

Answer & Explanation  
**6회**

# 2019학년도 6월 전국연합학력평가

정답과 해설  
고1 수학

## • 정답

본문 p. 63

1 ②	2 ①	3 ④	4 ①	5 ⑤
6 ③	7 ④	8 ②	9 ④	10 ③
11 ②	12 ①	13 ⑤	14 ③	15 ⑤
16 ④	17 ②	18 ③	19 ⑤	20 ①
21 ⑤	22 9	23 7	24 20	25 15
26 10	27 12	28 24	29 11	30 6

### 1. 복소수 계산하기

정답 ②

#### 정답 해설

$$(-2+4i)-3i=-2+(4-3)i=-2+i$$

### 2. 다항식 계산하기

정답 ①

#### 정답 해설

$$\begin{aligned} A-B &= (3x^2+4x-2)-(x^2+x+3) \\ &= 2x^2+3x-5 \end{aligned}$$

### 3. 인수정리 이해하기

정답 ④

#### 정답 해설

$P(x)=x^3+ax-8$ 이라 하자.  
 $P(x)$ 가  $x-1$ 로 나누어떨어지므로  $P(1)=0$ 이다.  
 $P(1)=1+a-8=0$ 이다.  
 따라서  $a=7$ 이다.

### 4. 이차부등식 이해하기

정답 ①

#### 정답 해설

주어진 해가  $2 \leq x \leq 3$ 이고  $x^2$ 의 계수가 1이므로  
 이차부등식은  $(x-2)(x-3) \leq 0$ 이다.  
 따라서  $x^2-5x+6 \leq 0$ 이므로  $a=-5$ 이다.

### 5. 항등식의 성질 이해하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

$x$ 에 대한 항등식이므로  $x=-4$ 를 대입하면  
 $16-20+a=0$ 이므로  $a=4$ 이다.  
 $x^2+5x+4=(x+4)(x+1)$ 이므로  $b=1$ 이다.  
 따라서  $a+b=5$ 이다.

#### 다른 풀이

$(x+4)(x+b)=x^2+(4+b)x+4b$ 이다.  
 $x^2+5x+a=x^2+(4+b)x+4b$ 의 양변의 계수를  
 비교하면  $5=4+b$ ,  $a=4b$ 이다.  
 따라서  $b=1$ ,  $a=4$ 이므로  $a+b=5$ 이다.

### 6. 절댓값을 포함한 일차부등식 계산하기

정답 ③

#### 정답 해설

부등식  $|x-3| \leq 2$ 를 풀면  
 $-2 \leq x-3 \leq 2$ ,  $1 \leq x \leq 5$ 이다.  
 부등식을 만족시키는 정수  $x$ 의 값은  
 1, 2, 3, 4, 5이다.  
 따라서 모든 정수  $x$ 의 값의 합은  
 $1+2+3+4+5=15$ 이다.

### 7. 인수분해를 이용하여 도형 문제 해결하기

정답 ④

#### 정답 해설

한 변의 길이가  $a+6$ 인 정사각형 모양의 색종이의  
 넓이는  $(a+6)^2$ 이다.  
 한 변의 길이가  $a$ 인 정사각형 모양의 색종이를 오려낸 후 남아  
 있는  $\square$  모양의 색종이의 넓이는  
 $(a+6)^2-a^2=(a+6+a)(a+6-a)=6(2a+6)$   
 $=12(a+3)$ 이다.  
 따라서  $k=12$ 이다.

### 8. 다항식의 곱셈 이해하기

정답 ②

#### 정답 해설

$k=2019$ 라 하면  
 $2016 \times 2019 \times 2022 = (k-3)k(k+3) = k^3-9k$   
 $= 2019^3 - 9 \times 2019$ 이다.

따라서  $a = 2019$  이다.

### 9. 인수분해 계산하기

정답 ④

정답 해설

$$\begin{aligned} x^2y + xy^2 + x + y &= xy(x+y) + (x+y) \\ &= (x+y)(xy+1) \text{ 이다.} \\ x+y &= 2\sqrt{3}, \quad xy = 1 \text{ 이므로} \\ x^2y + xy^2 + x + y &= 2\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

### 10. 이차방정식과 이차함수의 관계 이해하기

정답 ③

정답 해설

이차함수  $y = x^2 + 5x + 2$  의 그래프와  
직선  $y = -x + k$  가 서로 다른 두 점에서 만나려면  
이차방정식  $x^2 + 5x + 2 = -x + k$  는 서로 다른  
두 실근을 가져야 한다.  
이차방정식  $x^2 + 6x + 2 - k = 0$  의 판별식  
 $D > 0$  이어야 하므로  
판별식  $D = 6^2 - 4(2 - k) = 28 + 4k > 0$  에서  
 $k > -7$  이다.  
따라서 정수  $k$  의 최솟값은  $-6$  이다.

### 11. 나머지정리를 이용하여 다항식의 나눗셈 문제 해결하기

정답 ②

정답 해설

다항식  $x^3 - x^2 - ax + 5$  를  $x - 2$  로 나누었을 때의  
몫은  $Q(x)$ , 나머지는 5 이므로  
 $x^3 - x^2 - ax + 5 = (x - 2)Q(x) + 5$  이다.  
나머지정리에 의해 양변에  $x = 2$  를 대입하면  
 $8 - 4 - 2a + 5 = 5$  이므로  $a = 2$  이다.  
조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -1 & -2 & 5 \\ & & 2 & 2 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 5 \end{array}$$

$x^3 - x^2 - 2x + 5 = (x - 2)(x^2 + x) + 5$  이다.  
따라서  $Q(x) = x^2 + x$  이므로  
 $Q(a) = Q(2) = 4 + 2 = 6$  이다.

### 12. 다항식의 곱셈공식을 이용하여 문제 해결하기

정답 ①

정답 해설

$$\begin{aligned} (x-y)^3 &= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \text{ 이므로} \\ x^3 - y^3 &= (x-y)^3 + 3xy(x-y) \text{ 이다.} \\ x-y &= 3, \quad x^3 - y^3 = 18 \text{ 을 대입하면} \end{aligned}$$

$18 = 27 + 9xy$  이므로  $xy = -1$  이다.

따라서  $x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 3^2 - 2 = 7$  이다.

다른 풀이

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 &= (x-y)(x^2 + xy + y^2) \\ &= (x-y)\{(x-y)^2 + 3xy\} \text{ 이다.} \\ x-y &= 3, \quad x^3 - y^3 = 18 \text{ 을 대입하면} \\ 18 &= 3 \times (9 + 3xy) \text{ 이므로 } xy = -1 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } x^2 + y^2 &= (x-y)^2 + 2xy = 3^2 - 2 = 7 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

### 13. 복소수의 연산을 이용하여 문제 해결하기

정답 ⑤

정답 해설

$$\alpha = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \text{ 이고}$$

$$\beta = \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이다.}$$

따라서

$$(1-2\alpha)(1-2\beta) = (1+2i)(1-2i) = 1 - 4i^2 = 5 \text{ 이다.}$$

### 14. 다항식을 이용하여 통합 교과적 문제 해결하기

정답 ③

정답 해설

망원경 A의 구경을  $D_1$ , 집광력을  $F_1$ ,  
망원경 B의 구경을  $D_2$ , 집광력을  $F_2$  라 하자.  
 $D_1 = 40$ ,  $D_2 = x$  이므로  
 $F_1 = kD_1^2 = 1600k$  이고  
 $F_2 = kD_2^2 = kx^2$  이다.  
망원경 A의 집광력  $F_1$  은 망원경 B의 집광력  $F_2$  의 2 배이므로  
 $F_1 = 2F_2$  이다.  
 $1600k = 2kx^2$  이므로  $x^2 = 800$  이다.  
따라서  $x > 0$  이므로  $x = 20\sqrt{2}$  이다.

### 15. 연립일차부등식을 이용하여 문제 해결하기

정답 ⑤

정답 해설

부등식을 각각 풀면  $x > 1$  이고  $x < \frac{a+1}{3}$  이다.

연립부등식의 해가 존재해야 하므로

연립부등식의 해는  $1 < x < \frac{a+1}{3}$  이어야 한다.

연립부등식을 만족시키는 모든 정수  $x$  의 값의 합이 9가 되어야  
하므로 정수  $x$  의 값은 2, 3, 4 이다.

$$4 < \frac{a+1}{3} \leq 5 \text{ 가 되어야 하므로 } 11 < a \leq 14 \text{ 이다.}$$

따라서 자연수  $a$  의 최댓값은 14 이다.

**16. 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 문제 해결하기**

정답 ④

**정답 해설**

근과 계수의 관계에 의해  
 $\alpha + \beta = -1$ ,  $\alpha\beta = -1$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned} & \beta P(\alpha) + \alpha P(\beta) \\ &= \beta(2\alpha^2 - 3\alpha) + \alpha(2\beta^2 - 3\beta) \\ &= 2\alpha\beta(\alpha + \beta) - 6\alpha\beta \\ &= 2 \times (-1) \times (-1) - 6 \times (-1) = 8 \text{이다.} \end{aligned}$$

**17. 인수분해를 이용하여 문제 해결하기**

정답 ②

**정답 해설**

$x^2 - x = X$ 라 두자.

$$\begin{aligned} (x^2 - x)(x^2 - x + 3) + k(x^2 - x) + 8 \\ = (x^2 - x + a)(x^2 - x + b) \text{에서} \end{aligned}$$

$$X(X+3) + kX + 8 = (X+a)(X+b)$$

$$X^2 + (k+3)X + 8 = X^2 + (a+b)X + ab \text{이다.}$$

양변의 계수를 비교하면

$$k+3 = a+b, \quad ab=8 \text{이다.}$$

$a, b(a < b)$ 가 자연수이므로

$$a=1, b=8 \text{ 또는 } a=2, b=4 \text{이다.}$$

$$k = a+b-3 \text{이므로 } k=6 \text{ 또는 } k=3 \text{이다.}$$

따라서 모든 상수  $k$ 의 값의 합은 9이다.

**18. 연립이차방정식을 이용하여 도형 문제추론하기**

정답 ③

**정답 해설**

$$\overline{AB}=a, \overline{EF}=b \text{이고 } \overline{AF}=5, \overline{EB}=1 \text{이므로}$$

$$a+b=6, a=6-b \quad \cdots \text{ ①}$$

이다.

직사각형 EBCI의 넓이는  $a$ , 정사각형 EFGH의

넓이는  $b^2$ 이므로

$$a = \frac{1}{4}b^2 \quad \cdots \text{ ②}$$

이다.

①을 ②에 대입하면

$$6-b = \frac{1}{4}b^2 \text{이므로 } b^2 + 4b - 24 = 0 \text{이다.}$$

$$\text{그러므로 } b = -2 \pm 2\sqrt{7} \text{이다.}$$

한편, ①과  $a < b$ 에 의해서  $6-b < b$ 이므로  
 $b > 3$ 이다.

$$\text{따라서 } b = -2 + 2\sqrt{7} \text{이다.}$$

**19. 사차방정식의 근 추론하기**

정답 ⑤

**정답 해설**

(1)  $a=1$ 인 경우

주어진 방정식은  $(x^2+x+1)^2=0$ 이다.

이 때, 방정식  $x^2+x+1=0$ 의 근은

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2} \quad (\text{단, } i = \sqrt{-1}) \text{이므로}$$

방정식  $(x^2+x+1)^2=0$ 의 서로 다른 허근의 개수는 2이다.

(2)  $a \neq 1$ 인 경우

방정식  $x^2+ax+a=0$ 의 근은

$$x = \frac{-a \pm \sqrt{a(a-4)}}{2} \text{이다.}$$

(i)  $a(a-4) < 0$ 일 때, 방정식  $x^2+x+a=0$ 은 실근을 가져야  
 하므로 실수  $a$ 의 값의 범위는

$$0 < a \leq \frac{1}{4}$$

이다.

(ii)  $a(a-4) \geq 0$ 일 때, 방정식  $x^2+x+a=0$ 은 허근을 가져야  
 하므로 실수  $a$ 의 값의 범위는

$$a \geq 4$$

이다.

따라서 (1)과 (2)에 의하여

방정식  $(x^2+ax+a)(x^2+x+a)=0$ 의 근 중

서로 다른 허근의 개수가 2이기 위한 실수  $a$ 의 값의 범위는

$$0 < a \leq \frac{1}{4} \text{ 또는 } a=1 \text{ 또는 } a \geq 4$$

이다.

따라서  $p=3, f(a)=a(a-4), q=4$ 이므로

$$p+q+f(5)=3+4+5=12 \text{이다.}$$

**20. 도형의 넓이와 이차함수의 최대, 최소 문제 해결하기**

정답 ①

**정답 해설**

사각형 OABC의 넓이는  $\frac{1}{2} \times (1+2) \times 1 = \frac{3}{2}$ 이다.

두 점 O, B를 지나는 직선의 방정식은  $y=2x$ 이다.

직선  $y=k$ 와 선분 OB의 교점 E는 두 직선

$y=k, y=2x$ 의 교점이다.

그러므로 점 E의 좌표는  $(\frac{k}{2}, k)$ 이다.

$$S_1 = \frac{1}{2} \times \frac{k}{2} \times k = \frac{k^2}{4}, \quad S_3 = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{k}{2}\right) \times (2-k) = \frac{(2-k)^2}{4} \text{이므로}$$

$$S_1 - S_3 = \frac{k^2}{4} - \frac{(2-k)^2}{4} = k-1$$

이다.

$$S_1 + S_2 = k \text{이므로 } S_2 = k - \frac{k^2}{4}$$

$$S_3 + S_4 = \frac{3}{2} - k \text{ 이므로}$$

$$S_4 = \left(\frac{3}{2} - k\right) - \frac{(2-k)^2}{4} = \frac{2-k^2}{4} \text{ 이다.}$$

$$\text{그러므로 } S_2 - S_4 = \left(k - \frac{k^2}{4}\right) - \frac{2-k^2}{4} = k - \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

따라서

$$(S_1 - S_3)^2 + (S_2 - S_4)^2 = (k-1)^2 + \left(k - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 2k^2 - 3k + \frac{5}{4}$$

$$= 2\left(k - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{8} \quad (0 < k < 1) \text{ 이므로}$$

$$(S_1 - S_3)^2 + (S_2 - S_4)^2 \text{ 은}$$

$$k = \frac{3}{4} \text{ 일 때, 최솟값 } \frac{1}{8} \text{ 을 갖는다.}$$

#### 다른 풀이

사각형 OABC의 넓이는  $\frac{1}{2} \times (1+2) \times 1 = \frac{3}{2}$  이다.

$$S_1 + S_2 = k \quad \cdots \text{ ①}$$

$$\text{이므로 } S_3 + S_4 = \frac{3}{2} - k$$

$$S_2 + S_3 = 1 \quad \cdots \text{ ②}$$

$$\text{이므로 } S_1 + S_4 = \frac{1}{2} \quad \cdots \text{ ③}$$

$$\text{①과 ②에서 } S_1 - S_3 = k - 1 \text{ 이고,}$$

$$\text{①과 ③에서 } S_2 - S_4 = k - \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

그러므로

$$(S_1 - S_3)^2 + (S_2 - S_4)^2 = (k-1)^2 + \left(k - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 2k^2 - 3k + \frac{5}{4}$$

$$= 2\left(k - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{8} \quad (0 < k < 1) \text{ 이다.}$$

따라서  $(S_1 - S_3)^2 + (S_2 - S_4)^2$  은

$$k = \frac{3}{4} \text{ 일 때, 최솟값 } \frac{1}{8} \text{ 을 갖는다.}$$

## 21. 이차방정식과 이차함수의 관계 추론하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

ㄱ.  $a = 1$  이므로

$$f(x) = (x-1)^2 - 1 = x^2 - 2x,$$

$$g(x) = -(x-2)^2 + 4 + b = -x^2 + 4x + b \text{ 이다.}$$

$$\text{(가)에서 } x^2 - 2x = -x^2 + 4x + b, \quad 2x^2 - 6x - b = 0$$

이다.

(나)에서  $\beta = \alpha + 2$  이므로

이차방정식  $2x^2 - 6x - b = 0$  은 두 근  $\alpha, \alpha + 2$  를 갖는다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + (\alpha + 2) = 3, \quad \alpha(\alpha + 2) = -\frac{b}{2} \text{ 이다.}$$

$$\alpha + (\alpha + 2) = 3 \text{ 에서 } \alpha = \frac{1}{2} \text{ 이고}$$

$$\alpha(\alpha + 2) = -\frac{b}{2} \text{ 에서 } -\frac{b}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } b = -\frac{5}{2} \text{ 이다. (참)}$$

$$\therefore f(x) = (x-a)^2 - a^2 \text{ 이므로}$$

$f(x)$ 의 최솟값은  $f(a) = -a^2$  이다.

$$g(x) = -(x-2a)^2 + 4a^2 + b \text{ 이므로}$$

$g(x)$ 의 최댓값은  $g(2a) = 4a^2 + b$  이다.

(가)에 의해  $f(\alpha) = g(\alpha), f(\beta) = g(\beta)$  이므로

두 이차함수  $f(x), g(x)$ 의 그래프는 서로 다른 두 점에서 만난다.

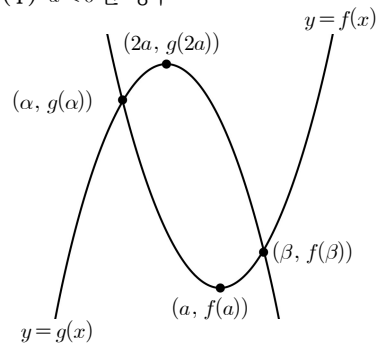
두 이차함수  $f(x), g(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나므로  $g(2a) > f(a)$  이다.

따라서 서로 다른 두 점에서 만나는 경우는

$a < 0, a = 0, a > 0$ 인 세 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

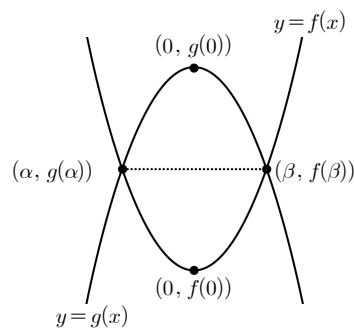
(다음 그림은  $a$ 의 부호에 따른 예이다.)

(i)  $a < 0$ 인 경우



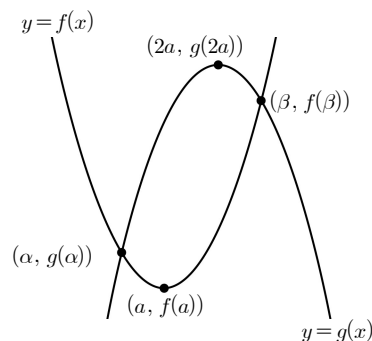
$$f(\beta) - g(\alpha) = f(\beta) - f(\alpha) < g(2a) - f(a) \text{ 이다.}$$

(ii)  $a = 0$ 인 경우



$$f(\beta) - g(\alpha) = f(\beta) - f(\alpha) < g(2a) - f(a) \text{ 이다.}$$

(iii)  $a > 0$ 인 경우



$$f(\beta) - g(\alpha) = f(\beta) - f(\alpha) \leq g(2a) - f(a) \text{ 이다.}$$

따라서 (i), (ii), (iii)에 의해 주어진 부등식은 성립한다. (참)

$$\text{ㄷ. } g(\beta) = f(\alpha) + 5a^2 + b \text{에서 } g(\beta) = f(\beta) \text{ 이므로}$$

$$f(\beta) - f(\alpha) = 5a^2 + b \text{ 이다.}$$

$$g(2a) - f(a) = 4a^2 + b - (-a^2) = 5a^2 + b \text{ 이므로}$$

$$f(\beta) - f(\alpha) = g(2a) - f(a) \cdots \textcircled{1}$$

이다.

①을 만족하기 위해서는 두 이차함수의 그래프의 교점은 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점이어야 한다.

(i)  $a < 0$ 인 경우

ㄴ의 (i)에 의해 ①을 만족하지 않는다.

(ii)  $a = 0$ 인 경우

ㄴ의 (ii)에 의해 ①을 만족하지 않는다.

(iii)  $a > 0$ 인 경우

$a > 0$ 이므로  $a < 2a$ 가 된다.

$$\alpha = a, \beta = 2a \text{ 이므로}$$

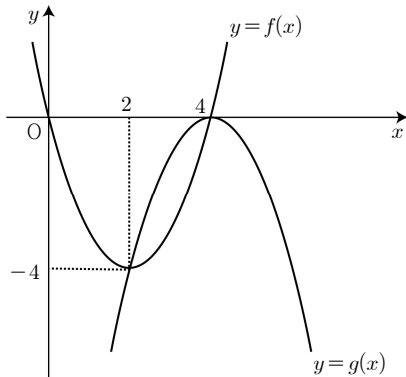
$$\beta - \alpha = 2a - a = 2 \text{ 이고 } a = 2 \text{ 이다.}$$

따라서

$$f(x) = (x-2)^2 - 4, g(x) = -(x-4)^2 + b + 16$$

이다.

