(1)=3$이므로

$a+b=3$ ⋯⋯ ㉠

$g(8)=2$에서 $f(2)=8$이므로

$4a+2b=8$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $a=1,\ b=2$

$\therefore\ f(x)=x^2+2x$

$g(15)=m$이라 하면

$f(m)=m^2+2m=15$

$\therefore\ (m+5)(m-3)=0$

따라서 $m=3$ ($\because m>-1$)

9 나머지정리 이해하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	4%	61%	8%	23%	2%

| 정답풀이 |

$x^3+ax^2-x-1=(x^2-1)Q(x)+R$ ⋯⋯ ㉠

㉠의 양변에 $x=1,\ x=-1$을 대입하면 나머지

$R=a-1$이다.

$x^3+ax^2-x-1=(x^2-1)Q(x)+a-1$에서

$x^3+ax^2-x-a=(x^2-1)(x+a)$

$=(x^2-1)Q(x)$

$\therefore Q(x)=x+a$

$Q(a)=R$이므로 $2a=a-1$

따라서 $a=-1$

10 함수의 뜻을 알고 추론하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	5%	3%	3%	84%	2%

| 정답풀이 |

$f(0)=3,\ f(1)=1,\ f(2)=3$

$g(0)=a+b,\ g(1)=b,\ g(2)=a+b$

두 함수 f와 g가 서로 같으므로

$f(0)=g(0),\ f(1)=g(1),\ f(2)=g(2)$

$\therefore\ a+b=3,\ b=1$이므로

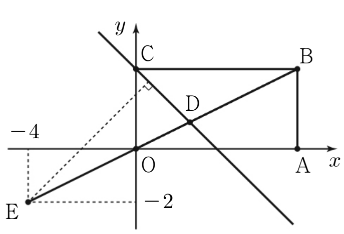
$a=2,\ b=1$

따라서 $2a-b=3$

11 선분의 내분점과 외분점 이해하기 정답 ④

선지별 선택비율/정답률	11%	9%	9%	65%	3%

| 정답풀이 |



직사각형 OABC를 점 O가 원점과 일치하도록 하는

좌표평면에 놓으면 A$(6,0)$, B$(6,3)$, C$(0,3)$이다.

선분 OB를 $1:2$로 내분하는 점은

$\mathrm{D}\left(\frac{6+0}{1+2},\ \frac{3+0}{1+2}\right)=\mathrm{D}(2,1)$

선분 OD를 $2:3$으로 외분하는 점을 E라 하면

$\mathrm{E}\left(\frac{4-0}{2-3},\ \frac{2-0}{2-3}\right)=\mathrm{E}(-4,-2)$

직선 CD의 방정식은 $x+y-3=0$

따라서 점 E와 직선 CD사이의 거리는

$\frac{|-4-2-3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{9}{\sqrt{2}}=\frac{9}{2}\sqrt{2}$

12 무리식을 활용하여 문제해결하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	3%	73%	7%	11%	3%

| 정답풀이 |

연결 줄 A의 비틀림 상수는 연결 줄 B의 비틀림 상수의 4배이므로 연결 줄 B의 비틀림 상수를 a라 하면, 연결 줄 A의 비틀림 상수는 $4a$이다.

원판 A'의 관성 모멘트가 원판 B'의 관성 모멘트의 $4+\sqrt{12}$배이므로 원판 B'의 관성 모멘트를 b라 하면, 원판 A'의 관성 모멘트는 $(4+\sqrt{12})b$이다.

$T_A=2\pi\sqrt{\frac{(4+2\sqrt{3})b}{4a}}=2\pi\frac{(1+\sqrt{3})\sqrt{b}}{2\sqrt{a}}$ $\quad T_B=2\pi\sqrt{\frac{b}{a}}=2\pi\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$

따라서 $\frac{T_A}{T_B}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

13 이차함수와 이차방정식의 관계 이해하기 정답 ②

선지별 선택비율/정답률	3%	90%	2%	1%	1%

| 정답풀이 |

$f(x)=(x+2)(x-4)$이므로

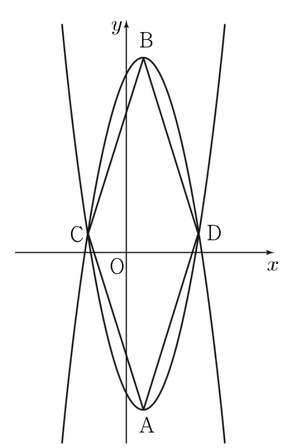
$f(2x-1)=(2x+1)(2x-5)$이다.