이차함수  $g(x)$ 의 그래프가 이차함수  $f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점  $(2, -4)$ 를 지나야 하므로  $-4 = -(-2)^2 + b + 16$  이고  $b = -16$ 이다.



따라서 (i), (ii), (iii)에 의해  $b = -16$ 이다. (참)

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ은 모두 참이다.

#### 다른 풀이

ㄱ. 방정식  $f(x) = g(x)$ 에서

$$2x^2 - 6ax - b = 0 \text{의 두 근이 } \alpha, \beta \text{ 이므로}$$

$$\alpha + \beta = 3a \text{ 이고 } \alpha\beta = -\frac{b}{2} \text{ 이다.}$$

$$(\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이므로}$$

$$2^2 = (3a)^2 - 4 \times \left(-\frac{b}{2}\right), 9a^2 + 2b = 4 \cdots \textcircled{1}$$

$$a = 1 \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } 9 + 2b = 4, b = -\frac{5}{2} \text{ 이다. (참)}$$

$$\text{ㄴ. } f(x) = (x-a)^2 - a^2 \text{ 이므로}$$

$$f(x) \text{의 최솟값은 } f(a) = -a^2 \text{ 이다.}$$

$$g(x) = -(x-2a)^2 + 4a^2 + b \text{ 이므로}$$

$$g(x) \text{의 최댓값은 } g(2a) = 4a^2 + b \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } f(x) \geq -a^2 = f(a) \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{이고 } g(x) \leq 4a^2 + b = g(2a) \cdots \textcircled{2}$$

이다.

$$\textcircled{1} \text{에서 } -f(a) \leq -f(a)$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } g(\beta) \leq g(2a) \text{ 이다.}$$

그러므로

$$f(\beta) - g(\alpha) = g(\beta) - f(\alpha) \leq g(2a) - f(a)$$

이다. (참)

$$\text{ㄷ. } g(\beta) = f(\alpha) + 5a^2 + b \text{에서}$$

$$g(\beta) - f(\alpha) = 5a^2 + b \text{ 이다.}$$

ㄴ에 의해

$$g(\beta) - f(\alpha) = f(\beta) - g(\alpha) \leq g(2a) - f(a) = 5a^2 + b$$

$$\text{이므로 } \beta = 2a \text{ 이고 } \alpha = a \text{ 이다.}$$

$$(\text{나}) \text{에서 } \beta = \alpha + 2 \text{ 이므로 } 2a = a + 2, a = 2 \text{ 이다.}$$

$$\text{ㄱ에서 } \alpha\beta = -\frac{b}{2} \text{ 이므로 } b = -4a^2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } b = -16 \text{ 이다. (참)}$$

## 22. 다항식 계산하기

정답 9

### 정답 해설

$$(x+3)^3 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27 \text{ 이므로}$$

$$x^2 \text{의 계수는 } 9 \text{ 이다.}$$

## 23. 이차방정식의 판별식 이해하기

정답 7

### 정답 해설

$$\text{이차방정식 } x^2 - 2x + a - 6 = 0 \text{이 중근을 가지므로}$$

$$\text{판별식 } D = (-2)^2 - 4(a-6) = 0 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a = 7 \text{ 이다.}$$

## 24. 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기

정답 20

### 정답 해설

$$\text{근과 계수의 관계에 의해 } \alpha + \beta = k, \alpha\beta = 4 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{k}{4} = 5 \text{ 이므로 } k = 20 \text{ 이다.}$$

## 25. 연립이차방정식 이해하기

정답 15

### 정답 해설

$$x = y + 5 \text{ 이므로 } (y+5)^2 - 2y^2 = 50 \text{ 이다.}$$

$$y^2 - 10y + 25 = 0, (y-5)^2 = 0 \text{ 이므로}$$

$$y = 5 \text{ 이고 } x = 10 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \alpha = 10, \beta = 5 \text{ 이므로 } \alpha + \beta = 15 \text{ 이다.}$$

## 26. 삼차방정식의 근 이해하기

정답 10

### 정답 해설

$f(x) = x^3 - x^2 + kx - k$ 라 하면

$f(1) = 1 - 1 + k - k = 0$ 이므로

$x-1$ 은  $f(x)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여  $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -1 & k & -k \\ & & 1 & 0 & k \\ \hline & 1 & 0 & k & 0 \end{array}$$

$f(x) = (x-1)(x^2 + k)$ 이다.

$(x-1)(x^2 + k) = 0$ 에서 실근  $\alpha = 1$ 이고 허근  $3i$ 는  $x^2 + k = 0$ 의 근이다.

$(3i)^2 + k = 0$ 이므로  $k = 9$ 이다.

따라서  $k + \alpha = 9 + 1 = 10$ 이다.

### 다른 풀이

$x^3 - x^2 + kx - k = 0$ 의 허근이  $3i$ 이므로

$(3i)^3 - (3i)^2 + 3ki - k = 0$ ,

$(9 - k) + (3k - 27)i = 0$ 이다.

$9 - k = 0$ ,  $3k - 27 = 0$ 이므로  $k = 9$ 이다.

방정식  $x^3 - x^2 + 9x - 9 = 0$ 을 인수분해하면

$x^2(x-1) + 9(x-1) = 0$ ,  $(x^2 + 9)(x-1) = 0$

이므로 방정식의 실근은 1이다.

따라서  $\alpha = 1$ 이므로  $k + \alpha = 9 + 1 = 10$ 이다.

## 27. 복소수의 성질을 이용하여 문제 해결하기

정답 12

### 정답 해설

$\bar{z} = \frac{z^2}{4i}$ 에서  $4i\bar{z} = z^2$ 이다.

$z = a + 2i$ 이면  $\bar{z} = a - 2i$ 이므로

$4i\bar{z} = z^2$ 에 대입하면

$4i(a - 2i) = (a + 2i)^2$ ,  $4ai + 8 = a^2 + 4ai - 4$ 이다.

따라서  $a^2 - 12 = 0$ 이므로  $a^2 = 12$ 이다.

## 28. 인수정리를 이용하여 다항식 추론하기

정답 24

### 정답 해설

(가)에서  $Q(x) = -2P(x)$ 이므로

$P(x)Q(x) = -2\{P(x)\}^2$ 이다.

(나)에 의해

$-2\{P(x)\}^2$ 을  $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의

몫을  $A(x)$ 라 하면

$-2\{P(x)\}^2 = (x^2 - 3x + 2)A(x)$ 이고

$\{P(x)\}^2 = (x-1)(x-2)\left\{-\frac{1}{2}A(x)\right\}$ 이다.

$P(x)$ 는 이차다항식이고

$\{P(x)\}^2$ 이  $x-1$ 과  $x-2$ 를 인수로 가지므로

$P(x)$ 도  $x-1$ 과  $x-2$ 를 인수로 가진다.

그러므로  $P(x) = a(x-1)(x-2)$ ,

$Q(x) = -2a(x-1)(x-2)$  ( $a \neq 0$ 인 실수)라 하자.

$P(0) = 2a = -4$ 에서  $a = -2$ 이므로

$P(x) = -2(x-1)(x-2)$ ,  $Q(x) = 4(x-1)(x-2)$

이다.

따라서  $Q(4) = 4 \times 3 \times 2 = 24$ 이다.

## 29. 이차함수의 최대, 최소 추론하기

정답 11

### 정답 해설

$f(0) = f(4)$ 이므로 이차함수  $f(x)$ 의 대칭축은

$x = 2$ 이다.

$f(x) = a(x-2)^2 + b$  ( $a, b$ 는 상수,  $a \neq 0$ )이라 하자.

이차함수  $f(x)$ 의 대칭축이  $x = 2$ 이므로

$f(-1) \neq f(4)$ 이다.

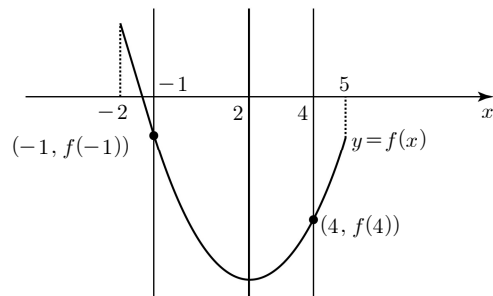
따라서  $f(-1) + |f(4)| = 0$ 에서

$f(-1) = f(4) = 0$ 은 성립하지 않으므로

$f(-1) = -|f(4)| < 0$ 이고  $|f(-1)| = |f(4)| \cdots ①$

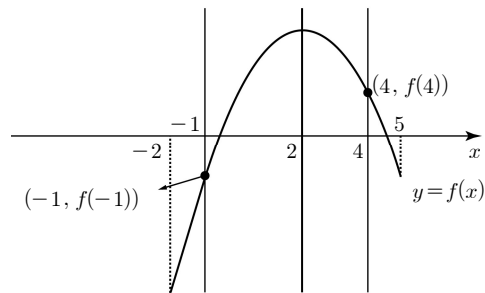
이다.

(i)  $a > 0$ 인 경우



$f(4) < f(-1) < 0$ 이 되어 ①을 만족시키지 않는다.

(ii)  $a < 0$ 인 경우



①에서  $f(-1) < 0$ 이므로  $f(4) > 0$ 이다.

그러므로  $f(-1) + |f(4)| = 0$ 에서

$f(-1) + f(4) = 13a + 2b = 0 \cdots ②$

이다.

$a < 0$ 이므로  $-2 \leq x \leq 5$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값은

$f(-2) = 16a + b = -19 \cdots ③$

이다.

②와 ③을 연립하면  $a = -2$ ,  $b = 13$ 이다.

따라서  $f(x) = -2(x-2)^2 + 13$ 이므로

$f(3) = 11$ 이다.

### 30. 이차부등식을 이용하여 문제 해결하기

정답 6

#### 정답 해설

$\beta - \alpha$ 가 자연수가 되기 위해서는  $\alpha$ ,  $\beta$ 가 모두 정수이거나  $\alpha$ ,  $\beta$ 가 각각 정수가 아닌 실수이어야 한다.

$\alpha \leq x \leq \beta$ 인 정수  $x$ 의 개수가 3이 되기 위해서

$\alpha$ ,  $\beta$ 가 모두 정수인 경우에는  $\beta - \alpha = 2$ ,

$\alpha$ ,  $\beta$ 가 각각 정수가 아닌 실수인 경우에는

$\beta - \alpha = 3$ 이어야 한다.

(1)  $\frac{1}{2}a^2 - a > \frac{3}{2}a$ 인 경우

$a^2 - 5a > 0$ 이므로  $a < 0$  또는  $a > 5$ 이다.

이차부등식  $(2x - a^2 + 2a)(2x - 3a) \leq 0$ 의 해는

$\frac{3}{2}a \leq x \leq \frac{1}{2}a^2 - a$ 이다.

(i)  $\alpha$ ,  $\beta$ 가 모두 정수인 경우

$$\beta - \alpha = \left(\frac{1}{2}a^2 - a\right) - \frac{3}{2}a = \frac{1}{2}a^2 - \frac{5}{2}a = 2 \text{이므로}$$

$$a^2 - 5a - 4 = 0 \text{에서 } a = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \text{이다.}$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \text{이면 } \beta \text{와 } \alpha \text{가 각각 정수가}$$

아니므로 구하고자 하는  $a$ 는 없다.

(ii)  $\alpha$ ,  $\beta$ 가 각각 정수가 아닌 실수인 경우

$$\beta - \alpha = \left(\frac{1}{2}a^2 - a\right) - \frac{3}{2}a = \frac{1}{2}a^2 - \frac{5}{2}a = 3 \text{이므로}$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0 \text{에서 } a = -1 \text{ 또는 } a = 6 \text{이다.}$$

$a = -1$ 이면  $\beta$ 와  $\alpha$ 가 각각 정수가 아닌 실수이다.

$a = 6$ 이면  $\beta$ 와  $\alpha$ 가 모두 정수이므로 조건을

만족하지 않는다.

따라서  $a = -1$ 이다.

(2)  $\frac{1}{2}a^2 - a < \frac{3}{2}a$ 인 경우

$a^2 - 5a < 0$ 이므로  $0 < a < 5$ 이다.

이차부등식  $(2x - a^2 + 2a)(2x - 3a) \leq 0$ 의 해는

$\frac{1}{2}a^2 - a \leq x \leq \frac{3}{2}a$ 이다.

(i)  $\alpha$ ,  $\beta$ 가 모두 정수인 경우

$$\beta - \alpha = \frac{3}{2}a - \left(\frac{1}{2}a^2 - a\right) = -\frac{1}{2}a^2 + \frac{5}{2}a = 2$$

이므로

$$a^2 - 5a + 4 = 0 \text{에서 } a = 1 \text{ 또는 } a = 4 \text{이다.}$$

$a = 1$ 이면  $\beta$ 와  $\alpha$ 가 각각 정수가 아니므로

조건을 만족하지 않는다.

$a = 4$ 이면  $\beta$ 와  $\alpha$ 가 모두 정수이다.

따라서  $a = 4$ 이다.

(ii)  $\alpha$ ,  $\beta$ 가 각각 정수가 아닌 실수인 경우

$$\beta - \alpha = \frac{3}{2}a - \left(\frac{1}{2}a^2 - a\right) = -\frac{1}{2}a^2 + \frac{5}{2}a = 3$$

이므로

$$a^2 - 5a + 6 = 0 \text{에서 } a = 2 \text{ 또는 } a = 3 \text{이다.}$$

$a = 2$ 이면  $\beta$ 와  $\alpha$ 가 모두 정수이므로 조건을

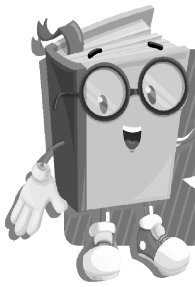
만족하지 않는다.

$a = 3$ 이면  $\beta$ 와  $\alpha$ 가 각각 정수가 아닌 실수이다.

따라서  $a = 3$ 이다.

그러므로 (1), (2)에 의해 조건을 만족시키는

모든 실수  $a$ 의 값의 합은  $-1 + 4 + 3 = 6$ 이다.



• 정답

본문 p. 75

1 ③	2 ④	3 ④	4 ②	5 ③
6 ①	7 ①	8 ③	9 ②	10 ⑤
11 ②	12 ⑤	13 ⑤	14 ②	15 ①
16 ③	17 ④	18 ⑤	19 ②	20 ①
21 ⑤	22 12	23 5	24 7	25 27
26 40	27 11	28 60	29 16	30 146

## 1. 복소수 계산하기

정답 ③

정답 해설

$$\begin{aligned} (3+i)-2i \\ = 3+(1-2)i \\ = 3-i \end{aligned}$$

## 2. 다항식 계산하기

정답 ④

정답 해설

$$(2x+3y)(4x-y)=8x^2+10xy-3y^2 \text{ 에서 } xy \text{ 의 계수는 } 10 \text{ 이다.}$$

## 3. 이차부등식 계산하기

정답 ④

정답 해설

$$\begin{aligned} x^2-6x+5 &= (x-1)(x-5) \leq 0 \\ \text{이므로 해는} \\ 1 \leq x \leq 5 \\ \text{이다. 그러므로 } \alpha &= 1, \beta = 5 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } \beta - \alpha &= 5 - 1 = 4 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

## 4. 항등식의 성질 이해하기

정답 ②

정답 해설

$$\begin{aligned} \text{등식} \\ x^3-x^2+x+3 &= (x-1)(x^2+1)+a \\ \text{가 } x \text{ 에 대한 항등식이므로 } x \text{ 에 어떤 값을 대입하여도 항상 참이 되} \\ \text{여야 한다. } x=1 \text{ 을 대입하면} \\ 1-1+1+3 &= a \\ \text{이다. 따라서 } a &= 4 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

다른 풀이

등식의 우변을 정리하면

$$x^3-x^2+x+3=x^3-x^2+x-1+a$$

이다. 항등식의 성질을 이용하여 양변의 동류항을 비교하면

$$3 = -1 + a$$

이다. 따라서  $a = 4$  이다.

## 5. 조립제법 이해하기

정답 ③

정답 해설

$$\begin{array}{r|rrrr} a & 2 & 0 & 3 & 4 \\ & & 2a & \boxed{\phantom{00}} & \boxed{\phantom{00}} \\ \hline & 2 & 2a & \boxed{\phantom{00}} & b \end{array}$$

에서  $2a = 2$  이므로  $a = 1$  이다.

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 0 & 3 & 4 \\ & & 2 & 2 & 5 \\ \hline & 2 & 2 & 5 & 9 \end{array}$$

이므로  $b = 9$  이다. 따라서  $a+b = 1+9 = 10$  이다.

## 6. 인수분해 이해하기

정답 ①

정답 해설

$$x(x+2)+a=x^2+2x+a$$

이고

$$(x+b)^2=x^2+2bx+b^2$$

이므로  $x^2+2x+a=x^2+2bx+b^2$  에서

$2=2b$ ,  $a=b^2$  이다. 그러므로  $a=1$ ,  $b=1$  이다.

따라서  $ab=1$  이다.

## 7. 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

정답 ①

정답 해설

$|x-a| < 2$  를 풀면  $-2+a < x < 2+a$  이다.

$a$  가 자연수이므로 부등식을 만족하는 정수  $x$  는

$$-1+a, a, 1+a$$

이다. 모든 정수  $x$  의 값의 합이

$$(-1+a)+a+(1+a)=3a$$

이므로  $3a=33$  이다. 따라서  $a=11$  이다.



### 8. 삼차방정식 이해하기

정답 ③

#### 정답 해설

$ax^3+x^2+x-3=0$ 의 한 근이 1이므로

$$a+1+1-3=0$$

이고  $a=1$ 이다. 그러므로 주어진 방정식은

$$x^3+x^2+x-3=0$$

이다. 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & 1 & -3 \\ & & 1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$x^3+x^2+x-3=(x-1)(x^2+2x+3)$$

이다. 그러므로 삼차방정식  $x^3+x^2+x-3=0$ 의

나머지 두 근은 이차방정식

$$x^2+2x+3=0$$

의 두 근과 같다. 따라서 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면

두 근의 곱  $\alpha\beta=3$ 이다.

### 9. 이차방정식과 이차함수의 관계를 이용하여 문제 해결하기

정답 ②

#### 정답 해설

이차함수  $y=x^2-5x+k$ 의 그래프가  $x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면 이차방정식  $x^2-5x+k=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 한다.

그러므로 이차방정식의 판별식  $D>0$ 이어야 하므로

$$D=(-5)^2-4k=25-4k>0$$

에서  $k<\frac{25}{4}=6.25$ 이다. 따라서 자연수  $k$ 의 최댓값은 6이다.

### 10. 연립이차방정식을 이용하여 도형 문제 해결하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

연립이차방정식

$$\begin{cases} r+2h=8 \\ r^2-2h^2=8 \end{cases}$$

에서  $(8-2h)^2-2h^2=8$ 이고  $h^2-16h+28=0$ 이므로

$$h=2 \text{ 또는 } h=14$$

이다.  $h=2$ 일 때,  $r=4$ 이고  $h=14$ 일 때,  $r=-20$ 이다.

그러므로  $r=4, h=2$ 이다.

따라서 이 용기의 부피는  $32\pi$ 이다.

### 11. 연립이차방정식을 이용하여 문제 해결하기

정답 ②

#### 정답 해설

두 연립방정식

$$\begin{cases} 3x+y=a \\ 2x+2y=1 \end{cases}, \begin{cases} x^2-y^2=-1 \\ x-y=b \end{cases}$$

의 일치하는 해는 연립방정식

$$\begin{cases} x^2-y^2=-1 \\ 2x+2y=1 \end{cases}$$

의 해와 같다. 연립방정식

$$\begin{cases} x^2-y^2=-1 \\ 2x+2y=1 \end{cases}$$

을 풀면

$$x=-\frac{3}{4}, y=\frac{5}{4}$$

이다. 그러므로  $3x+y=a$ 에

$$x=-\frac{3}{4}, y=\frac{5}{4}$$

를 대입하면

$$a=-1$$

이다. 또한  $x-y=b$ 에  $x=-\frac{3}{4}, y=\frac{5}{4}$ 를 대입하면

$$b=-2$$

이다. 따라서  $ab=2$ 이다.

### 12. 나머지정리를 이용하여 다항식의 나눗셈 문제 해결하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

다항식  $2x^3+x^2+x-1$ 을 일차식  $x-a$ 로 나누었을 때 몫은  $Q(x)$ , 나머지는 3이므로

$$2x^3+x^2+x-1=(x-a)Q(x)+3$$

이다. 나머지정리에 의해 양변에  $x=a$ 를 대입하면

$$2a^3+a^2+a-1=3$$

이므로  $2a^3+a^2+a-4=0$ 이고  $(a-1)(2a^2+3a+4)=0$ 이다.

$2a^2+3a+4=0$ 이 실근을 갖지 않으므로  $a=1$ 이다.

$2x^3+x^2+x-1=(x-1)Q(x)+3$ 에서 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 1 & 1 & -1 \\ & & 2 & 3 & 4 \\ \hline & 2 & 3 & 4 & 3 \end{array}$$

$$2x^3+x^2+x-1=(x-1)(2x^2+3x+4)+3$$

이다. 따라서  $Q(x)=2x^2+3x+4$ 이고,

$Q(a)=Q(1)=9$ 이다.

### 13. 복소수의 연산을 이용하여 문제 해결하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

$$\frac{z}{z} = \frac{a+bi}{a-bi} = \frac{(a+bi)^2}{(a-bi)(a+bi)} = \frac{a^2-b^2+2abi}{a^2+b^2}$$

이므로  $\frac{z}{z}$ 의 실수부분이 0이 되기 위해서는

$$a^2-b^2=0$$

이어야 한다.  $a, b$ 가 자연수이므로  $a=b$ 이다.

$a, b$ 가 5이하의 자연수이므로

$z = 1+i, 2+2i, 3+3i, 4+4i, 5+5i$ 이다. 따라서 조건을 만족하는 모든 복소수  $z$ 의 개수는 5이다.

#### 14. 인수정리를 이용하여 삼차방정식 문제해결하기

정답 ②

##### 정답 해설

삼차방정식  $x^3 + 2x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 세 근이  $\alpha, \beta, \gamma$ 이므로

$$x^3 + 2x^2 - 3x + 4 = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

이다.

이때  $(3+\alpha)(3+\beta)(3+\gamma)$ 의 값은 양변에  $x = -3$ 을

대입한 다음  $-1$ 을 곱해준 것과 같으므로

$$\begin{aligned} & -(-3-\alpha)(-3-\beta)(-3-\gamma) \\ &= -\{(-3)^3 + 2 \times (-3)^2 - 3 \times (-3) + 4\} \\ &= -4 \end{aligned}$$

따라서  $(3+\alpha)(3+\beta)(3+\gamma) = -4$ 이다.

#### 15. 인수분해 이해하기

정답 ①

##### 정답 해설

$a = 2018, b = 3$ 이라 하면

$$2018 \times 2021 + 9 = a(a+b) + b^2 = a^2 + ab + b^2$$

이고

$$2018^3 - 27 = a^3 - b^3$$

이다. 인수분해 공식  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ 을 이용하면

$$\begin{aligned} 2018^3 - 27 &= a^3 - b^3 \\ &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\ &= 2015 \times (2018 \times 2021 + 9) \end{aligned}$$

따라서 몫은 2015이다.

#### 16. 복소수의 성질을 이용하여 이차함수의 최대, 최소 이해하기

정답 ③

##### 정답 해설

$$z^2 = (a+2bi)^2 = (a^2 - 4b^2) + 4abi$$

$$(\bar{z})^2 = (a-2bi)^2 = (a^2 - 4b^2) - 4abi$$

이다.  $z^2 + (\bar{z})^2 = 2(a^2 - 4b^2) = 0$ 이므로  $a^2 = 4b^2$ 이다.

$$6a + 12b^2 + 11 = 3a^2 + 6a + 11 = 3(a+1)^2 + 8$$

이므로  $a = -1$ 일 때,  $6a + 12b^2 + 11$ 의 최솟값은 8이다.

#### 17. 다항식을 이용하여 통합 교과적 문제 해결하기

정답 ④

##### 정답 해설

실린더 A에 담긴 액체의 높이를  $h_A$ , 실린더 B에

담긴 액체의 높이를  $h_B$ , 실린더 A에 담긴 액체의 밀도를  $\rho_A$ , 실린

더 B에 담긴 액체의 밀도를  $\rho_B$ 라 하면, 실린더 A에 담긴 액체의 높이가 실린더 B에 담긴 액체의 높이의 15배이므로

$$h_A = 15h_B$$

이고 실린더 A에 담긴 액체의 밀도는 실린더 B에 담긴 액체의 밀도의  $\frac{3}{5}$ 배이므로

$$\rho_A = \frac{3}{5}\rho_B$$

이다. 따라서

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\rho_A g h_A}{\rho_B g h_B} = \frac{\left(\frac{3}{5}\rho_B\right)g(15h_B)}{\rho_B g h_B} = 9$$

이다.

#### 18. 이차함수의 성질 추론하기

정답 ⑤

##### 정답 해설

$y = x^2$ 의 꼭짓점은  $(0, 0)$ 이고,  $y = x^2$ 의 그래프를

$x$ 축의 방향으로  $n$ ( $n$ 은 자연수)만큼,  $y$ 축의 방향으로 3만큼 평행 이동한 그래프를 나타낸 함수  $y = f(x)$ 의 꼭짓점은  $(n, 3)$ 이다. 그러므로 함수

$$f(x) = (x-n)^2 + 3$$

이다.

ㄱ.  $f(x) = (x-n)^2 + 3$ 이므로 함수  $f(x)$ 의 최솟값은 3이다. (참)

ㄴ.  $n = 3$ 일 때,  $f(x) = (x-3)^2 + 3$ 이므로

$$(x-3)^2 + 3 = 10$$

$$x^2 - 6x + 2 = 0$$

이므로 근과 계수의 관계에 의해 서로 다른 두 실근의 합은 6이다. (참)

##### 다른 풀이

$n = 3$ 일 때,  $f(x) = (x-3)^2 + 3$ 이므로  $y = f(x)$ 의

대칭축은  $x = 3$ 이다. 따라서 방정식  $f(x) = 10$ 의 서로 다른 두 실근의 합은 6이다.

$$\text{ㄷ. } (x-n)^2 + 3 = x - \frac{3n-4}{2}$$

$$x^2 - (2n+1)x + n^2 + \frac{3}{2}n + 1 = 0$$

에서  $x^2 - (2n+1)x + n^2 + \frac{3}{2}n + 1 = 0$ 의 판별식

$$D = (2n+1)^2 - 4\left(n^2 + \frac{3}{2}n + 1\right) = -2n - 3$$

이고  $n$ 이 자연수이므로  $D < 0$ 이다. 그러므로

이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = x - \frac{3n-4}{2}$ 는 만나지 않는다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

**19. 연립이차방정식을 이용하여 도형 문제 추론하기**

정답 ②

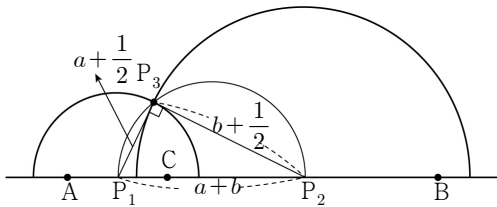
정답 해설

$$\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB} \text{ 이므로}$$

$$6 = 2a + 2b, \quad a + b = 3$$

이다. 두 반원  $O_1$ 과  $O_2$ 의 교점을  $P_3$ 이라 하자.

그림과 같이 반원에 대한 원주각은  $90^\circ$  이므로 삼각형  $P_1P_2P_3$ 은 직각삼각형이다.



$$(a+b)^2 = \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{2}\right)^2 \text{ 에서}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + a + \frac{1}{4} + b^2 + b + \frac{1}{4}$$

$$2ab = a + b + \frac{1}{2}$$

이므로  $ab = \frac{7}{4}$  이다.

**20. 삼차방정식과 도형과의 관계 추론하기**

정답 ①

정답 해설

삼차방정식  $2x^3 - 5x^2 + (k+3)x - k = 0$  에서

$$(x-1)\left(\boxed{2x^2-3x} + k\right) = 0$$

이므로 삼차방정식  $2x^3 - 5x^2 + (k+3)x - k = 0$  의 서로 다른 세 실근은 1과 이차방정식  $\boxed{2x^2-3x} + k = 0$  의 두 근이다. 이차방정식  $\boxed{2x^2-3x} + k = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ ) 라 하자. 1,  $\alpha, \beta$  가 직각삼각형의 세 변의 길이가 되는 경우는 다음과 같이 2가지로 나눌 수 있다.

(i) 빗변의 길이가 1인 경우

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 \text{ 이므로 } (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 \text{ 이다.}$$

이차방정식  $2x^2 - 3x + k = 0$  의 두 근이  $\alpha, \beta$  이므로 근과 계수의 관계에서  $\alpha + \beta = \frac{3}{2}, \quad \alpha\beta = \frac{k}{2}$  이다.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{k}{2} = 1$$

$$\text{이므로 } k = \boxed{\frac{5}{4}} \text{ 이다.}$$

그런데  $\boxed{2x^2-3x} + \frac{5}{4} = 0$  에서 판별식  $D < 0$  이므로  $\alpha, \beta$

는 실수가 아니다. 따라서 1,  $\alpha, \beta$  가 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없다.

(ii) 빗변의 길이가  $\alpha$  인 경우

$$1 + \beta^2 = \alpha^2 \text{ 이므로 } (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = 1 \text{ 이다.}$$

$$\alpha + \beta = \frac{3}{2}, \quad \alpha\beta = \frac{k}{2} \text{ 에서 } \alpha - \beta = \frac{2}{3} \text{ 이고,}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{k}{2}$$

$$\text{이므로 } k = \boxed{\frac{65}{72}} \text{ 이다. 이때 } \alpha = \frac{13}{12}, \quad \beta = \frac{5}{12} \text{ 이므로 } 1, \alpha,$$

$\beta$  는 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있다.

$$\text{따라서 (i)과 (ii)에 의하여 } k = \boxed{\frac{65}{72}} \text{ 이다.}$$

$$\text{그러므로 } f(x) = 2x^2 - 3x, \quad p = \frac{5}{4}, \quad q = \frac{65}{72} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } f(3) \times \frac{q}{p} = 9 \times \frac{\frac{65}{72}}{\frac{5}{4}} = \frac{13}{2} \text{ 이다.}$$

**21. 곱셈공식을 이용하여 문제 해결하기**

정답 ⑤

정답 해설

$$\{P(x)\}^3 + \{Q(x)\}^3 = 12x^4 + 24x^3 + 12x^2 + 16 \text{ 에서}$$

$$\begin{aligned} \{P(x) + Q(x)\}^3 - 3P(x)Q(x)\{P(x) + Q(x)\} \\ = 12x^4 + 24x^3 + 12x^2 + 16 \end{aligned}$$

$$P(x) + Q(x) = 4 \text{ 이므로}$$

$$64 - 12P(x)Q(x) = 12x^4 + 24x^3 + 12x^2 + 16$$

$$-12P(x)Q(x) = 12x^4 + 24x^3 + 12x^2 - 48$$

$$-P(x)Q(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 - 4$$

$$= (x-1)(x+2)(x^2+x+2)$$

$$= (x^2+x-2)(x^2+x+2)$$

$P(x) + Q(x) = 4$  이고  $P(x)$  의 최고차항의 계수가 음수이므로 조건(가), (나)를 만족시키는 두 이차다항식

$P(x), Q(x)$  는

$$P(x) = -x^2 - x + 2, \quad Q(x) = x^2 + x + 2$$

이다. 따라서  $P(2) + Q(3) = 10$  이다.

다른 풀이

$$P(x) = ax^2 + bx + c \quad (a < 0)$$

$$Q(x) = 4 - (ax^2 + bx + c)$$

라 하자.

$$\{P(x)\}^3 + \{Q(x)\}^3$$

$$= (ax^2 + bx + c)^3 + 64 - 48(ax^2 + bx + c)$$

$$+ 12(ax^2 + bx + c)^2 - (ax^2 + bx + c)^3$$

$$= 12a^2x^4 + 24abx^3 + (12b^2 + 24ac - 48a)x^2 +$$

$$(24bc - 48b)x + (12c^2 - 48c + 64)$$

$$= 12x^4 + 24x^3 + 12x^2 + 16$$

에서  $12a^2 = 12$  이므로  $a = -1$  ( $\because a < 0$ ) 이다.

$24ab = 24$  에서  $b = -1$  이다.  $12b^2 + 24ac - 48a = 12$  에서  $c = 2$

이다.

$b = -1$ ,  $c = 2$ 를  $24bc - 48b = 0$ ,  $12c^2 - 48c + 64 = 16$ 에 대입하면 등식이 성립하므로

$$P(x) = -x^2 - x + 2$$

$$Q(x) = 4 - (-x^2 - x + 2) = x^2 + x + 2$$

이다. 따라서  $P(2) + Q(3) = -4 + 14 = 10$ 이다.

## 22. 다항식 계산하기

정답 12

정답 해설

$$\begin{aligned} x^2y + xy^2 \\ &= xy(x+y) \\ &= 2 \times 6 \\ &= 12 \end{aligned}$$

## 23. 이차방정식 계산하기

정답 5

정답 해설

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$3 + 4 = -a, \quad 3 \times 4 = b$$

이므로  $a + b = -7 + 12 = 5$ 이다.

다른 풀이

이차방정식  $x^2 + ax + b$ 의 두 근이 3, 4이므로

$$3^2 + 3a + b = 0, \quad 4^2 + 4a + b = 0$$

이다. 연립방정식

$$\begin{cases} 3a + b = -9 \\ 4a + b = -16 \end{cases}$$

에서  $a = -7$ ,  $b = 12$ 이다.

따라서  $a + b = -7 + 12 = 5$ 이다.

## 24. 연립부등식 이해하기

정답 7

정답 해설

부등식  $x - 1 \geq 2$ 의 해는

$$x \geq 3$$

이고

$x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4) \leq 0$ 의 해는

$$2 \leq x \leq 4$$

이다. 그러므로 주어진 연립부등식의 해는

$$3 \leq x \leq 4$$

이다. 따라서  $\alpha = 3$ ,  $\beta = 4$ 이므로  $\alpha + \beta = 7$ 이다.

## 25. 이차방정식의 근의 성질 이해하기

정답 27

정답 해설

이차방정식  $2x^2 + 6x - 9 = 0$ 의 두 근이  $\alpha$ ,  $\beta$ 이므로

$$2\alpha^2 + 6\alpha - 9 = 0, \quad 2\beta^2 + 6\beta - 9 = 0$$

이다.

$$\begin{aligned} 2(2\alpha^2 + \beta^2) + 6(2\alpha + \beta) \\ &= 4\alpha^2 + 2\beta^2 + 12\alpha + 6\beta \\ &= 2(2\alpha^2 + 6\alpha) + (2\beta^2 + 6\beta) \\ &= 2 \times 9 + 9 \\ &= 27 \end{aligned}$$

## 26. 인수정리를 이용하여 다항식의 나눗셈 문제 해결하기

정답 40

정답 해설

$$x^4 + ax + b = (x-2)^2 Q(x)$$

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 2 & 1 & 0 & 0 & a & b \\ & & 2 & 4 & 8 & 2a+16 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & a+8 & b+2a+16 \end{array}$$

$x^4 + ax + b$ 는  $x-2$ 로 나누어떨어지므로

$$b + 2a + 16 = 0$$

이고  $(x-2)Q(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + a + 8$ 이다.

$x^3 + 2x^2 + 4x + a + 8$ 을  $x-2$ 로 나누면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 2 & 4 & a+8 \\ & & 2 & 8 & 24 \\ \hline & 1 & 4 & 12 & a+32 \end{array}$$

$x^3 + 2x^2 + 4x + a + 8$ 은  $x-2$ 로 나누어떨어지므로

$$a + 32 = 0$$

이고

$$x^4 + ax + b = (x-2)^2(x^2 + 4x + 12)$$

이다. 그러므로  $Q(x) = x^2 + 4x + 12$ 이다.

따라서  $a = -32$ ,  $b = 48$ ,  $Q(2) = 4 + 8 + 12 = 24$ 이고

$a + b + Q(2) = 40$ 이다.

## 27. 이차함수 추론하기

정답 11

정답 해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + ax - (b-7)^2 \\ &= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - (b-7)^2 \end{aligned}$$

이고  $f(x)$ 는  $x = -1$ 에서 최솟값을 가지므로

$$-\frac{a}{2} = -1 \text{에서 } a = 2 \text{이다.}$$

이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = cx$ 가 한 점에서 만나므로  $x$ 에 대한 방정식

$$f(x) - cx = 0$$

$$x^2 + ax - (b-7)^2 - cx = 0$$

$$x^2 + (a-c)x - (b-7)^2 = 0$$

이 중근을 가지고 판별식

$$D=(a-c)^2+4(b-7)^2=0$$

이다.  $(a-c)^2 \geq 0$ ,  $4(b-7)^2 \geq 0$  이므로

$$(a-c)^2=0, 4(b-7)^2=0$$

이다. 따라서  $a=c=2$ ,  $b=7$  이고  $a+b+c=11$  이다.

## 28. 연립이차방정식을 이용하여 도형 문제 해결하기

정답 60

### 정답 해설

남아 있는 입체도형의 겉넓이  $S$  는

$$\begin{aligned} S &= 6a^2 - 2\pi b^2 + 2\pi ab \\ &= 6a^2 + 2\pi(ab - b^2) \\ &= 216 + 16\pi \end{aligned}$$

이고  $a$ ,  $b$ 가 유리수이므로

$$6a^2 = 216, ab - b^2 = 8$$

이다. 그러므로  $a=6$  이고  $b^2 - 6b + 8 = 0$  에서

$$b=2 \text{ 또는 } b=4$$

이다.  $a > 2b$  이므로  $b=2$  이다.

따라서  $15(a-b) = 60$  이다.

## 29. 곱셈공식을 이용하여 문제 해결하기

정답 16

### 정답 해설

$P(x)+x$  가 이차다항식이므로

$$(x-a)(x+a)(x^2+5)+9$$

도 이차다항식의 완전제곱식이여야 한다.

$$\begin{aligned} &(x-a)(x+a)(x^2+5)+9 \\ &= (x^2-a^2)(x^2+5)+9 \\ &= x^4 + (5-a^2)x^2 - 5a^2 + 9 \\ &= x^4 + (5-a^2)x^2 + \frac{(5-a^2)^2}{4} - \frac{(5-a^2)^2}{4} - 5a^2 + 9 \\ &= \left\{ x^4 + (5-a^2)x^2 + \frac{(5-a^2)^2}{4} \right\} - \frac{(5-a^2)^2 - 4(-5a^2+9)}{4} \\ &= \left( x^2 + \frac{5-a^2}{2} \right)^2 - \frac{(5-a^2)^2 - 4(-5a^2+9)}{4} \end{aligned}$$

에서

$$\begin{aligned} (5-a^2)^2 - 4(-5a^2+9) &= 0 \\ a^4 + 10a^2 - 11 &= 0 \\ (a^2+11)(a^2-1) &= 0 \end{aligned}$$

이고  $a=1$  ( $\because a > 0$ )이다.

$\{P(x)+x\}^2 = (x^2+2)^2$  에서

$$P(x) = x^2 - x + 2 \text{ 또는 } P(x) = -x^2 - x - 2$$

이고 이차항의 계수가 음수이므로

$$P(x) = -x^2 - x - 2$$

이다. 따라서  $\{P(a)\}^2 = \{P(1)\}^2 = 16$  이다.

### 다른 풀이

$$\begin{aligned} \{P(x)+x\}^2 &= (x^2-a^2)(x^2+5)+9 \\ &= x^4 + (5-a^2)x^2 - 5a^2 + 9 \end{aligned}$$

이고  $P(x)$  의 최고차항의 계수가 음수이므로

$$P(x)+x = -x^2 + px + q$$

라 하자.

$$\begin{aligned} (-x^2 + px + q)^2 &= x^4 - 2px^3 + (p^2 - 2q)x^2 + 2pqx + q^2 \\ &= x^4 + (5-a^2)x^2 - 5a^2 + 9 \end{aligned}$$

에서

$$\begin{aligned} -2p &= 0 \\ p^2 - 2q &= 5 - a^2 \\ 2pq &= 0 \\ q^2 &= -5a^2 + 9 \end{aligned}$$

이므로  $p=0$  이고  $a^2 = 2q+5$  이다.

$$q^2 + 10q + 16 = 0$$

$$(q+8)(q+2) = 0$$

$$q = -8 \text{ 또는 } q = -2$$

$q = -8$  이면  $a^2 = -11 < 0$  이므로 모순이다.