따라서 $f(2x-1)=0$의 두 근 $-\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}$의 합은 2

14 두 점 사이의 거리를 활용하여 문제해결하기 정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	4%	10%	13%	14%	56%

| 정답풀이 |



$f(x)=(x+2)(x-4)$

$=(x-1)^2-9$

이므로 $y=f(x)$의 꼭짓점은 A$(1,-9)$

$-f(x)+2=-(x+2)(x-4)+2$

$=-(x-1)^2+11$

이므로 $y=-f(x)+2$의 꼭짓점은 B$(1,11)$

두 함수 $y=f(x),\ y=-f(x)+2$의 그래프의

교점의 x좌표는

$(x-1)^2-9=-(x-1)^2+11$

$\therefore\ x=1\pm\sqrt{10}$

$\therefore$ C$(1-\sqrt{10},1)$, D$(1+\sqrt{10},1)$

사각형 ADBC가 마름모이므로 사각형 ADBC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times20\times2\sqrt{10}=20\sqrt{10}$

15 실수의 연산에 관한 성질 추론하기 　정답 ③

선지별 선택비율/정답률	31%	1%	49%	1%	15%

| 정답풀이 |

ㄱ. $3◎4=3=4◎3$ (참)

ㄴ. 연산 ◎에 대한 항등원을 e라 하면

임의의 정수 a에 대하여

$a◎e=e◎a=a$

$ae-3a-3e+12=a$

$ae-4a-3e+12=0$

$(a-3)(e-4)=0$ $\therefore$ $e=4$ (거짓)

ㄷ. 연산 ◎에 대한 a의 역원을 x라 하면

$a◎x=x◎a=4$

$ax-3a-3x+12=4$

$(a-3)(x-3)=1$

$x=3+\dfrac{1}{a-3}$ 이고, x가 정수이므로

$a-3=-1$ 또는 $a-3=1$

$\therefore$ $a=2$ 또는 4

$\therefore$ 역원이 존재하는 정수의 개수는 2 (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

16 절대부등식의 의미를 이해하여 문제해결하기 　정답 ③

선지별 선택비율/정답률	6%	10%	68%	8%	5%

| 정답풀이 |

점 P의 좌표를 (a, b)라 하자.

$b=\dfrac{2}{a-1}+2$이므로

직사각형 PRSQ의 둘레의 길이 $2(\overline{PR}+\overline{PQ})$는

$2(a-1)+2(b-2)\geq 2\sqrt{2(a-1)\times 2(b-2)}$

$=2\sqrt{2(a-1)\times\dfrac{4}{a-1}}$

$=4\sqrt{2}$

(단, 등호는 $a-1=b-2$일 때 성립하므로

$a=1+\sqrt{2}$, $b=2+\sqrt{2}$ 이다.)

따라서 직사각형 PRSQ의 둘레의 길이의 최솟값은

$4\sqrt{2}$

17 부등식의 영역을 활용하여 문제해결하기 　정답 ④

선지별 선택비율/정답률	3%	3%	4%	85%	3%

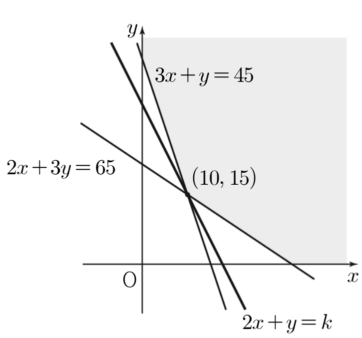
| 정답풀이 |

마늘과 은행잎을 각각 x(kg), y(kg)이라 하면,

$x\geq 0$, $y\geq 0$

$3x+y\geq 45$, $2x+3y\geq 65$

가 나타내는 영역은 그림의 어두운 부분이다.



추출하는데 드는 비용을 k(만원)라 하면

$2x+y=k$이고

k의 값이 최소인 경우는 두 직선 $3x+y=45$,

$2x+3y=65$의 교점 $(10, 15)$를 지날 때이다.