그러므로  $q = -2$  이다.  $a^2 = 2q+5$  에  $q = -2$  를 대입하면  $a$  가 양수이므로  $a=1$  이다.

그러므로  $P(x)+x = -x^2 - 2$  즉,  $P(x) = -x^2 - x - 2$  이다. 따라서  $\{P(a)\}^2 = \{P(1)\}^2 = 16$  이다.

## 30. 인수정리를 이용하여 다항식 추론하기

정답 146

### 정답 해설

다항식  $P(x)$  가 일차식  $x-a$  를 인수로 가지므로  
조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} a & 1 & 0 & -290 & 0 & b \\ & & a & a^2 & a^3 - 290a & a^4 - 290a^2 \\ \hline & 1 & a & a^2 - 290 & a^3 - 290a & b + a^4 - 290a^2 \end{array}$$

에서 몫은  $x^3 + ax^2 + (a^2 - 290)x + a^3 - 290a$  이고 나머지  $b + a^4 - 290a^2 = 0$  이다. 따라서  $b = a^2(290 - a^2)$  이고  $b$  가 자연수  
이므로  $290 - a^2 > 0$  에서 이를 만족하는  $a$  의 값은

$$1, 2, 3, \dots, 17$$

이다. 몫  $x^3 + ax^2 + (a^2 - 290)x + a^3 - 290a$  가  $x+a$  를  
인수로 가지므로 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -a & 1 & a & a^2 - 290 & a^3 - 290a \\ & & -a & 0 & -a^3 + 290a \\ \hline & 1 & 0 & a^2 - 290 & 0 \end{array}$$

이고 다항식  $P(x)$  는

$$x^4 - 290x^2 + b = (x-a)(x+a)(x^2 + a^2 - 290)$$

으로 인수분해된다.

조건에 의해  $x^2 + a^2 - 290$  이 계수와 상수항이  
모두 정수인 서로 다른 두 개의 일차식의 곱으로  
인수분해되는 경우는 제외한다.

$$x^2 + a^2 - 290 = x^2 - (290 - a^2)$$

이 계수와 상수항이 모두 정수인 서로 다른 두 개의 일차식의 곱으로 인수분해되는 경우는  $290 - a^2$ 이 제곱수인 경우이다.

$$290 = 1^2 + 17^2 = 11^2 + 13^2$$

이므로  $290 - a^2$ 이 제곱수가 되는 자연수  $a$ 는  $a = 1, a = 11, a = 13, a = 17$  인 경우이다.

그러므로 조건을 만족하는 자연수  $a$ 의 값의 개수는

$17 - 4 = 13$ 이므로 모든 다항식  $P(x)$ 의 개수는 13이다.

$b = a^2(290 - a^2) = -(a^2 - 145)^2 + 145^2$ 이고  $a$ 가 자연수이므로

$b$ 의 최댓값은  $a = 12$ 일 때

$$12^2 \times (290 - 12^2)$$

이다. 그러므로  $p = 13$ 이고  $q = 12^2 \times (290 - 12^2)$ 이다.

따라서  $\frac{q}{(p-1)^2} = \frac{12^2 \times (290 - 12^2)}{(13-1)^2} = 146$ 이다.

#### 다른 풀이

다항식  $P(x)$ 가 일차식  $x - a$ 를 인수로 가지므로

$P(a) = a^4 - 290a^2 + b = 0$ 을 만족한다.

$$b = -a^4 + 290a^2, \quad b = a^2(290 - a^2)$$

에서  $b$ 가 자연수이므로 이를 만족하는  $a$ 의 값은

$$1, 2, 3, \dots, 17$$

이고

$$\begin{aligned} P(x) &= x^4 - 290x^2 + b \\ &= x^4 - 290x^2 + a^2(290 - a^2) \\ &= (x^2 - a^2)(x^2 - 290 + a^2) \end{aligned}$$

이다.

$$a = 1 \text{ 이면 } b = 1^2 \times (290 - 1^2) = 289$$

$P(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 289) = (x+1)(x-1)(x+17)(x-17)$  으로 인수분해된다.

$$a = 2 \text{ 이면 } b = 2^2 \times (290 - 2^2) = 1144$$

$$P(x) = (x^2 - 2^2)(x^2 - 286) = (x+2)(x-2)(x^2 - 286)$$

으로 인수분해된다.

$$a = 3 \text{ 이면 } b = 3^2 \times (290 - 3^2) = 2529$$

$$P(x) = (x^2 - 3^2)(x^2 - 281) = (x+3)(x-3)(x^2 - 281)$$

으로 인수분해된다.

$$a = 4 \text{ 이면 } b = 4^2 \times (290 - 4^2) = 4384$$

$$P(x) = (x^2 - 4^2)(x^2 - 274) = (x+4)(x-4)(x^2 - 274)$$

로 인수분해된다.

$$a = 5 \text{ 이면 } b = 5^2 \times (290 - 5^2) = 6625$$

$$P(x) = (x^2 - 5^2)(x^2 - 265) = (x+5)(x-5)(x^2 - 265)$$

로 인수분해된다.

$$a = 6 \text{ 이면 } b = 6^2 \times (290 - 6^2) = 9144$$

$$P(x) = (x^2 - 6^2)(x^2 - 254) = (x+6)(x-6)(x^2 - 254)$$

로 인수분해된다.

$$a = 7 \text{ 이면 } b = 7^2 \times (290 - 7^2) = 11809$$

$$P(x) = (x^2 - 7^2)(x^2 - 241) = (x+7)(x-7)(x^2 - 241)$$

으로 인수분해된다.

$$a = 8 \text{ 이면 } b = 8^2 \times (290 - 8^2) = 14464$$

$$P(x) = (x^2 - 8^2)(x^2 - 226) = (x+8)(x-8)(x^2 - 226)$$

으로 인수분해된다.

$$a = 9 \text{ 이면 } b = 9^2 \times (290 - 9^2) = 16929$$

$$P(x) = (x^2 - 9^2)(x^2 - 209) = (x+9)(x-9)(x^2 - 209)$$

로 인수분해된다.

$$a = 10 \text{ 이면 } b = 10^2 \times (290 - 10^2) = 19000$$

$$P(x) = (x^2 - 10^2)(x^2 - 190) = (x+10)(x-10)(x^2 - 190)$$

으로 인수분해된다.

$$a = 11 \text{ 이면 } b = 11^2 \times (290 - 11^2) = 20449$$

$$P(x) = (x^2 - 11^2)(x^2 - 169) = (x+11)(x-11)(x+13)(x-13)$$

으로 인수분해된다.

$$a = 12 \text{ 이면 } b = 12^2 \times (290 - 12^2) = 21024$$

$$P(x) = (x^2 - 12^2)(x^2 - 146) = (x+12)(x-12)(x^2 - 146)$$

으로 인수분해된다.

$$a = 13 \text{ 이면 } b = 13^2 \times (290 - 13^2) = 20449$$

$$P(x) = (x^2 - 13^2)(x^2 - 121) = (x+13)(x-13)(x+11)(x-11)$$

으로 인수분해된다.

$$a = 14 \text{ 이면 } b = 14^2 \times (290 - 14^2) = 18424$$

$$P(x) = (x^2 - 14^2)(x^2 - 94) = (x+14)(x-14)(x^2 - 94)$$

로 인수분해된다.

$$a = 15 \text{ 이면 } b = 15^2 \times (290 - 15^2) = 14625$$

$$P(x) = (x^2 - 15^2)(x^2 - 65) = (x+15)(x-15)(x^2 - 65)$$

로 인수분해된다.

$$a = 16 \text{ 이면 } b = 16^2 \times (290 - 16^2) = 8704$$

$$P(x) = (x^2 - 16^2)(x^2 - 34) = (x+16)(x-16)(x^2 - 34)$$

로 인수분해된다.

$$a = 17 \text{ 이면 } b = 17^2 \times (290 - 17^2) = 289$$

$$P(x) = (x^2 - 17^2)(x^2 - 1) = (x+17)(x-17)(x+1)(x-1)$$

으로 인수분해된다.

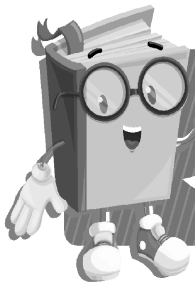
계수와 상수항이 모두 정수인 서로 다른 세 개의

다항식으로 인수분해되는 경우는  $a$ 가 1, 11, 13, 17일 때를 제외한

13가지이므로 모든 다항식  $P(x)$ 의 개수  $p = 13$ 이고  $a = 12$ 일 때,

$b$ 의 최댓값  $q = 12^2 \times (290 - 12^2)$ 이다.

따라서  $\frac{q}{(p-1)^2} = \frac{12^2 \times (290 - 12^2)}{(13-1)^2} = 146$ 이다.



• 정답

본문 p. 87

1 ②	2 ③	3 ③	4 ①	5 ④
6 ②	7 ①	8 ①	9 ③	10 ③
11 ④	12 ⑤	13 ④	14 ②	15 ⑤
16 ④	17 ③	18 ⑤	19 ⑤	20 ②
21 ①	22 9	23 17	24 3	25 24
26 46	27 50	28 32	29 16	30 27

1. 복소수 계산하기

정답 ②

정답 해설

$$-2i + (2+3i) = 2 + (-2+3)i = 2+i$$

2. 다항식 계산하기

정답 ③

정답 해설

$$(2x-y)(x+2y+3) = 2x^2 - 2y^2 + 3xy + 6x - 3y$$

이므로  $xy$  항의 계수는 3이다.

3. 나머지정리를 이용하여 나머지 계산하기

정답 ③

정답 해설

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + a \text{라 하자.}$$

$P(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지는

$$P(1) = 1 + 3 + a = a + 4$$

이다.  $P(1) = 7$ 이므로  $a + 4 = 7$ 이고

따라서  $a = 3$ 이다.

4. 이차부등식 이해하기

정답 ①

정답 해설

$$x^2 - 7x + 12 \geq 0$$

$$(x-3)(x-4) \geq 0$$

$$x \leq 3 \text{ 또는 } x \geq 4$$

이므로  $\alpha = 3, \beta = 4$ 이다.

따라서  $\beta - \alpha = 1$ 이다.

5. 조립제법 이해하기

정답 ④

정답 해설

조립제법에 의하여

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -3 & 5 & -5 \\ & & 2 & -2 & 6 \\ \hline & 1 & -1 & 3 & 1 \end{array}$$

$a = -1, b = 3, c = 1$ 이므로  $abc = -3$ 이다.

6. 인수분해 이해하기

정답 ②

정답 해설

$$\begin{aligned} 11^4 - 6^4 &= (11^2 - 6^2)(11^2 + 6^2) \\ &= (11 - 6)(11 + 6) \times 157 \\ &= 5 \times 17 \times 157 \end{aligned}$$

이므로  $a = 5, b = 17$ 이다.

따라서  $a + b = 5 + 17 = 22$ 이다.

7. 고차다항식 인수분해 이해하기

정답 ①

정답 해설

다항식  $x^4 + 7x^2 + 16$ 을 인수분해하면

$$\begin{aligned} x^4 + 7x^2 + 16 &= (x^4 + 8x^2 + 16) - x^2 \\ &= (x^2 + 4)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 4)(x^2 - x + 4) \end{aligned}$$

이므로  $a = 1, b = 4$ 이다.

따라서  $a + b = 5$ 이다.

8. 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

정답 ①

정답 해설

$$|x-2| < a \text{에서}$$

$$-a < x-2 < a$$

$$2-a < x < 2+a$$

이다. 이 범위에 속하는 모든 정수  $x$ 의 개수가

$$2+a - (2-a) - 1 = 2a - 1 = 19$$

이므로  $a = 10$ 이다.

### 9. 삼차방정식 이해하기

정답 ③

#### 정답 해설

조립제법에 의하여

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 6 \\ & & 1 & -1 & -6 \\ \hline 3 & 1 & -1 & -6 & 0 \\ & & 3 & 6 & \\ \hline & 1 & 2 & 0 & \end{array}$$

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-1)(x-3)(x+2) = 0$$

이므로

$$\alpha = -2, \beta = 1, \gamma = 3$$

이다. 따라서

$$\alpha + \beta + 2\gamma = -2 + 1 + 2 \times 3 = 5$$

이다.

### 10. 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 문제 해결하기

정답 ③

#### 정답 해설

이차함수  $y = -2x^2 + 5x$ 의 그래프와 직선  $y = 2x + k$ 가 적어도 한 점에서 만나기 위해 방정식

$$-2x^2 + 5x = 2x + k$$

$$2x^2 - 3x + k = 0$$

의 판별식  $D$ 가  $D \geq 0$ 이어야 한다.

$$D = (-3)^2 - 4 \times 2 \times k \geq 0$$

$$k \leq \frac{9}{8}$$

이므로 실수  $k$ 의 최댓값은  $\frac{9}{8}$ 이다.

### 11. 연립방정식 이해하기

정답 ④

#### 정답 해설

$x = y + 2$ 를

$$x^2 - xy - y^2 = 5$$

에 대입하면

$$(y+2)^2 - y(y+2) - y^2 = 5$$

$$y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$(y-1)^2 = 0$$

이므로  $y = 1$ ,  $x = 3$ , 즉  $\alpha = 3$ ,  $\beta = 1$ 이다. 따라서

$$\alpha + \beta = 3 + 1 = 4$$

이다.

### 12. 곱셈 공식을 이용하여 도형 문제 해결하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

두 정사각형의 넓이의 합은  $a^2 + (2b)^2$ 이고 직사각형의 넓이는  $ab$

이므로

$$a^2 + 4b^2 = 5ab$$

이다.  $ab = 4$ 이고  $(a+2b)^2 = a^2 + 4b^2 + 4ab$ 이므로

$$(a+2b)^2 = 9ab = 36$$

이다.

### 13. 사차방정식 이해하기

정답 ④

#### 정답 해설

주어진 사차방정식의 한 근이  $-2$ 이므로

$x = -2$ 를 대입하면

$$4a + 28 = 0$$

$$a = -7$$

조립제법에 의하여

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & -1 & -7 & 1 & 6 \\ & & -2 & 6 & 2 & -6 \\ \hline -1 & 1 & -3 & -1 & 3 & 0 \\ & & -1 & 4 & -3 & \\ \hline 1 & 1 & -4 & 3 & 0 & \\ & & 1 & -3 & \\ \hline & 1 & -3 & 0 & \end{array}$$

$$x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = (x+2)(x+1)(x-1)(x-3) = 0$$

이므로

$$x = -2, -1, 1, 3$$

이다. 따라서  $a = -7$ ,  $b = 3$ 이므로  $a+b = -4$ 이다.

### 14. 복소수 연산을 통해 식의 값 문제 해결하기

정답 ②

#### 정답 해설

$$\alpha = \frac{1+i}{2i} \text{에서}$$

$$\alpha^2 = \frac{2i}{-4} = -\frac{i}{2}$$

$$\text{이고, } \beta = \frac{1-i}{2i} \text{에서}$$

$$\beta^2 = \frac{-2i}{-4} = \frac{i}{2}$$

이므로  $2\alpha^2 = -i$ ,  $2\beta^2 = i$ 이다.

따라서

$$(2\alpha^2 + 3)(2\beta^2 + 3) = (3-i)(3+i) = 10$$

이다.

#### 다른 풀이

$$\alpha + \beta = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i} = -i, \alpha\beta = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \text{이고}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 0 \text{이므로}$$

$$(2\alpha^2 + 3)(2\beta^2 + 3) = 4(\alpha\beta)^2 + 6(\alpha^2 + \beta^2) + 9$$

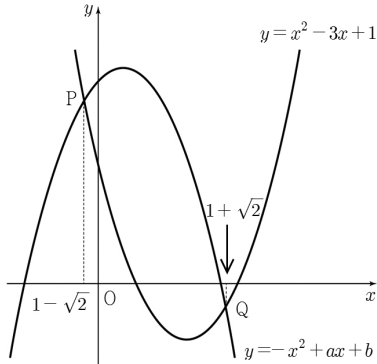


$$= 4 \times \frac{1}{4} + 6 \times 0 + 9 = 10$$

이다.

**15. 실수의 성질을 이용하여 이차방정식 문제 해결하기** 정답 ⑤

정답 해설



이차함수  $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프와 이차함수  $y = x^2 - 3x + 1$ 의 그래프의 교점의  $x$ 좌표는 이차방정식

$$\begin{aligned} -x^2 + ax + b &= x^2 - 3x + 1 \\ 2x^2 - (3+a)x + 1 - b &= 0 \end{aligned}$$

의 두 실근이다.  $a, b$ 는 유리수이므로 한 근이  $1 - \sqrt{2}$ 이면 나머지만 근은  $1 + \sqrt{2}$ 이다.

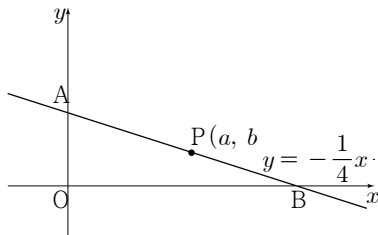
따라서  $2x^2 - (3+a)x + 1 - b = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = \frac{3+a}{2} = 2, \quad \alpha\beta = \frac{1-b}{2} = -1$$

이다.  $a = 1, b = 3$ 이므로  $a + 3b = 10$ 이다.

**16. 이차함수의 그래프를 이용하여 최대 최소 문제 해결하기** 정답 ④

정답 해설



점  $P(a, b)$ 는 직선  $y = -\frac{1}{4}x + 1$  위의 점이므로

$$b = -\frac{1}{4}a + 1 \text{이다.}$$

$b = -\frac{1}{4}a + 1$ 을 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} a^2 + 8b &= a^2 + 8\left(-\frac{1}{4}a + 1\right) \\ &= a^2 - 2a + 8 \\ &= (a-1)^2 + 7 \end{aligned}$$

이다. 그런데  $A(0, 1), B(4, 0)$ 이므로  $0 \leq a \leq 4$ 이다.

따라서  $a = 1$ 일 때,  $a^2 + 8b$ 의 최솟값은 7이다.

다른 풀이

$a = -4b + 4$ 를 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} a^2 + 8b &= (-4b + 4)^2 + 8b \\ &= 16b^2 - 32b + 16 + 8b \\ &= 16b^2 - 24b + 16 \\ &= 16\left(b^2 - \frac{3}{2}b + \frac{9}{16}\right) + 7 \\ &= 16\left(b - \frac{3}{4}\right)^2 + 7 \end{aligned}$$

이다. 그런데  $A(0, 1), B(4, 0)$ 이므로  $0 \leq b \leq 1$ 이다.

따라서  $b = \frac{3}{4}$ 일 때,  $a^2 + 8b$ 의 최솟값은 7이다.

**17. 다항식을 이용하여 통합 교과적 문제 해결하기** 정답 ③

정답 해설

별 A의 반지름의 길이를  $R_A$ , 별 B의 반지름의 길이를  $R_B$ , 별 A의 표면 온도를  $T_A$ , 별 B의 표면 온도를  $T_B$ 라 하자.

별 A의 반지름의 길이는 별 B의 반지름의 길이의 12배이므로

$$R_A = 12R_B,$$

별 A의 표면 온도는 별 B의 표면 온도의  $\frac{1}{2}$ 배이므로

$$T_A = \frac{1}{2}T_B$$

이다.

그러므로

$$\begin{aligned} \frac{L_A}{L_B} &= \frac{4\pi R_A^2 \times \sigma T_A^4}{4\pi R_B^2 \times \sigma T_B^4} \\ &= \frac{4\pi (12R_B)^2 \times \sigma \left(\frac{1}{2}T_B\right)^4}{4\pi R_B^2 \times \sigma T_B^4} \\ &= 144 \times \frac{1}{16} \\ &= 9 \end{aligned}$$

따라서  $\frac{L_A}{L_B} = 9$ 이다.

**18. 복소수의 성질 추론하기** 정답 ⑤

정답 해설

$z = a + bi$ 에 대하여  $iz = i(a + bi) = -b + ai$ ,  $\bar{z} = a - bi$ 인데  $iz = \bar{z}$ 이므로  $a = -b$ 이다. 따라서

$$z = a - ai$$

이다.

ㄱ.  $z + \bar{z} = (a - ai) + (a + ai) = 2a = -2b$ 이다. (참)

ㄴ.  $iz = \bar{z}$ 의 양변에  $i$ 를 곱하면  $i\bar{z} = -z$ 이다. (참)

ㄷ.  $iz = \bar{z}$ 이므로  $\frac{\bar{z}}{z} = i$ 이고  $i\bar{z} = -z$ 이므로  $\frac{z}{\bar{z}} = -i$ 이다. 따

라서  $\frac{\bar{z}}{z} + \frac{z}{\bar{z}} = 0$ 이다. (참)

그러므로 ㄱ, ㄴ, ㄷ이 모두 옳다.

다른 풀이 1

$$\begin{aligned} \text{ㄴ. } i\bar{z} &= i(a+ai) = ai - a = -(a-ai) = -z \\ \text{ㄷ. } \frac{\bar{z}}{z} + \frac{z}{\bar{z}} &= \frac{a-ai}{a+ai} + \frac{a+ai}{a-ai} = \frac{(a-ai)^2 + (a+ai)^2}{(a-ai)(a+ai)} = 0 \end{aligned}$$

다른 풀이 2

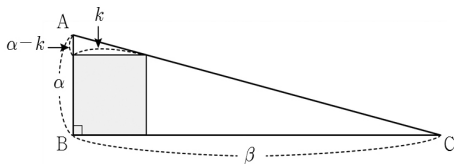
$$\begin{aligned} \text{ㄷ. } iz &= \bar{z} \text{의 양변을 제곱하면 } z^2 + (\bar{z})^2 = 0 \text{ 이고 } z\bar{z} = 2a^2 \neq 0 \text{ 이므로} \\ \frac{\bar{z}}{z} + \frac{z}{\bar{z}} &= \frac{z^2 + (\bar{z})^2}{z\bar{z}} = 0 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

19. 근과 계수의 관계를 이용하여 이차방정식 문제 해결하기

정답 ⑤

정답 해설

근과 계수의 관계에 따라  $\alpha + \beta = 4$ ,  $\alpha\beta = 2$  이다.  
직각삼각형에 내접하는 정사각형의 한 변의 길이를  $k$  라 하면



$$\begin{aligned} \alpha : \beta &= \alpha - k : k \\ k &= \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

이다. 따라서 정사각형의 넓이  $k^2 = \frac{1}{4}$  과 둘레의 길이  $4k = 2$  를 두 근으로 하는 이차방정식은

$$4(x-2)\left(x-\frac{1}{4}\right) = 4x^2 - 9x + 2 = 0$$

이다. 따라서  $m+n = -9+2 = -7$  이다.

다른 풀이

정사각형의 넓이  $k^2 = \frac{1}{4}$  과 둘레의 길이  $4k = 2$  를 두 근으로 하는 이차방정식은 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합이  $\frac{9}{4}$  이고 곱이  $\frac{1}{2}$  이므로

$$x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{1}{2} = 0$$

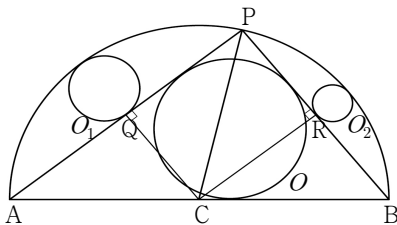
$$4x^2 - 9x + 2 = 0$$

따라서  $m+n = -9+2 = -7$  이다.

20. 이차함수와 도형의 관계 추론하기

정답 ②

정답 해설



그림과 같이 두 현 AP, BP의 중점을 각각 Q, R라 하고 선분

AB의 중점을 C라 하면 사각형 PQCR는 직사각형이다.

$\overline{PQ} = a$ ,  $\overline{PR} = b$ 라 하면  $a^2 + b^2 = 25$ 이다.

원  $O_1$ 의 반지름의 길이를  $r_1$ , 원  $O_2$ 의 반지름의 길이를  $r_2$ , 원  $O$ 의 반지름의 길이를  $r$ 라 하면

$$\overline{CQ} = 5 - 2r_1, \overline{CR} = 5 - 2r_2 \text{ 이다.}$$

이때  $\overline{CQ} = \overline{PR}$ ,  $\overline{CR} = \overline{PQ}$ 이므로

$$b = 5 - 2r_1, a = 5 - 2r_2 \text{ 이고, } r_1 = \frac{5-b}{2}, r_2 = \frac{5-a}{2}$$

이다. 한편, 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로  $(2a-r) + (2b-r) = 10 = 2 \times 5$ 이다.

따라서

$$r = a + b - 5$$

이다. 그러므로 세 원  $O_1, O_2, O$ 의 넓이의 합은

$$\begin{aligned} \pi(r_1^2 + r_2^2 + r^2) &= \pi\left\{\left(\frac{5-b}{2}\right)^2 + \left(\frac{5-a}{2}\right)^2 + (a+b-5)^2\right\} \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

이다.  $a+b = t$  ( $5 < t \leq 5\sqrt{2}$ )라 하면 식 ①은

$$\pi\left(t - \frac{25}{4}\right)^2 + \frac{75}{16}\pi$$

이므로 세 원  $O_1, O_2, O$ 의 넓이의 합의 최솟값은  $\frac{75}{16}\pi$ 이다.

따라서  $\alpha = 25, \beta = 5, \gamma = \frac{25}{4}$  이므로

$$(\alpha - \beta) \times \gamma = 125$$

이다.

21. 연립부등식의 해 추론하기

정답 ①

정답 해설

$$x^2 - a^2x = x(x-a^2) \geq 0$$

에서  $x \leq 0$  또는  $x \geq a^2$  이고

$$x^2 - 4ax + 4a^2 - 1 = (x - (2a-1))(x - (2a+1)) < 0$$

에서  $2a-1 < x < 2a+1$  이다.

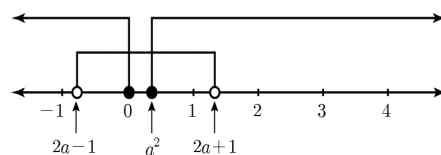
i)  $0 < a < \frac{1}{2}$  일 때

연립부등식의 해는

$$-1 < 2a-1 < x \leq 0 \text{ 또는 } a^2 \leq x < 2a+1 < 2$$

인데  $0 < a^2 < \frac{1}{4}$  이고  $1 < 2a+1 < 2$  이므로

$x = 0, 1$ 의 2개 정수해가 존재한다.



ii)  $a = \frac{1}{2}$  일 때

연립부등식의 해는

$$\frac{1}{4} = a^2 \leq x < 2a+1 = 2$$

이므로  $x=1$ 의 1개 정수해가 존재한다.

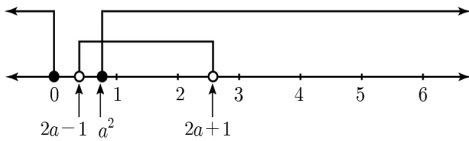
iii)  $\frac{1}{2} < a < 1$ 일 때

연립부등식의 해는

$$a^2 \leq x < 2a+1$$

인데  $\frac{1}{4} < a^2 < 1$ 이고  $2 < 2a+1 < 3$ 이므로

$x=1, 2$ 의 2개 정수해가 존재한다.



iv)  $a=1$ 일 때

연립부등식의 해는

$$1 = a^2 = 2a-1 < x < 2a+1 = 3$$

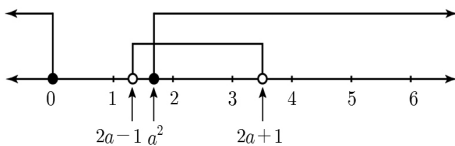
이므로  $x=2$ 의 1개 정수해가 존재한다.

v)  $1 < a < \sqrt{2}$ 일 때

연립부등식의 해는

$$a^2 \leq x < 2a+1$$

인데  $1 < a^2 < 2$ 이고  $3 < 2a+1 < 1+2\sqrt{2} < 4$ 이므로  
 $x=2, 3$ 의 2개 정수해가 존재한다.



그러므로 i) ~ v)에 의해

$a = \frac{1}{2}$  또는  $a=1$ 일 때, 1개 정수해가 존재한다.

따라서 모든 실수  $a$ 의 값의 합은  $\frac{3}{2}$ 이다.

## 22. 복소수 계산하기

정답 9

정답 해설

두 복소수가 서로 같을 조건에 의해

$$(a+1) + 3i = 7 + bi$$

$$a+1=7, 3=b$$

이다. 따라서  $a=6, b=3$ 이고  $a+b=9$ 이다.

## 23. 다항식 계산하기

정답 17

정답 해설

$$\begin{aligned} (x-y)^2 &= (x+y)^2 - 4xy \\ &= 5^2 - 4 \times 2 \end{aligned}$$

따라서  $(x-y)^2 = 17$ 이다.

## 24. 연립부등식 이해하기

정답 3

정답 해설

부등식  $2x+1 < x-3$ 의 해는  $x < -4$ 이고

$x^2+6x-7 = (x-1)(x+7) < 0$ 의 해는

$$-7 < x < 1$$

이므로 연립부등식의 해는

$$-7 < x < -4$$

이다. 따라서  $\alpha = -7, \beta = -4$ 이므로

$$\beta - \alpha = -4 - (-7) = 3$$

이다.

## 25. 이차방정식의 해를 이용하여 문제 해결하기

정답 24

정답 해설

이차방정식  $x^2+4x-3=0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로

$$\alpha^2 + 4\alpha - 3 = 0$$

$$\beta^2 + 4\beta - 3 = 0$$

이 성립한다. 따라서

$$\alpha^2 + 4\alpha - 4 = -1$$

$$\beta^2 + 4\beta - 4 = -1$$

이므로

$$\frac{6\beta}{\alpha^2 + 4\alpha - 4} + \frac{6\alpha}{\beta^2 + 4\beta - 4} = -6(\beta + \alpha)$$

이다. 근과 계수의 관계에 따라  $\alpha + \beta = -4$ 이므로

$$\frac{6\beta}{\alpha^2 + 4\alpha - 4} + \frac{6\alpha}{\beta^2 + 4\beta - 4} = -6(\alpha + \beta) = 24$$

이다.

## 26. 나머지정리를 이용하여 다항식의 나눗셈 문제 해결하기

정답 46

정답 해설

다항식의 나눗셈에 의해

$$P(x) = (x^2 - x - 1)(ax + b) + 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$P(x+1) = (x^2 - 4)Q(x) - 3$$

$$= (x-2)(x+2)Q(x) - 3 \cdots \textcircled{2}$$

$x=2$ 를 ②에 대입하면

$$P(3) = -3$$

$x=-2$ 를 ②에 대입하면

$$P(-1) = -3$$

이 된다. ①의 식에  $x=3, x=-1$ 을 대입하여 정리하면

$$3a+b = -1, -a+b = -5 \text{ 이고}$$

$$a=1, b=-4$$

이다. 따라서

$$50a+b = 50-4 = 46$$

이다.

**27. 이차함수의 성질 추론하기**

정답 50

**정답 해설**

이차함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=4ax-10$ 의 교점의  $x$ 좌표가 1, 5이므로  
이차방정식  $f(x)=4ax-10$ 의 두 실근은 1, 5이다.  
 $f(x)$ 의 이차항의 계수가  $a$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$f(x)-4ax+10=a(x^2-6x+5)$$

로 둘 수 있다. 따라서

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2-6ax+5a+4ax-10 \\ &= ax^2-2ax+5a-10 \\ &= a(x-1)^2+4a-10 \end{aligned}$$

이다. 한편,  $a>0$ 이고  $1 \leq x \leq 5$ 에서  $f(x)$ 의 최솟값이  $-8$ 이므로  $f(1)=-8$ 이다.

$$f(1)=4a-10=-8 \text{에서 } a=\frac{1}{2} \text{이다.}$$

따라서  $100a=50$ 이다.

**28. 미지수가 3개인 연립일차방정식을 이용하여 실생활 문제 해결하기**

정답 32

**정답 해설**

$a < b < c$ 이므로 두 변의 길이의 차의 최댓값은

$$c-a$$

이다. 그러므로 (가)에 의해

$$c-a=16$$

이다. 또한 (나)에 의해

$$b-a=2 \text{ 또는 } c-b=2$$

이다.

i)  $b-a=2$ 인 경우

$b-a=2$ 이고  $c-a=16$ 이므로 두 식을 더하면

$$-2a+b+c=18 \cdots \cdots ①$$

철사의 총 길이가 60cm이므로

$$a+b+c=60 \cdots \cdots ②$$

이다. ②-①을 하면  $3a=42$ 이다.

따라서

$$a=14, b=16, c=30$$

이다. 그러나  $c=a+b$ 이므로 삼각형의 결정조건에 위배된다.

ii)  $c-b=2$ 인 경우

$c-b=2$ 이고  $c-a=16$ 이므로 두 식을 더하면

$$-a-b+2c=18 \cdots \cdots ③$$

철사의 총 길이가 60cm이므로

$$a+b+c=60 \cdots \cdots ④$$

이다. ③+④를 하면  $3c=78$ 이다.

따라서

$$a=10, b=24, c=26$$

이고

$$c^2=a^2+b^2$$

이므로 이 삼각형은 직각삼각형이다.

그러므로

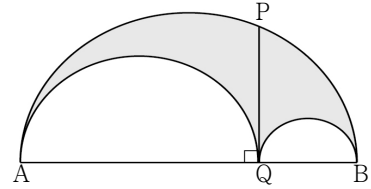
$$3a-b+c=30-24+26=32$$

이다.

**29. 곱셈 공식을 이용하여 도형 문제 해결하기**

정답 16

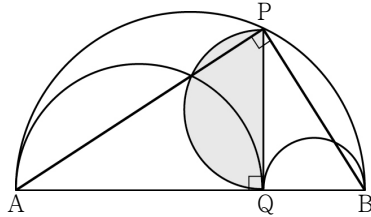
**정답 해설**



$\overline{AQ} = x$ ,  $\overline{QB} = y$ 라 하자.

$$S_1 = \frac{\pi}{2} \left( \frac{x+y}{2} \right)^2 - \frac{\pi}{2} \left( \frac{x}{2} \right)^2 - \frac{\pi}{2} \left( \frac{y}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} xy$$

이다.



$\triangle AQP \sim \triangle PQB$  이므로

$$\overline{AQ} : \overline{PQ} = \overline{PQ} : \overline{QB}$$

이다. 따라서

$$\overline{PQ}^2 = \overline{AQ} \times \overline{QB} = xy$$

이다. 그러므로  $S_2 = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\overline{PQ}}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{8} xy$ 이다.

$$S_1 - S_2 = \frac{\pi}{8} xy = 2\pi \text{에서}$$

$$xy = 16$$

이고  $\overline{AQ} - \overline{QB} = 8\sqrt{3}$ 에서

$$x - y = 8\sqrt{3}$$

이므로

$$\begin{aligned} (\overline{AB})^2 &= (\overline{AQ} + \overline{QB})^2 \\ &= (x+y)^2 \\ &= (x-y)^2 + 4xy \\ &= 192 + 64 = 256 \end{aligned}$$

이다. 따라서  $\overline{AB} = 16$ 이다.

**다른 풀이**

$\angle APB = 90^\circ$  이므로

$$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = (x+y)^2 \cdots \cdots ①$$

$\angle AQP = 90^\circ$ ,  $\angle PQB = 90^\circ$  이므로

$$\overline{PQ}^2 = \overline{AP}^2 - x^2 = \overline{BP}^2 - y^2 \cdots \cdots ②$$

①을 ②에 대입하면

$$2\overline{BP}^2 = (x+y)^2 + y^2 - x^2 = 2xy + 2y^2$$

이므로

$$\overline{BP}^2 = xy + y^2 \dots\dots ③$$

③을 ②에 대입하면  $\overline{PQ}^2 = xy$ 이다.

### 30. 나머지정리를 이용하여 이차다항식 추론하기

정답 27

#### 정답 해설

i)  $P(1) = 0, P(2) = 0$  인 경우

$P(x)$  는 이차다항식이므로 조건 (나)에 의해

$$P(0) = 3, P(3) = 3$$

이다. 따라서

$$P(x) = \frac{3}{2}(x-1)(x-2)$$

이다.

ii)  $P(1) = 0, P(2) \neq 0$  인 경우

$P(x)$  는 이차다항식이므로 조건 (나)에 의해 아래와 같이 세 가지 경우만 생각하면 된다.

①  $P(0) = 0, P(3) = 3$  일 때,

$$P(1) = 0, P(0) = 0, P(3) = 3$$

이다. 따라서

$$P(x) = \frac{1}{2}x(x-1)$$

이다.

②  $P(0) = 3, P(3) = 0$  일 때,

$$P(1) = 0, P(0) = 3, P(3) = 0$$

이다. 따라서

$$P(x) = (x-1)(x-3)$$

이다.

③  $P(0) = 3, P(3) = 3$  일 때,

$$P(1) = 0, P(0) = 3, P(3) = 3$$

이다. 따라서

$$P(x) = \frac{3}{2}(x-1)(x-2)$$

이다. 그런데  $P(2) = 0$ 이므로 모순이다.

iii)  $P(1) \neq 0, P(2) = 0$ 인 경우

$P(x)$  는 이차다항식이므로 조건 (나)에 의해 아래와 같이 세 가지 경우만 생각하면 된다.

①  $P(0) = 0, P(3) = 3$  일 때,

$$P(2) = 0, P(0) = 0, P(3) = 3$$

이다. 따라서

$$P(x) = x(x-2)$$

이다.

②  $P(0) = 3, P(3) = 0$  일 때,

$$P(2) = 0, P(0) = 3, P(3) = 0$$

이다. 따라서

$$P(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x-3)$$

이다.

③  $P(0) = 3, P(3) = 3$  일 때,

$$P(2) = 0, P(0) = 3, P(3) = 3$$

이다. 따라서

$$P(x) = \frac{3}{2}(x-1)(x-2)$$

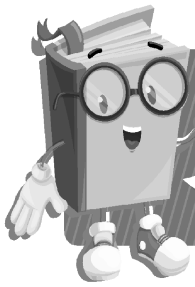
이다. 그런데  $P(1) = 0$ 이므로 모순이다.

그러므로 i), ii), iii)에 의해

$$\begin{aligned} Q(x) &= \frac{3}{2}(x-1)(x-2) + \frac{1}{2}x(x-1) \\ &\quad + (x-1)(x-3) + x(x-2) \\ &\quad + \frac{1}{2}(x-2)(x-3) \end{aligned}$$

이다. 따라서  $Q(x)$  를  $x-4$ 로 나눈 나머지는

$Q(4) = 27$ 이다.



Answer & Explanation  
**9회**

# 2016학년도 6월 전국연합학력평가

정답과 해설

고1 수학

## • 정답

본문 p. 99

1 ①	2 ④	3 ⑤	4 ①	5 ①
6 ②	7 ③	8 ④	9 ①	10 ②
11 ③	12 ④	13 ④	14 ⑤	15 ④
16 ②	17 ⑤	18 ⑤	19 ③	20 ③
21 ②	22 7	23 36	24 34	25 27
26 25	27 54	28 32	29 12	30 394

### 1. 다항식 계산하기

정답 ①

#### 정답 해설

$$\begin{aligned} A - B &= (2x^2 + 3xy + 1) - (2x^2 + 2xy - 3) \\ &= xy + 4 \end{aligned}$$

### 2. 복소수 계산하기

정답 ④

#### 정답 해설

$$\begin{aligned} (4 + 2i) + (1 - 3i) &= (4 + 1) + (2 - 3)i \\ &= 5 - i \end{aligned}$$

### 3. 나머지 계산하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

$f(x) = x^3 - ax + 6$  이라 하면  
 $f(x)$  를  $x-1$  로 나눈 나머지  $f(1) = 0$  이다.  
따라서  $f(1) = 1 - a + 6 = 0$  이므로  $a = 7$  이다.

### 4. 이차부등식 이해하기

정답 ①

#### 정답 해설

해가  $-1 < x < 5$  이고 이차항의 계수가 1 인  
이차부등식을 구하면  
 $(x+1)(x-5) < 0$   
 $x^2 - 4x - 5 < 0$   
이므로  $a = -4$ ,  $b = -5$  이다.  
따라서  $ab = 20$  이다.

### 5. 항등식의 성질 이해하기

정답 ①

#### 정답 해설

등식을 정리하면  $x^2 + (a-1)x - a = bx^2 - 3x + 2$   
이고, 항등식의 성질에 의해  
 $a = -2$ ,  $b = 1$   
이다.  
따라서  $a + b = -1$  이다.

#### 다른 풀이

등식  $(x-1)(x+a) = bx^2 - 3x + 2$  의 양변에  
 $x = 0$  을 대입하면  $-a = 2$  이므로  $a = -2$  이다.  
 $x = 1$  을 대입하면  $b - 1 = 0$  이므로  $b = 1$  이다.  
따라서  $a + b = -1$  이다.