따라서 최소 비용은 35(만원)

18 원과 직선의 위치관계 추론하기 　정답 ②

선지별 선택비율/정답률	21%	50%	10%	10%	7%

| 정답풀이 |

원점 O에서 C_2에 그은 접선은

$y=mx$ …… ㉠

점 $(d, 0)$과 직선 $y=mx$ 사이의 거리는 r이므로

$r\sqrt{m^2+1}=|dm|$

$\dfrac{|dm|}{\sqrt{m^2+1}}=r$

$r^2(m^2+1)=d^2\times\boxed{m^2}$ …… ㉡

$\therefore$ $f(m)=m^2$

또한, ㉠과 원 C_1 의 방정식에서,

$x^2+y^2=a^2$의 양변에 m^2을 곱하면

$m^2x^2+m^2y^2=m^2a^2$이고

$y^2+m^2y^2=m^2a^2$

$y^2=m^2x^2$이므로

$y^2\times\boxed{(m^2+1)}=m^2a^2$ …… ㉢

$\therefore$ $g(m)=m^2+1$

따라서 $f(2)\times g(3)=4\times 10=40$

19 사차방정식의 해 구하기 　정답 ①

선지별 선택비율/정답률	52%	11%	17%	10%	7%

| 정답풀이 |

$(x^2-4x+3)(x^2-6x+8)=120$

$(x-1)(x-3)(x-2)(x-4)=120$

$(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)=120$

$x^2-5x=t$라 하면

$(t+4)(t+6)-120=0$

$t^2+10t-96=0$

$(t-6)(t+16)=0$

$(x^2-5x-6)(x^2-5x+16)=0$

$x^2-5x-6=0$ 또는 $x^2-5x+16=0$

$x^2-5x-6=(x+1)(x-6)=0$은

서로 다른 두 실근 -1, 6을 갖는다.

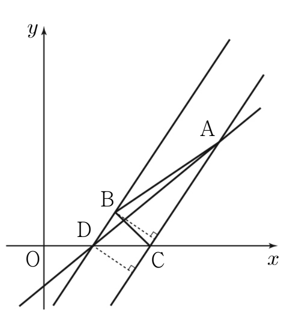
$x^2-5x+16=0$이 허근을 가지므로

$\omega^2-5\omega=-16$

20 두 직선의 평행조건을 이해하여 문제 해결하기 　정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	4%	15%	11%	7%	59%

| 정답풀이 |



점 B를 지나고 직선 AC와 평행한 직선이 선분 OC와 만나는 점을 $D(a, 0)$이라 하자.

삼각형 ABC의 넓이와 삼각형 ADC의 넓이가 같으므로 직선 BD의 기울기는 직선 AC의 기울기와 같다.

$\frac{1-0}{2-a}=\frac{3-0}{5-3}$ $\therefore$ $a=\frac{4}{3}$

따라서 직선 AD의 기울기는 $\frac{3-0}{5-\frac{4}{3}}=\frac{9}{11}$

21 합성함수의 성질 추론하기 　정답 ⑤

선지별 선택비율/정답률	8%	2%	25%	8%	54%

| 정답풀이 |

ㄱ. $f(g(2))=f(2)=2$ (참)

ㄴ. 함수 $(g \circ f)(x)$는

ⅰ) $x>2$일 때, $g(f(x))=g(2)=2$

ⅱ) $|x| \le 2$일 때, $g(f(x))=g(x)=x^2-2$

ⅲ) $x<-2$일 때, $g(f(x))=g(-2)=2$

함수 $(g \circ f)(-x)$는

ⅰ) $x>2$일 때, $g(f(-x))=g(-2)=2$

ⅱ) $|x| \le 2$일 때, $g(f(-x))=g(-x)=x^2-2$

ⅲ) $x<-2$일 때, $g(f(-x))=g(2)=2$

$\therefore (g \circ f)(-x)=(g \circ f)(x)$ (참)

ㄷ. 함수 $(f \circ g)(x)$는

ⅰ) $x>2$일 때, $x^2-2>2$이므로

$f(g(x))=f(x^2-2)=2$

ⅱ) $|x| \le 2$일 때, $-2 \le x^2-2 \le 2$이므로

$f(g(x))=f(x^2-2)=x^2-2$

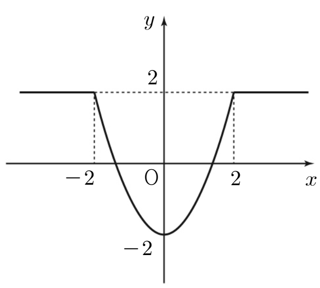
ⅲ) $x<-2$일 때, $x^2-2>2$이므로

$f(g(x))=f(x^2-2)=2$

$\therefore (f \circ g)(x)=(g \circ f)(x)$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

| 참고 | 함수 $y=(f \circ g)(x)$의 그래프는 그림과 같다.