### 6. 인수분해 이해하기

정답 ②

#### 정답 해설

$$\begin{aligned} 2016 &= x \text{라 하면} \\ \frac{2016^3 + 1}{2016^2 - 2016 + 1} &= \frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} \\ &= \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ &= x + 1 \\ &= 2017 \end{aligned}$$

이다.

### 7. 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

정답 ③

#### 정답 해설

$|x-a| < 5$  의 해는  $a-5 < x < a+5$  이므로  
정수  $x$  의 최댓값이 12가 되기 위해서는  
 $12 < a+5 \leq 13$  즉,  $7 < a \leq 8$  이다.  
따라서 정수  $a$  의 값은 8이다.

### 8. 인수분해 이해하기

정답 ④

#### 정답 해설

$$\begin{aligned} x^2 - x &= t \text{라 두면} \\ (x^2 - x)^2 + 2x^2 - 2x - 15 &= t^2 + 2t - 15 \\ &= (t+5)(t-3) \\ &= (x^2 - x + 5)(x^2 - x - 3) \end{aligned}$$

이므로

$$a = -1, b = 5, c = -3$$

또는

$$a = -1, b = -3, c = 5$$

이다.

따라서  $a+b+c=1$  이다.

## 9. 삼차방정식 이해하기

정답 ①

정답 해설

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 1 & 1 & -3 \\ & & 1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

조립제법에 의하여

$$x^3 + x^2 + x - 3 = (x-1)(x^2 + 2x + 3) = 0 \text{ 이다.}$$

주어진 삼차방정식의 두 허근  $\alpha, \beta$ 는

이차방정식  $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 두 근이므로

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = 3$$

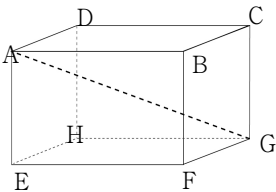
이다. 따라서  $(\alpha-1)(\beta-1) = \alpha\beta - (\alpha+\beta) + 1 = 6$

이다.

## 10. 곱셈공식 이용하여 도형 문제 해결하기

정답 ②

정답 해설



이웃하는 세 모서리의 길이를 각각  $a, b, c$ 라 하자

$$\overline{AG} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{13} \text{ 이므로}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 13$$

이다.

모든 모서리의 길이의 합은  $4(a+b+c) = 20$  이므로

$$a+b+c=5$$

이다.

따라서 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned} 2(ab+bc+ca) &= (a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2) \\ &= 25 - 13 \\ &= 12 \end{aligned}$$

이다.

## 11. 연립방정식 이해하기

정답 ③

정답 해설

주어진 연립일차방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} x+y=8 \cdots \cdots ① \\ y-z=2 \cdots \cdots ② \\ z-x=4 \cdots \cdots ③ \end{cases}$$

①-②에서

$$x+z=6 \cdots \cdots ④$$

이다.

③+④에서

$$2z=10 \text{ 즉, } z=5 \text{ 이므로}$$

②와 ③에 대입하면

$$x=1, y=7$$

이다.

따라서  $a=1, b=7, c=5$  이므로

$$abc=1 \times 7 \times 5=35 \text{ 이다.}$$

## 12. 사차방정식 이해하기

정답 ④

정답 해설

$$\begin{array}{c|ccccc} 1 & 1 & -5 & 5 & 5 & -6 \\ & & 1 & -4 & 1 & 6 \\ \hline -1 & 1 & -4 & 1 & 6 & 0 \\ & & -1 & 5 & -6 & \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 & \end{array}$$

조립제법에 의하여

$$x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = (x+1)(x-1)(x^2 - 5x + 6)$$

$$= (x+1)(x-1)(x-2)(x-3) = 0 \text{ 이므로}$$

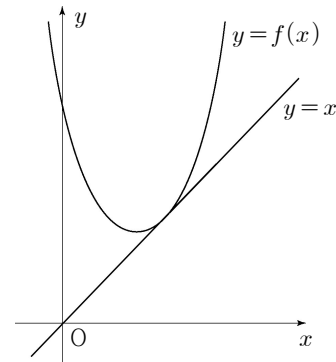
해는  $-1, 1, 2, 3$  이다.

따라서  $\alpha=-1, \beta=3$  이므로  $\beta-\alpha=4$  이다.

## 13. 이차함수와 직선과의 위치관계 이해하기

정답 ④

정답 해설



이차함수  $y=x^2-2ax+5a$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 의 그래프가 오직 한 점에서 만나므로

$$x^2 - 2ax + 5a = x \text{ 가 중근을 가져야 한다.}$$

따라서 이차방정식  $x^2 - (2a+1)x + 5a = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$$D = (2a+1)^2 - 20a$$

$$= 4a^2 - 16a + 1 = 0$$

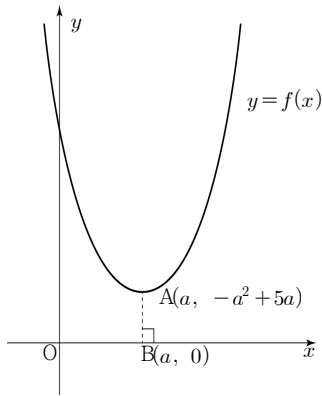
이다.

근과 계수의 관계에 의해 모든 실수  $a$ 의 값의 합은 4이다.

**14. 이차함수의 그래프를 이용하여 최대최소 문제 해결하기**

정답 ⑤

정답 해설



$y = x^2 - 2ax + 5a$   
 $= (x-a)^2 - a^2 + 5a$  이므로  $A(a, -a^2 + 5a)$ 이다.  
 따라서  $0 < a < 5$ 이므로  $\overline{OB} = a$ ,  $\overline{AB} = -a^2 + 5a$ 이다.  
 $\overline{OB} + \overline{AB} = g(a)$  라 하면  
 $g(a) = -a^2 + 6a$ 이다.  
 따라서  $g(a) = -(a-3)^2 + 9$ 이므로  
 $0 < a < 5$ 에서  $\overline{OB} + \overline{AB}$ 의 최댓값은 9이다.

**15. 복소수 이해하기**

정답 ④

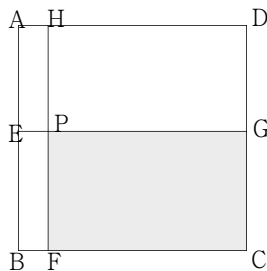
정답 해설

$z^2 = z \cdot z = -i$   
 $z^3 = z^2 \cdot z = -\frac{1+i}{\sqrt{2}}$   
 $z^4 = (z^2)^2 = -1$   
 $z^5 = z^4 \cdot z = -\frac{1+i}{\sqrt{2}i}$   
 $z^6 = z^4 \cdot z^2 = i$   
 $z^7 = z^6 \cdot z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$   
 $z^8 = (z^4)^2 = 1$   
 따라서  $z^n = 1$ 이 되도록 하는 자연수  $n$ 의 최솟값은 8이다.

**16. 근과 계수의 관계를 이용하여 이차방정식 문제해결하기**

정답 ②

정답 해설



$\overline{AH} = \alpha$ ,  $\overline{AE} = \beta$ 라 하면  
 $\overline{PG} = 10 - \alpha$ ,  $\overline{PF} = 10 - \beta$ 이다.  
 직사각형 PFCG의 둘레의 길이는  
 $2(10 - \alpha) + 2(10 - \beta) = 28$ 이므로  
 $\alpha + \beta = 6$ 이다.  
 직사각형 PFCG의 넓이는  
 $(10 - \alpha)(10 - \beta) = 46$ 이므로  
 $\alpha\beta = 6$ 이다.  
 따라서  $\alpha, \beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은  
 $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$ 에서  
 $x^2 - 6x + 6 = 0$ 이다.

**17. 복소수의 성질 추론하기**

정답 ⑤

정답 해설

ㄱ.  $z^2 - z$ 는 실수이므로  $\overline{z^2 - z}$ 도 실수이다. (참)  
 ㄴ.  $z = a + bi$  ( $b \neq 0$ )에 대하여  
 $z^2 - z = a^2 + 2abi - b^2 - a - bi$   
 $= (a^2 - a - b^2) + (2a - 1)bi$   
 이고  
 $z^2 - z$ 가 실수이고,  $b \neq 0$ 이므로  $a = \frac{1}{2}$ 이다.  
 따라서  $z = \frac{1}{2} + bi$ 이고  $\bar{z} = \frac{1}{2} - bi$ 이므로  
 $z + \bar{z} = 1$ 이다. (참)  
 ㄷ.  $z = \frac{1}{2} + bi$ 이고  $\bar{z} = \frac{1}{2} - bi$ 이므로  
 $z\bar{z} = \frac{1}{4} + b^2$ 이고  $b \neq 0$ 이므로  $z\bar{z} > \frac{1}{4}$ 이다. (참)

참고

ㄴ은 다음과 같은 두 방법으로 풀 수도 있다.  
 (1)  $\overline{z^2 - z}$ 가 실수이고,  $\overline{z^2 - z} = (\bar{z})^2 - \bar{z}$ 이므로  
 $z^2 - z = (\bar{z})^2 - \bar{z}$ 가 성립한다.  
 $z^2 - z - \{(\bar{z})^2 - \bar{z}\} = 0$ 에서  
 인수분해하면  
 $(z - \bar{z})(z + \bar{z} - 1) = 0$ 이고  
 $z$ 는 실수가 아니므로  $z \neq \bar{z}$ 이다.  
 따라서  $z + \bar{z} = 1$ 이다. (참)  
 (2)  $z^2 - z = k$ (단,  $k$ 는 실수)라 하면  $(\bar{z})^2 - \bar{z} = k$ 이므로  
 $z, \bar{z}$ 는 이차방정식  $x^2 - x - k = 0$ 의 두 근이다.  
 따라서 근과 계수의 관계에 의하여  
 $z + \bar{z} = 1$ 이다. (참)



**18. 이차함수를 이용하여 통합교과적 문제 해결하기**

정답 ⑤

**정답 해설**

행성 A와 A의 위성 사이의 거리와 행성 B와 B의 위성 사이의 거리를 각각  $r_A$ ,  $r_B$ 라 하면

$$r_A = 45r_B \cdots \cdots ①$$

이다.

행성 A의 위성의 공전 속력과 행성 B의 위성의 공전 속력을 각각  $v_A$ ,  $v_B$ 라 하면

$$v_A = \frac{2}{3}v_B \cdots \cdots ②$$

이다.

①과 ②에 의해

$$\begin{aligned} M_A &= \frac{r_A v_A^2}{G} \\ &= \frac{45r_B \left( \frac{2}{3}v_B \right)^2}{G} \\ &= 20 \times \frac{r_B v_B^2}{G} \\ &= 20M_B \end{aligned}$$

이다.

따라서  $\frac{M_A}{M_B} = 20$ 이다.

**19. 실수의 성질을 이용하여 이차방정식 문제해결하기**

정답 ③

**정답 해설**

$2 + \sqrt{3}$ 은 방정식  $ax^2 + \sqrt{3}bx + c = 0$ 의 한 근이므로

$$a(2 + \sqrt{3})^2 + \sqrt{3}b(2 + \sqrt{3}) + c = 0 \text{이다.}$$

정리하면  $(7a + 3b + c) + (4a + 2b)\sqrt{3} = 0$ 이고

$a$ ,  $b$ ,  $c$ 가 유리수이므로

$7a + 3b + c = 0$ ,  $4a + 2b = 0$ 이다. 따라서

$$b = -2a, c = -a$$

이다.

그러므로 주어진 방정식은

$$a(x^2 - 2\sqrt{3}x - 1) = 0 \text{이고}$$

이 이차방정식의 두 근은  $x = \sqrt{3} \pm 2$ 이다.

따라서  $\beta = -2 + \sqrt{3}$ 이므로

$$a + \frac{1}{\beta} = 2 + \sqrt{3} + \frac{1}{-2 + \sqrt{3}} = 0 \text{이다.}$$

**다른 풀이 1**

$t = \sqrt{3}x$ 라 두면 주어진 방정식은

$$\frac{a}{3}t^2 + bt + c = 0 \text{ 즉, } at^2 + 3bt + 3c = 0 \text{이다.}$$

이 방정식은 한 근이  $t = \sqrt{3}(2 + \sqrt{3})$   
 $= 3 + 2\sqrt{3}$

이고 계수가 모두 유리수이므로 다른 한 근은

$$t = 3 - 2\sqrt{3} \text{이다.}$$

따라서 주어진 방정식의 다른 한 근

$$\beta = \frac{t}{\sqrt{3}} = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -2 + \sqrt{3} \text{이므로}$$

$$a + \frac{1}{\beta} = 2 + \sqrt{3} + \frac{1}{-2 + \sqrt{3}} = 0 \text{이다.}$$

**다른 풀이 2**

$\alpha = 2 + \sqrt{3}$ 에서  $\alpha - \sqrt{3} = 2$ 이고 양변을 제곱하여 정리하면

$$\alpha^2 - 2\sqrt{3}\alpha - 1 = 0 \text{이다.}$$

따라서  $\alpha$ 는 이차방정식  $a(x^2 - 2\sqrt{3}x - 1) = 0$ 의 근이다.

근과 계수의 관계에 의해  $2 + \sqrt{3} + \beta = 2\sqrt{3}$ 이므로

$$\beta = -2 + \sqrt{3} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } a + \frac{1}{\beta} = 2 + \sqrt{3} + \frac{1}{-2 + \sqrt{3}} = 0 \text{이다.}$$

**참고** 아래와 같은 방법으로 풀 수도 있다.

두 유리수  $p$ ,  $q$ 에 대하여

$$p + q\sqrt{3} = p - q\sqrt{3} \text{이라 하자.}$$

$$f(x) = ax^2 + \sqrt{3}bx + c \text{이라 하고}$$

$\alpha = 2 + \sqrt{3}$ 이라 하면  $f(\alpha) = 0$ 이다.

$$\text{즉, } a\alpha^2 + \sqrt{3}b\alpha + c = 0 \text{이다.}$$

$$\overline{a\alpha^2 + \sqrt{3}b\alpha + c} = \bar{0}$$

$$\overline{a\alpha^2 + \sqrt{3}b\alpha + c} = \bar{0}$$

$$\overline{a\alpha^2 + \sqrt{3}b\alpha + c} = \bar{0}$$

$$a\bar{\alpha}^2 - \sqrt{3}b\bar{\alpha} + c = 0$$

$$a(-\bar{\alpha})^2 + \sqrt{3}b(-\bar{\alpha}) + c = 0$$

이므로  $f(-\bar{\alpha}) = 0$ 이다.

$$\text{따라서 } -\bar{\alpha} = -(2 - \sqrt{3})$$

$$= -2 + \sqrt{3}$$

은 이 방정식의 다른 한 근이다.

따라서  $\beta = \sqrt{3} - 2$ 이므로

$$a + \frac{1}{\beta} = 2 + \sqrt{3} + \frac{1}{-2 + \sqrt{3}} = 0 \text{이다.}$$

**20. 다항식의 나눗셈 추론하기**

정답 ③

**정답 해설**

$p + q = 1$ ,  $pq = -1$ 이므로

$$p^2 + q^2 = (p + q)^2 - 2pq = 3 \text{이고}$$

$$p^4 + q^4 = (p^2 + q^2)^2 - 2p^2q^2 = 7 \text{이다.}$$

따라서  $r = 3$ ,  $s = 7$ 이다.

$$a = \frac{p^8 - q^8}{p - q} = (p^4 + q^4)(p^2 + q^2)(p + q)$$

$$= 7 \times 3 \times 1$$

$$= 21$$

이므로  $t = 21$ 이다.

따라서  $r+s+t=31$ 이다.

**참고**

$x$ 에 대한 다항식  $ax^9+bx^8+1$ 이  $x^2-x-1$ 로 나누어떨어지므로  
 $ax^9+bx^8+1=(x^2-x-1)Q(x)$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

양변에  $x=p$ ,  $x=q$ 를 각각 대입하면 ①, ②를 얻을 수 있다.

①, ②의 양변에 각각  $q^8$ ,  $p^8$ 을 곱하면

$$ap(pq)^8+b(pq)^8=-q^8\text{이고}$$

$$aq(pq)^8+b(pq)^8=-p^8\text{이므로}$$

$pq=-1$ 을 대입하여 정리하면 ③, ④를 얻을 수 있다.

**21. 연립부등식 문제 해결하기**

정답 ②

**정답 해설**

모든 실수  $x$ 에 대하여  $-x^2+3x+2 \leq mx+n$ 이므로

$$x^2+(m-3)x+n-2 \geq 0\text{이다.}$$

$x^2+(m-3)x+n-2=0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$$D=(m-3)^2-4n+8 \leq 0\text{이다.}$$

따라서

$$4n \geq m^2-6m+17 \cdots \cdots \text{①}$$

이다.

모든 실수  $x$ 에 대하여  $mx+n \leq x^2-x+4$ 이므로

$$x^2-(m+1)x+4-n \geq 0\text{이다.}$$

$x^2-(m+1)x+4-n=0$ 의 판별식을  $D'$ 라 하면

$$D'=(m+1)^2-16+4n \leq 0\text{이다.}$$

따라서

$$4n \leq -m^2-2m+15 \cdots \cdots \text{②}$$

이다.

따라서 ①, ②에 의해

$$m^2-6m+17 \leq 4n \leq -m^2-2m+15 \cdots \cdots \text{③}$$

$$m^2-6m+17 \leq -m^2-2m+15$$

$$2m^2-4m+2 \leq 0\text{이다.}$$

$$2(m-1)^2 \leq 0\text{이므로 } m=1\text{이고}$$

③에서  $12 \leq 4n \leq 12$ 이므로  $n=3$ 이다.

따라서  $m^2+n^2=10$ 이다.

**<참고>**

$f(x)=x^2-x+4$ ,  $g(x)=-x^2+3x+2$ ,  $h(x)=mx+n$ 이라 하면 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(x) \leq h(x) \leq f(x)$ 가 성립하면 된다.

$f(x)-g(x)=2x^2-4x+2=2(x-1)^2$ 이므로  $y=f(x)$ 의 그래프와  $y=g(x)$ 의 그래프는 서로 접한다.

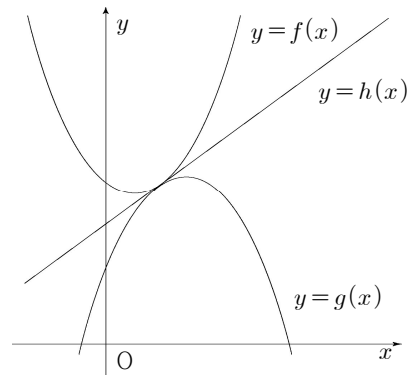
따라서  $g(x) \leq h(x) \leq f(x)$ 가 성립하기 위해서는 그림과 같이  $y=h(x)$ 의 그래프가  $y=g(x)$ 와  $y=f(x)$ 의 그래프에 동시에 접해야 한다.

따라서  $f(x)=h(x)$ 에서

$x^2-(m+1)x+4-n=0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$$D=(m+1)^2-4(4-n)=0 \cdots \cdots \text{①}$$

이다.



$g(x)=h(x)$ 에서

$x^2+(m-3)x+n-2=0$ 의 판별식을  $D'$ 라 하면

$$D'=(m-3)^2-4(n-2)=0 \cdots \cdots \text{②}$$

이다.

①과 ②를 연립하면  $m=1$ ,  $n=3$ 이므로

$m^2+n^2=10$ 이다.

**22. 복소수 계산하기**

정답 7

**정답 해설**

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$$a+2i=4+(b-1)i\text{에서}$$

$$a=4, b-1=2\text{이다.}$$

따라서  $a=4$ ,  $b=3$ 이고

$$a+b=7\text{이다.}$$

**23. 다항식 계산하기**

정답 36

**정답 해설**

곱셈공식에 의하여

$$(6x+y-2z)^2=36x^2+y^2+4z^2+12xy-4yz-24zx$$

이므로  $x^2$ 의 계수는 36이다.

**24. 연립부등식 이해하기**

정답 34

**정답 해설**

부등식  $x-1 \geq 2$ 의 해는

$$x \geq 3$$

이고

$$x^2-5x=x(x-5) \leq 0\text{의 해는}$$

$$0 \leq x \leq 5$$

이다. 그러므로 주어진 연립부등식의 해는

$$3 \leq x \leq 5$$

이다. 따라서  $\alpha=3$ ,  $\beta=5$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = 34 \text{ 이다.}$$

## 25. 이차방정식 이해하기

정답 27

### 정답 해설

$\alpha$  는 이차방정식  $x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 한 근이므로

$$\alpha^2 + 5\alpha - 2 = 0 \text{에서}$$

$$\alpha^2 = -5\alpha + 2$$

이다.

근과 계수의 관계에 의해  $\alpha + \beta = -5$ 이므로

$$\begin{aligned} \alpha^2 - 5\beta &= (-5\alpha + 2) - 5\beta \\ &= -5(\alpha + \beta) + 2 \\ &= 27 \end{aligned}$$

이다.

## 26. 나머지정리를 이용하여 다항식의 나눗셈 문제 해결하기

정답 25

### 정답 해설

다항식  $f(x)$  를  $x-1$ 로 나눈 몫은  $Q(x)$ ,

나머지는 5이므로

$$f(x) = (x-1)Q(x) + 5$$

이다.

$Q(x)$  를  $x-2$ 로 나눈 나머지는 10이므로

$$Q(x) = (x-2)Q'(x) + 10$$

이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f(x) &= (x-1)\{(x-2)Q'(x) + 10\} + 5 \\ &= (x-1)(x-2)Q'(x) + 10(x-1) + 5 \\ &= (x-1)(x-2)Q'(x) + 10x - 5 \end{aligned}$$

이므로  $f(x)$  를  $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는  $10x-5$  이다. 따라서  $a=10$ ,  $b=-5$ 이므로

$$3a+b=25$$

이다.

## 27. 이차함수의 성질 추론하기

정답 54

### 정답 해설

조건 (가)에서  $f(x) = a(x+2)(x-4)$ 라 두면

$$f(x) = a(x-1)^2 - 9a \text{이다. (단, } a \text{는 상수)}$$

조건 (나)에서

i)  $a > 0$ 이면  $x=8$ 에서 최댓값 80을 가지므로

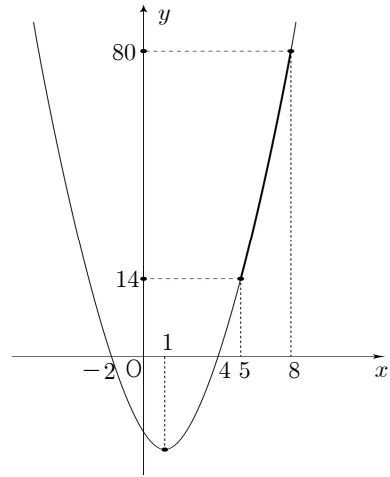
$$40a = 80 \text{ 즉, } a = 2 \text{이다.}$$

ii)  $a < 0$ 이면  $x=5$ 에서 최댓값 80을 가지므로

$$7a = 80 \text{ 즉, } a = \frac{80}{7} \text{이다. (부적합)}$$

i), ii)에 의해  $a=2$ 이다.

따라서  $f(x) = 2(x+2)(x-4)$ 이고,  $f(-5) = 54$ 이다.



## 28. 연립방정식을 이용하여 실생활 문제 해결하기

정답 32

### 정답 해설

(단계1)에서 학생 A, B, C가 갖게 된 사탕의 개수는 각각  $\frac{1}{2}p$ ,  $\frac{1}{4}p$ ,  $\frac{1}{4}p$ 이다.

(단계2)에서 학생 A, B, C가 갖게 된 사탕의 개수는 각각  $\frac{1}{3}q$ ,  $\frac{1}{3}q$ ,  $\frac{1}{3}q$ 이다.

(단계3)에서 학생 A, B, C가 갖게 된 사탕의 개수는 각각  $\frac{3}{8}r$ ,  $\frac{3}{8}r$ ,  $\frac{1}{4}r$ 이다.

그러므로 학생 A가 갖게 된 사탕의 개수는

$$\frac{p}{2} + \frac{q}{3} + \frac{3r}{8} = 14 \cdots \cdots ①$$

이고 학생 B가 갖게 된 사탕의 개수는

$$\frac{p}{4} + \frac{q}{3} + \frac{3r}{8} = 12 \cdots \cdots ②$$

이고 학생 C가 갖게 된 사탕의 개수는

$$\frac{p}{4} + \frac{q}{3} + \frac{r}{4} = 10 \cdots \cdots ③$$

이다. ①, ②, ③을 연립하면

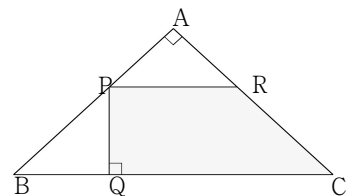
$$p = 8, q = 12, r = 16$$

이다. 따라서  $p+2q=32$ 이다.

## 29. 이차함수의 성질을 이용하여 도형 문제해결하기

정답 12

### 정답 해설



$\overline{BQ} = a$  라 하면  $\triangle PBQ$  는 직각이등변삼각형이므로  
 $\overline{BP} = \sqrt{2}a$  이다.  
 $\triangle APR$  는  $\overline{PA} = 6 - \sqrt{2}a$  인 직각이등변삼각형이므로  
 $\overline{PR} = \sqrt{2}(6 - \sqrt{2}a)$  이고  $\overline{CQ} = \overline{BC} - \overline{BQ} = 6\sqrt{2} - a$  이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \square PQCR &= \frac{1}{2} \times (6\sqrt{2} - 2a + 6\sqrt{2} - a) \times a \\ &= 6\sqrt{2}a - \frac{3}{2}a^2 \\ &= -\frac{3}{2}(a^2 - 4\sqrt{2}a + 8 - 8) \\ &= -\frac{3}{2}(a - 2\sqrt{2})^2 + 12 \end{aligned}$$

이다.

따라서  $\overline{BQ} = 2\sqrt{2}$  일 때,

$\square PQCR$  의 넓이의 최댓값은 12 이다.

**다른 풀이**

$\overline{PA} = 2x$  라 하면

삼각형 APR 의 넓이는  $2x^2$  이다.

$\overline{PB} = 6 - 2x$  에서

$\overline{BQ} = \overline{PQ} = 3\sqrt{2} - \sqrt{2}x$  이므로

삼각형 PBQ 의 넓이는  $(3-x)^2$  이다.

따라서 사각형 PQCR 의 넓이가 최대가 되기 위해서는  
 두 삼각형 APR 와 PBQ 의 넓이의 합이 최소가 되어야 한다.

따라서 두 삼각형 APR 와 PBQ 의 넓이의 합은

$3x^2 - 6x + 9$  이므로  $x = 1$  일 때, 넓이의 최솟값이 6 이다. 따라서 삼각형 ABC 의 넓이가 18 이므로 사각형 PQCR 의 넓이의 최댓값은  $18 - 6 = 12$  이다.

$$(2n+6)^2 - x^2 = (2n+2)^2 - y^2 \dots\dots ②$$

②에서  $8(2n+4) = (2n+4)(x-y)$  이므로

$$x-y=8 \dots\dots ③$$

이다.

①과 ③을 연립하여 풀면

$$x = n+6, y = n-2$$

이고 직각삼각형 ACD 에서  $(2n+2)^2 = 4n^2 + (n-2)^2$  이다.

이 식을 정리하면  $n^2 - 12n = 0$  에서

$$n = 12$$

이다. 따라서  $\overline{AB} = 30$ ,  $\overline{AC} = 26$  이므로

두 원의 넓이의 합  $S$  는

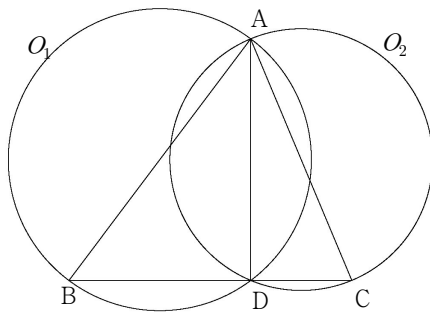
$$S = 15^2\pi + 13^2\pi = 394\pi$$

이다. 그러므로  $\frac{S}{\pi} = 394$  이다.

**30. 연립방정식을 이용하여 도형 문제 해결하기**

정답 394

**정답 해설**



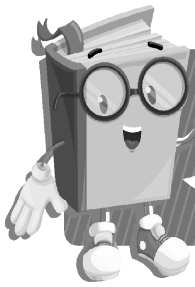
$\overline{AD}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AB}$  는 이 순서대로 네 개의 연속된 짝수이므로  
 $\overline{AD} = 2n$ ,  $\overline{AC} = 2n+2$ ,  $\overline{BC} = 2n+4$ ,  $\overline{AB} = 2n+6$  (단,  $n$  은 자연수)이라 두자.

$\overline{BD} = x$ ,  $\overline{CD} = y$  라 두면

$$x + y = 2n + 4 \dots\dots ①$$

두 삼각형 ABD 와 ACD 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BD}^2, \overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CD}^2 \text{ 이다.}$$



Answer & Explanation

10회

# 2019학년도 9월 전국연합학력평가

정답과 해설

고1 수학

## • 정답

본문 p. 111

1 ②	2 ④	3 ③	4 ⑤	5 ②
6 ⑤	7 ④	8 ③	9 ①	10 ②
11 ⑤	12 ①	13 ②	14 ③	15 ①
16 ③	17 ①	18 ④	19 ③	20 ⑤
21 ④	22 10	23 16	24 4	25 8
26 13	27 50	28 24	29 96	30 28

### 1. 다항식 계산하기

정답 ②

#### 정답 해설

$$A - B = (x^2 + 5x + 4) - (x^2 + 2) = 5x + 2$$

### 2. 복소수 계산하기

정답 ④

#### 정답 해설

$$(2+i) + (2-3i) = (2+2) + \{1+(-3)\}i = 4-2i$$

### 3. 이차방정식 계산하기

정답 ③

#### 정답 해설

이차방정식  $x^2 - 6x + a = 0$ 의 판별식을

$$D \text{라 하면 } D = 36 - 4a = 0$$

따라서  $a = 9$

### 4. 나머지정리 이해하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

$$f(x) = x^3 - x^2 + 3 \text{이라 하면}$$

$f(x)$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는

$$f(2) = 8 - 4 + 3 = 7$$

### 5. 도형의 평행이동 이해하기

정답 ②

#### 정답 해설

직선  $2x + y + 5 = 0$ 을  $x$ 축의 방향으로 2만큼,

$y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 직선의

$$\text{방정식은 } 2(x-2) + (y+1) + 5 = 0$$

$$2x + y + 2 = 0$$

따라서  $a = 2$

### 6. 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -6, \alpha\beta = 7$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-6)^2 - 2 \times 7 = 22$$

### 7. 인수분해 이해하기

정답 ④

#### 정답 해설

조립제법을 활용하여  $x^3 + 3x^2 - x - 3$ 을

인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 3 & -1 & -3 \\ & & 1 & 4 & 3 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x^2 + 4x + 3) = (x-1)(x+1)P(x)$$

$$(x-1)(x+1)(x+3) = (x-1)(x+1)P(x)$$

$$P(x) = x + 3$$

$$\text{따라서 } P(1) = 1 + 3 = 4$$

### 8. 연립방정식 이해하기

정답 ③

#### 정답 해설

$$\begin{cases} x - y - 1 = 0 & \cdots \text{㉠} \\ x^2 - xy + 2y = 4 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $y = x - 1$ 을 ㉡에 대입하면

$$x^2 - x(x-1) + 2(x-1) = 4$$

$$x + 2x - 2 = 4$$

$$\alpha = 2, \beta = 1$$

$$\text{따라서 } \alpha + \beta = 2 + 1 = 3$$

### 9. 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계 이해하기

정답 ①

#### 정답 해설

기울기가 5인 직선의  $y$ 절편을  $k$ 라 하면

이차함수  $f(x) = x^2 - 3x + 17$ 의 그래프와  
직선  $y = 5x + k$ 가 한 점에서 만난다.  
이차방정식  $x^2 - 8x + 17 - k = 0$ 의 판별식을  
 $D$ 라 하면  $D = 64 - 4(17 - k) = 0$   
따라서 직선의  $y$ 절편은 1

## 10. 복소수 이해하기

정답 ②

정답 해설

$$\begin{aligned} \frac{2a}{1-i} + 3i &= 2 + bi \\ \frac{2a(1+i)}{(1-i)(1+i)} + 3i &= 2 + bi \\ a(1+i) + 3i &= 2 + bi \\ a + (a+3)i &= 2 + bi \\ a = 2, b = 5 \\ \text{따라서 } a+b &= 2+5 = 7 \end{aligned}$$

## 11. 나머지정리 이해하기

정답 ⑤

정답 해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + ax + b \text{라 하면 나머지정리에 의하여} \\ f(1) &= 1 + a + b = 6 \cdots \text{㉠} \\ f(3) &= 9 + 3a + b = 6 \cdots \text{㉡} \\ \text{㉠, ㉡을 연립하면 } a &= -4, b = 9 \\ f(x) &= x^2 - 4x + 9 \\ \text{따라서 } f(x) \text{를 } x-4 \text{로 나누었을 때의} \\ \text{나머지는 } f(4) &= 16 - 16 + 9 = 9 \end{aligned}$$

## 12. 선분의 내분을 활용하여 문제 해결하기

정답 ①

정답 해설

$$\begin{aligned} \text{삼각형 BOC와 삼각형 OAC의 넓이의 비는} \\ 2:1 \text{이므로 } \overline{BO} : \overline{OA} &= 2:1 \\ \text{점 O는 선분 BA를 } 2:1 \text{로 내분하는 점이다.} \\ 0 &= \frac{a+6}{3}, a = -6 \\ 0 &= \frac{b+2}{3}, b = -2 \\ \text{따라서 } a+b &= (-6) + (-2) = -8 \end{aligned}$$

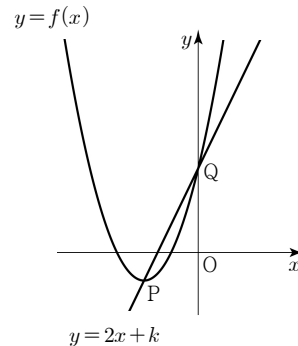
## 13. 이차함수의 그래프 이해하기

정답 ②

정답 해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 4x + 3 = (x+2)^2 - 1 \\ \text{직선 } y &= 2x + k \text{가 점 } P(-2, -1) \text{을 지나므로} \\ -1 &= 2 \times (-2) + k, k = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 3 &= 2x + 3 \\ x^2 + 2x &= x(x+2) = 0 \\ \text{그러므로 점 Q의 좌표는 } Q(0, 3) \\ \text{따라서 선분 PQ의 길이는} \\ \sqrt{\{0 - (-2)\}^2 + \{3 - (-1)\}^2} &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$



## 14. 이차부등식을 활용하여 문제 해결하기

정답 ③

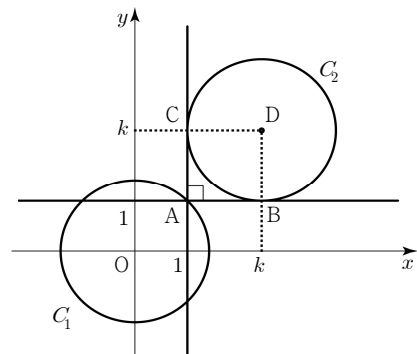
정답 해설

$$\begin{aligned} x^2 - (n+5)x + 5n &\leq 0 \\ (x-n)(x-5) &\leq 0 \\ \text{(i) } n < 5 \text{일 때,} \\ \text{부등식의 해는 } n \leq x \leq 5 \\ \text{정수 } x \text{의 개수는 } 6-n \text{이므로 } 6-n &= 3 \\ n &= 3 \\ \text{(ii) } n = 5 \text{일 때,} \\ (x-5)^2 \leq 0 \text{의 해는 } x &= 5 \\ \text{정수 } x \text{의 개수는 } 1 \text{이므로 성립하지 않는다.} \\ \text{(iii) } n > 5 \text{일 때,} \\ \text{부등식의 해는 } 5 \leq x \leq n \\ \text{정수 } x \text{의 개수는 } n-4 \text{이므로 } n-4 &= 3 \\ n &= 7 \\ \text{(i), (ii), (iii)에서} \\ \text{모든 자연수 } n \text{의 값의 합은 } 3+7 &= 10 \end{aligned}$$

## 15. 도형의 평행이동을 활용하여 문제 해결하기

정답 ①

정답 해설



점 A(1, 1)에서 원  $C_2$ 에 그은 두 접선이  
원  $C_2$ 와 만나는 점을 각각 B, C라 하고,  
원  $C_2$ 의 중심을 D(k, k)라 하자.  
사각형 ABDC는 한 변의 길이가  $\sqrt{2}$ 인  
정사각형이다.  
 $k > 2$ 이므로  $k = 1 + \sqrt{2}$

### 16. 점과 직선 사이의 거리를 활용하여 문제 해결하기 정답 ③

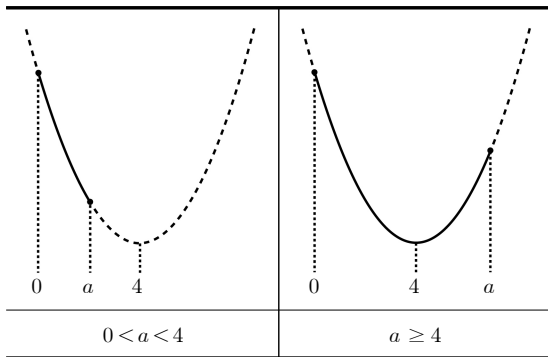
정답 해설

직선 AB의 방정식은  $y = \frac{1}{2}x + 3$   
직선 AB를 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한  
직선 A'B의 방정식은  $y = 2x - 6$   
점 C와 직선 A'B 사이의 거리는  
점 C와 직선 AB 사이의 거리의 2배이다.  
 $\frac{|-k-6|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{|-2k+6|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} \times 2$   
 $0 < k < 3$ 이므로  $k+6 = 2(-2k+6)$   
따라서  $k = \frac{6}{5}$

### 17. 이차함수의 최솟값 추론하기 정답 ①

정답 해설

$f(x) = x^2 - 8x + a + 6 = (x-4)^2 + a - 10$   
 $a$ 의 값에 따른  $y = f(x)$ 의 그래프의 개형은  
다음과 같다.



(i)  $0 < a < 4$ 일 때,  
최솟값은  $f(a) = a^2 - 7a + 6 = (a-1)(a-6) = 0$   
 $a = 1$  또는  $a = 6$   
 $0 < a < 4$ 이므로  $a = 1$   
(ii)  $a \geq 4$ 일 때,  
최솟값은  $f(4) = a - 10 = 0$   
 $a = 10$   
(i), (ii)에서  $f(x)$ 의 최솟값이 0이 되도록

하는 모든  $a$ 의 값의 합은  $1 + 10 = 11$

### 18. 두 직선의 위치 관계를 활용하여 추론하기 정답 ④

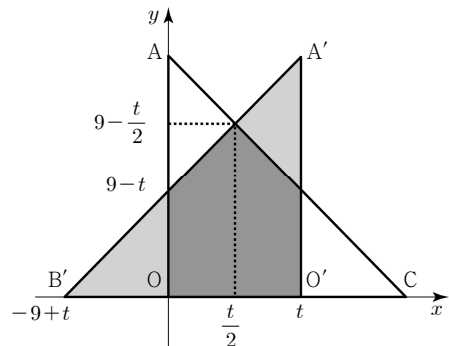
정답 해설

점 A(a, 4)는 직선  $l: y = \frac{1}{m}x + 2$  위의  
점이므로  $a = 2m$   
직선 BH는 직선  $l$ 에 수직이므로  
직선 BH의 방정식은  $y = -m(x - 2m)$   
 $\frac{1}{m}x + 2 = -m(x - 2m)$   
직선  $l$ 과 직선 BH가 만나는 점 H의 좌표는  
 $H\left(\frac{2m^3 - 2m}{m^2 + 1}, \frac{4m^2}{m^2 + 1}\right)$   
선분 OH의 길이는  
 $\sqrt{\left(\frac{2m^3 - 2m}{m^2 + 1}\right)^2 + \left(\frac{4m^2}{m^2 + 1}\right)^2}$   
 $= \frac{|2m|}{m^2 + 1} \sqrt{m^4 + 2 \times m^2 + 1}$   
 $= |2m|$   
이므로 선분 OH의 길이와 선분 OB의 길이가  
서로 같다.  
따라서 삼각형 OBH는  $m$ 의 값에 관계없이  
이등변삼각형이다.  
그러므로  $f(m) = 2m$ ,  $g(m) = m^2 + 1$ ,  $k = 2$   
따라서  $f(2) \times g(2) = 4 \times 5 = 20$

### 19. 점의 평행이동을 활용하여 문제 해결하기 정답 ③

정답 해설

(i)  $0 < t < 9$ 일 때,

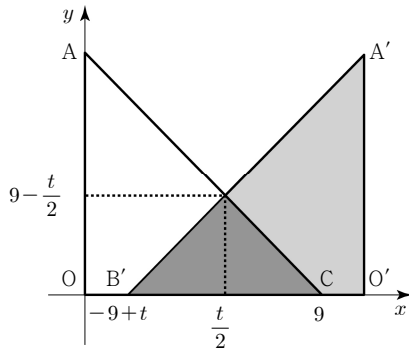


$$S(t) = 2 \times \frac{1}{2} \times \left(9 - t + 9 - \frac{t}{2}\right) \times \frac{t}{2}$$

$$= \frac{3}{4}t(12 - t) = -\frac{3}{4}(t - 6)^2 + 27$$

따라서  $t = 6$ 일 때,  $S(t)$ 의 최댓값은 27

(ii)  $9 \leq t < 18$ 일 때,



$$S(t) = \frac{1}{2} \times (18-t) \times \left(9 - \frac{t}{2}\right) = \frac{1}{4}(t-18)^2$$

따라서  $t=9$  일 때,  $S(t)$ 의 최댓값은  $\frac{81}{4}$

(i), (ii)에서  $S(t)$ 의 최댓값은 27

## 20. 인수분해를 활용하여 추론하기

정답 ⑤

정답 해설

ㄱ.  $P(\sqrt{n}) = (\sqrt{n})^4 + (\sqrt{n})^2 - n^2 - n = 0$  (참)

ㄴ.  $P(x) = (x^2 - n)(x^2 + n + 1)$  이므로

방정식  $P(x)=0$ 은  $x = \sqrt{n}$ ,  $x = -\sqrt{n}$  만을 실근으로 가진다.