단답형

22 미지수가 3개인 연립일차방정식의 해 구하기 　정답 18

선지별 선택비율/정답률	10% (주관식)

| 정답풀이 |

연립방정식

$$\begin{cases} x+y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ y+z=6 & \cdots\cdots ㉡ \\ 2x+z=7 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉡, ㉢에서

$2x-y=1 \cdots\cdots$ ㉣

㉠, ㉣에서

$x=2$이므로 $y=3,\ z=3$

$\therefore\ \alpha=2,\ \beta=3,\ \gamma=3$

따라서 $\alpha\beta\gamma=18$

23 다항식의 인수분해 이해하기 　정답 10

선지별 선택비율/정답률	27% (주관식)

| 정답풀이 |

$2x^2-4x+k=0$에서

$\alpha+\beta=-\frac{-4}{2}=2,\ \alpha\beta=\frac{k}{2}$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=4-k$

$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$

$=2\times\left(4-k-\frac{k}{2}\right)=7$

$\therefore\ k=\frac{1}{3}$

따라서 $30k=10$

24 필요조건과 충분조건 이해하기 　정답 8

선지별 선택비율/정답률	17% (주관식)

| 정답풀이 |

세 조건 $p,\ q,\ r$의 진리집합을 각각 $P,\ Q,\ R$라 하면

$P=\{x\,|\,0<x\le 7\}$

$Q=\{x\,|-1\le x\le a\}$

$R=\{x\,|\,x\ge b\}$

p는 q이기 위한 충분조건이므로 $P\subset Q$

r는 q이기 위한 필요조건이므로 $Q\subset R$

$P\subset Q\subset R$이므로 $a\ge 7,\ b\le -1$

따라서 $a-b$의 최솟값은 $7-(-1)=8$

25 도형의 평행이동 이해하기 　정답 150

선지별 선택비율/정답률	58% (주관식)

| 정답풀이 |

점 $(1,4)$를 점 $(-2,a)$로 옮기는 평행이동에 의하여 좌표평면 위의 점은 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 $a-4$만큼 옮겨진다.

$x^2+y^2+8x-6y+21=0$에서

$(x+4)^2+(y-3)^2=4$ $\cdots\cdots$ ㉠

$x^2+y^2+bx-18y+c=0$에서

$\left(x+\frac{b}{2}\right)^2+(y-9)^2=81-c+\frac{b^2}{4}$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠의 원의 중심 $(-4,3)$이 평행이동에 의하여

㉡의 원의 중심 $\left(-\frac{b}{2},9\right)$로 옮겨지므로

$\therefore\ a=10,\ b=14$

평행이동을 하여도 원의 반지름의 길이는 변하지 않으므로 $4=81-c+\frac{196}{4}$

$\therefore\ c=126$

따라서 $a+b+c=150$

26 복소수의 값 추론하기 　정답 24

선지별 선택비율/정답률	65% (주관식)

| 정답풀이 |

$z_1=\frac{\sqrt{2}}{1+i}=\frac{1-i}{\sqrt{2}},\ {z_1}^2=-i,\ {z_1}^3=\frac{-i-1}{\sqrt{2}},\ {z_1}^4=-1,\ \cdots,\ {z_1}^8=1,\ \cdots$

$z_2=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2},\ {z_2}^2=\frac{-1-\sqrt{3}i}{2},$

$z_2^{\,3} = 1$, $\cdots$

$z_1^{\,n} = z_2^{\,n}$을 만족시키는 자연수 n은 8과 3의 공배수이다.

따라서 자연수 n의 최솟값은 24

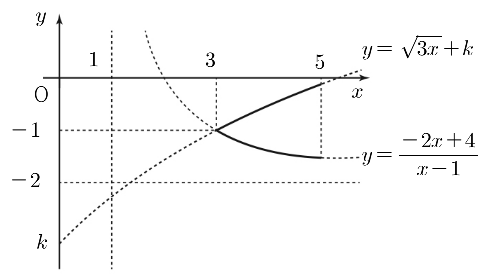
27 유리함수와 무리함수의 그래프의 성질 이해하기 정답 16

선지별 선택비율/정답률	46% (주관식)

| 정답풀이 |

$3 \le x \le 5$에서 정의된 함수

$y = \dfrac{-2x+4}{x-1} = \dfrac{2}{x-1} - 2$의 그래프는 그림과 같다.



$y = \sqrt{3x} + k$가 점 $(3, -1)$을 지날 때,

실수 k가 최댓값을 가지므로 $M = -4$

따라서 $M^2 = 16$

28 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계를 이해하여 문제해결하기 정답 4

선지별 선택비율/정답률	57% (주관식)

| 정답풀이 |

$f(-2) = f(6)$에서 이차함수 $y = f(x)$의 그래프의 대칭축은 $x = 2$이고,

함수 $f(x)$의 최솟값이 -9이므로

$f(x) = (x-2)^2 - 9$

$= x^2 - 4x - 5$

$= (x+1)(x-5)$

$f(|f(x)|) = 0$에서

$|f(x)| = t\,(t \ge 0)$라 하면 $f(t) = 0$이고 $t = 5$

$\therefore f(x) = 5, -5$

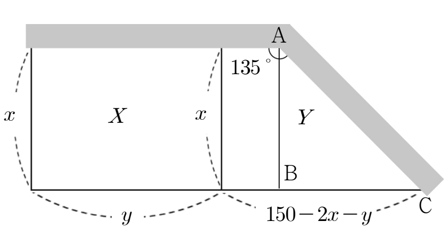
$y = f(x)$의 그래프와 두 직선 $y = 5$, $y = -5$는 각각 서로 다른 두 점에서 만난다.

따라서 서로 다른 실근의 개수는 4

29 이차함수의 최대, 최소 문제해결하기 정답 750

선지별 선택비율/정답률	80% (주관식)

| 정답풀이 |



그림과 같이 직사각형의 세로와 가로의 길이를 각각 x, y라 하자.

X의 넓이는 xy이고,

철망의 길이가 150이므로 사다리꼴의 아랫변의 길이는 $150 - 2x - y$이다.

점 A에서 사다리꼴의 아랫변에 내린 수선의 발을 B라 할 때, 선분 AB의 길이는 x이고

$\angle CAB = 45^\circ$이므로 선분 BC의 길이는 x이다.

사다리꼴의 윗변의 길이는

$(150 - 2x - y) - x = 150 - 3x - y$

Y의 넓이는

$\dfrac{1}{2}x\{(150 - 3x - y) + (150 - 2x - y)\}$

$= \dfrac{1}{2}x(300 - 5x - 2y)$

X의 넓이는 Y의 넓이의 2배이므로

$xy = x(300 - 5x - 2y)$

$y = 100 - \dfrac{5}{3}x$

$(Y\text{의 넓이}) = \dfrac{1}{2}xy$

$= \dfrac{1}{2}x\left(100 - \dfrac{5}{3}x\right)$

$= -\dfrac{5}{6}x^2 + 50x$

$= -\dfrac{5}{6}(x-30)^2 + 750$

따라서 $x = 30$일 때, Y의 넓이의 최댓값 S는 750

30 다항식의 최대공약수를 활용하여 추론하기 정답 36

선지별 선택비율/정답률	90% (주관식)

| 정답풀이 |

(가), (나)에서 두 다항식 $A(x)$, $B(x)$는

$A(x) = p(x) + q(x) = 2x(x-1)(x+a)$

$B(x) = p(x) - q(x) = (x+1)(bx+4)$

(다)에서 $A(x)$와 $B(x)$는

$p(x)$와 $q(x)$의 최대공약수를 인수로 갖는다.

$\therefore A(x)$와 $B(x)$는 $x+1$과 $x-1$을 인수로 갖는다.

인수정리에 의해

$A(x) = p(x) + q(x) = 2x(x-1)(x+a)$

$A(-1) = (-2) \times (-2) \times (-1+a) = 0$

$\therefore a = 1$

$\therefore A(x) = p(x) + q(x) = 2x(x+1)(x-1)$

$B(x) = p(x) - q(x) = (x+1)(bx+4)$

$B(1) = (1+1)(b+4) = 0$

$\therefore b = -4$

$\therefore B(x) = p(x) - q(x) = -4(x+1)(x-1)$

따라서 $A(2) \times B\left(\dfrac{1}{2}\right) = 36$

등급컷

등급	1	2	3	4	5	6	7	8
원점수	81	65	50	37	25	17	13	10
나의 점수	[ ] 점				[ ] 등급			

오답률 Best 5

순위	1	2	3	4	5
번호	30	29	26	25	28
오답률(%)	93.0	88.0	80.0	69.0	67.0