따라서 실근의 개수는 2 (참)

ㄷ. 모든 정수  $k$ 에 대하여

$P(k) = (k^2 - n)(k^2 + n + 1)$  에서

$k^2 + n + 1 > 0$  이고,  $P(k) \neq 0$ 을 만족시키려면

$n \neq k^2$  이어야 하므로  $n$ 은 완전제곱수가 아닌 정수이다.

그러므로  $n$ 의 값은 2, 3, 5, 6, 7, 8

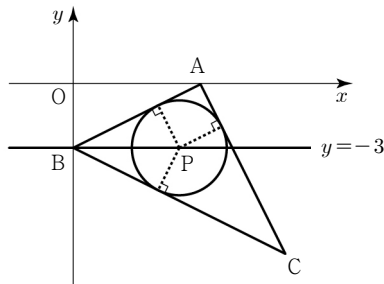
따라서 모든  $n$ 의 값의 합은 31 (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 21. 원과 직선의 위치 관계를 활용하여 문제 해결하기

정답 ④

정답 해설



직선 AB를  $l$ 이라 하면  $l: y = \frac{1}{2}x - 3$

직선 BC를  $m$ 이라 하면  $m: y = -\frac{1}{2}x - 3$

직선 CA를  $n$ 이라 하면  $n: y = -2x + 12$

삼각형 ABC에 내접하는 원의 중심 P의 좌표를

$P(a, b)$ 라 하자. (단,  $0 < a < 10$ )

점 P와 직선  $l$  사이의 거리와

점 P와 직선  $m$  사이의 거리가 같으므로

$$\frac{|a-2b-6|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \frac{|a+2b+6|}{\sqrt{1^2+2^2}}$$

$$|a-2b-6| = |a+2b+6|$$

$$a=0 \text{ 또는 } b=-3$$

$$0 < a < 10 \text{ 이므로 } b=-3 \dots \textcircled{1}$$

또한 점 P와 직선  $m$  사이의 거리와

점 P와 직선  $n$  사이의 거리가 같으므로

$$\frac{|a+2b+6|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{|2a+b-12|}{\sqrt{2^2+1^2}}$$

$$\textcircled{1} \text{을 대입하면 } |a| = |2a-15|$$

$$a=15 \text{ 또는 } a=5$$

$$0 < a < 10 \text{ 이므로 } a=5$$

그러므로  $P(5, -3)$

따라서 선분 OP의 길이는

$$\sqrt{5^2+(-3)^2} = \sqrt{34}$$

## 22. 다항식 계산하기

정답 10

정답 해설

$$(x+3)(x^2+2x+4) = x^3+5x^2+10x+12$$

따라서  $x$ 의 계수는 10

## 23. 이차함수의 최댓값 이해하기

정답 16

정답 해설

$$f(x) = -x^2 - 4x + k = -(x+2)^2 + k + 4$$

이차함수  $f(x)$ 의 최댓값은  $k+4=20$

따라서  $k=16$

## 24. 원의 방정식 계산하기

정답 4

정답 해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11$$

$$= (x-1)^2 + (y+2)^2 - 5 - 11 = 0$$

원의 방정식은  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$

따라서 원의 반지름의 길이는 4

## 25. 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계 이해하기

정답 8

정답 해설

이차함수  $f(x) = x^2 - 2x + k$ 의 그래프와



직선  $y=3x+1$  이 만나지 않으므로 이차방정식  
 $x^2-5x+k-1=0$  의 판별식을  $D$  라 하면  
 $D=25-4k+4<0$   
 $k>\frac{29}{4}$   
 따라서 자연수  $k$  의 최솟값은 8

## 26. 연립부등식 이해하기

정답 13

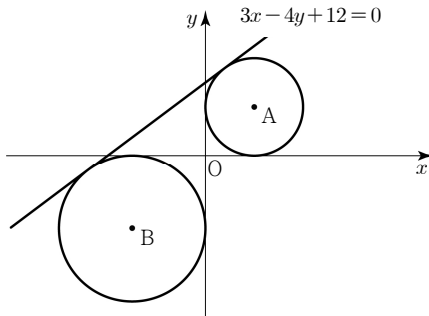
### 정답 해설

$x^2-x-56 \leq 0$  에서  $(x+7)(x-8) \leq 0$   
 $-7 \leq x \leq 8 \cdots \text{㉠}$   
 $2x^2-3x-2 > 0$  에서  $(x-2)(2x+1) > 0$   
 $x < -\frac{1}{2}$  또는  $x > 2 \cdots \text{㉡}$   
 ㉠, ㉡을 연립하면  
 $-7 \leq x < -\frac{1}{2}$  또는  $2 < x \leq 8$   
 주어진 부등식을 만족시키는 정수  $x$  는  
 $-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1,$   
 $3, 4, 5, 6, 7, 8$   
 따라서 정수  $x$  의 개수는 13

## 27. 원과 직선의 위치 관계를 활용하여 문제 해결하기

정답 50

### 정답 해설



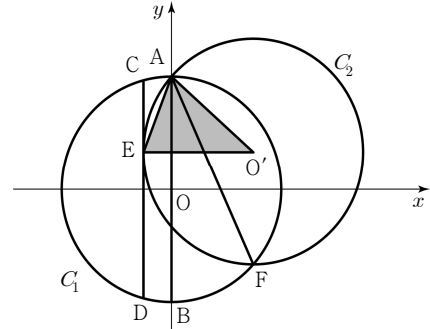
원의 중심을  $(a, a)$  라 하면  
 점  $(a, a)$  와 직선  $3x-4y+12=0$  사이의  
 거리는 반지름의 길이  $|a|$  와 같으므로  
 $\frac{|3a-4a+12|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = |a|$   
 $|-a+12| = 5|a|$   
 양변을 제곱하여 정리하면  
 $a^2+a-6=0$   
 $a=-3$  또는  $a=2$   
 제1사분면 위의 점을 A, 제3사분면 위의  
 점을 B 라 하면  $A(2, 2)$ ,  $B(-3, -3)$   
 따라서  $\overline{AB}^2 = \{2-(-3)\}^2 + \{2-(-3)\}^2 = 50$

## 28. 원의 방정식을 활용하여 문제 해결하기

정답 24

### 정답 해설

점 O 를 중심으로 하는 원을  $C_1$ ,  
 점 O' 을 중심으로 하는 원을  $C_2$  라 하자.



직선 CD 는 원  $C_2$  의 접선이므로 직선 CD 와  
 직선 EO' 은 서로 수직이다.  
 $O'(a, b)$  에 대하여 삼각형 AEO' 의 넓이는  
 $\frac{1}{2} \times 6 \times (6-b) = 12$   
 $b=2$   
 따라서 원  $C_2$  의 방정식은  
 $(x-a)^2 + (y-2)^2 = 36$   
 원  $C_2$  는 점  $A(0, 6)$  을 지나므로  
 $a^2+16=36$   
 $a^2=20$   
 따라서  $a^2+b^2=24$

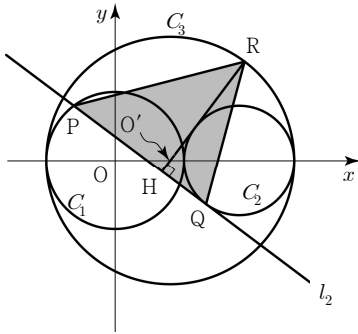
## 29. 직선의 방정식을 활용하여 문제 해결하기

정답 96

### 정답 해설

직선 AC 의 기울기는  
 $\frac{-2-2\sqrt{2}}{2} = -1-\sqrt{2}$   
 직선 AC 와 직선 BD 는 서로 수직이므로  
 직선 BD 의 기울기는  $\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$   
 직선 BD 의 방정식은  
 $y = (\sqrt{2}-1)(x+2)$   
 점 F 의 좌표는  $F(0, -2+2\sqrt{2})$   
 따라서 선분 AF 의 길이는 4  
 사각형 AEFD 는 지름이  $\overline{AF}$  인 원에 내접하고, 사각형 BCDE 는  
 지름이  $\overline{BC}$  인 원에  
 내접한다. 두 원의 지름의 길이가 같으므로  
 호 ED 에 대한 원주각의 크기가 같다.  
 그러므로  $\angle EAD = \angle DBE$





원  $C_3$ 의 중심을  $O'$ 이라 하자.

점  $O'(\frac{4}{5}a, 0)$ 과 직선  $l_2$  사이의 거리는

$$\frac{\left| 15 \times \frac{4}{5}a - 7a \right|}{\sqrt{15^2 + 20^2}} = \frac{5a}{25} = \frac{1}{5}a$$

점 R에서 직선  $l_2$ 에 내린 수선의 발을 H라

하면, 직선 RH가 점  $O'$ 을 지날 때

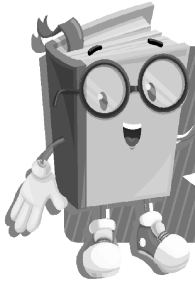
삼각형 PQR의 넓이가 최대이다.

그러므로 삼각형 PQR의 넓이의 최댓값은

$$\frac{1}{2} \times \frac{12}{5}a \times \left( \frac{1}{5}a + \frac{9}{5}a \right) = \frac{12}{5}a^2 = 240$$

$$a = 10, \quad b = \frac{9}{5} \times 10 = 18$$

따라서  $a+b=28$



Answer & Explanation  
**11** 회

# 2018학년도 9월 전국연합학력평가

정답과 해설  
고1 수학

## • 정답

본문 p. 123

1 ③	2 ⑤	3 ②	4 ③	5 ④
6 ④	7 ①	8 ①	9 ①	10 ③
11 ③	12 ⑤	13 ①	14 ②	15 ⑤
16 ④	17 ③	18 ②	19 ②	20 ⑤
21 ②	22 15	23 4	24 14	25 22
26 9	27 6	28 125	29 2	30 43

### 1. 복소수 계산하기

정답 ③

#### 정답 해설

$$(1+2i) + (3-i) = (1+3) + \{2+(-1)\}i \\ = 4+i$$

### 2. 다항식의 인수분해 계산하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

$$x^3 - 27 = (x-3)(x^2 + 3x + 9) \text{ 이므로} \\ a = 3, b = 9 \\ \text{따라서 } a+b = 12$$

### 3. 다항식의 연산 계산하기

정답 ②

#### 정답 해설

$$A+B = (x^2 - 2x - 4) + (2x - 3) = x^2 - 7$$

### 4. 두 점 사이의 거리 계산하기

정답 ③

#### 정답 해설

$$AB = \sqrt{(0-2)^2 + (a-0)^2} = \sqrt{13} \text{ 이므로} \\ a^2 + 4 = 13 \\ a^2 = 9 \ (a > 0) \\ \text{따라서 } a = 3$$

### 5. 항등식의 성질 이해하기

정답 ④

#### 정답 해설

주어진 등식의 우변을  $x$ 에 대하여 정리하면  
 $2x^2 + 3x + 4 = 2x^2 + (4+a)x + (2+a+b)$   
 항등식의 성질을 이용하여 양변의  
 동류항의 계수를 비교하면  
 $4+a=3, 2+a+b=4$   
 즉,  $a=-1, b=3$   
 따라서  $a-b=-4$

### 6. 이차방정식의 근의 판별 이해하기

정답 ④

#### 정답 해설

이차방정식  $x^2 + 4x + k - 3 = 0$ 이 실근을 가지려면  
 판별식을  $D$ 라 할 때,  
 $\frac{D}{4} = 4 - (k-3) \geq 0$  즉,  $k \leq 7$   
 따라서 자연수  $k$ 의 개수는 7

### 7. 도형의 대칭이동 이해하기

정답 ①

#### 정답 해설

직선  $y = ax - 6$ 을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한  
 직선은  $y = -ax + 6$ 이고, 이 직선이  
 점  $(2, 4)$ 를 지나므로  $4 = -2a + 6$   
 따라서  $a = 1$

### 8. 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기

정답 ①

#### 정답 해설

이차방정식  $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 실근이  
 $\alpha, \beta$ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여  
 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 1$   
 $\alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 - 5\alpha\beta$   
 $= (-3)^2 - 5 \times 1 = 4$

9. 점의 대칭이동 이해하기

정답 ①

정답 해설

A(2, 3), B(-2, -3) 이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2-2)^2 + (-3-3)^2} = 2\sqrt{13}$$

10. 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

정답 ③

정답 해설

부등식  $|3x-2| \leq a$  ( $a > 0$ )를 풀면

$$\frac{-a+2}{3} \leq x \leq \frac{a+2}{3} \text{ 이므로}$$

$$\frac{a+2}{3} = 2, \frac{-a+2}{3} = b$$

$$\text{즉, } a=4, b=-\frac{2}{3}$$

$$\text{따라서 } a+b = \frac{10}{3}$$

11. 복소수의 연산을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

정답 ③

정답 해설

$2-3i$ ,  $1+2i$ ,  $6+9i$ 에서

$$(2-3i)(6+9i) = 39$$

따라서  $a = 39$

12. 이차함수의 그래프 이해하기

정답 ⑤

정답 해설

두 이차함수  $y = -(x-1)^2 + a$ ,

$y = 2(x-1)^2 - 1$ 의 그래프의 축의 방정식은

$x=1$ 로 서로 같다.

그림과 같이 두 이차함수의 그래프의 교점을

각각 A, B라 하면

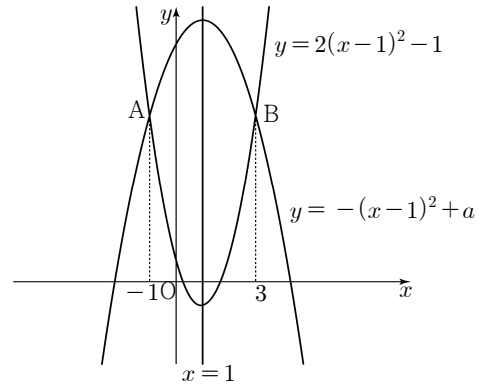
두 점 A, B 사이의 거리가 4이므로

두 점 A, B의  $x$ 좌표는 각각 -1, 3

$x=3$ 일 때, 두 이차함수의 함숫값이 같으므로

$$-(3-1)^2 + a = 2(3-1)^2 - 1$$

따라서  $a = 11$



13. 연립방정식 이해하기

정답 ①

정답 해설

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 & \cdots \text{㉠} \\ 2x^2 - y^2 = 2 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠의 좌변을 인수분해하면

$$(x-y)(x-2y) = 0 \text{에서}$$

$$y = x \text{ 또는 } y = \frac{1}{2}x$$

i)  $y = x$ 일 때 ㉡에 대입하면

$$x^2 = 2, y^2 = 2$$

$$\text{따라서 } \alpha^2 + \beta^2 = 4$$

ii)  $y = \frac{1}{2}x$ 일 때 ㉡에 대입하면

$$x^2 = \frac{8}{7}, y^2 = \frac{2}{7}$$

$$\text{따라서 } \alpha^2 + \beta^2 = \frac{10}{7}$$

i), ii)에서  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최댓값은 4

14. 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 ②

정답 해설

$x$ 에 대한 이차함수  $y = x^2 - 4kx + 4k^2 + k$ 의

그래프와 직선  $y = 2ax + b$ 가 접하려면

이차방정식  $x^2 - 2(2k+a)x + 4k^2 + k - b = 0$ 의

판별식을  $D$ 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = (2k+a)^2 - 4k^2 - k + b$$

$$= (4a-1)k + a^2 + b = 0 \cdots \text{㉠}$$

㉠이  $k$ 의 값에 관계없이 성립하므로

$$a = \frac{1}{4}, b = -\frac{1}{16}$$

$$\text{따라서 } a+b = \frac{3}{16}$$

**15. 선분의 내분을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기** 정답 ⑤

정답 해설

직선  $3x + 4y - 12 = 0$ 이  $x$  축,  $y$  축과 만나는 점은 각각  $A(4, 0)$ ,  $B(0, 3)$  이므로

선분  $AB$  를 2 : 1로 내분하는 점은  $P\left(\frac{4}{3}, 2\right)$

점  $P$  를  $x$  축,  $y$  축에 대하여 대칭이동한 점은

각각  $Q\left(\frac{4}{3}, -2\right)$ ,  $R\left(-\frac{4}{3}, 2\right)$  이므로

삼각형  $RQP$  의 무게중심의 좌표  $(a, b)$  는

$$\left(\frac{4}{9}, \frac{2}{3}\right)$$

따라서  $a + b = \frac{10}{9}$

**16. 선분의 내분을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기** 정답 ④

정답 해설

조건 (가)에 의해  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

조건 (나)에 의해

삼각형  $ADE$  와 삼각형  $ABC$  의 넓이의 비가

1 : 9 이므로 두 삼각형의 닮음비는 1 : 3

점  $E$  는 선분  $AC$  를 1 : 2로 내분하는 점이므로

$E(4, 3)$

직선  $BE$  의 방정식은  $y = \frac{1}{2}x + 1$

따라서  $k = \frac{1}{2}$

**17. 나머지정리를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기** 정답 ③

정답 해설

$f(x)$  는 이차식,  $g(x)$  는 일차식이므로

$f(x) - g(x) = 0$  은 이차방정식이고

조건 (가)에 의해

$$f(x) - g(x) = a(x-1)^2 \quad (a \text{ 는 상수}) \cdots \textcircled{1}$$

조건 (나)에 의해  $f(2) = 2$ ,  $g(2) = 5$

① 에  $x = 2$  를 대입하면

$$f(2) - g(2) = a \text{ 즉, } a = -3$$

$$f(x) - g(x) = -3(x-1)^2$$

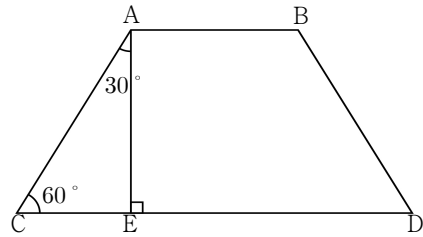
나머지정리에 의해  $f(-1) - g(-1) = -12$

따라서  $-12$

**18. 연립부등식을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기** 정답 ②

정답 해설

점  $A$  에서 선분  $CD$  에 내린 수선의 발을  $E$  라 하자.



사각형  $ACDB$  는 등변사다리꼴이고,

중앙 스크린의 가로인 선분  $AB$  의 길이가

$d(d > 0)$  이므로

$$\overline{CE} = 10 - \frac{1}{2}d, \overline{AE} = \sqrt{3}\left(10 - \frac{1}{2}d\right)$$

$$\overline{AC} = 2\left(10 - \frac{1}{2}d\right)$$

$$d \leq 4 \times 2\left(10 - \frac{1}{2}d\right) \text{ 이므로}$$

$$d \leq 16 \cdots \textcircled{1}$$

사다리꼴  $ACDB$  의 넓이가  $75\sqrt{3}$  이하이므로

$$\frac{1}{2} \times (d + 20) \times \sqrt{3}\left(10 - \frac{1}{2}d\right) \leq 75\sqrt{3}$$

$$\text{즉, } d \leq -10 \text{ 또는 } d \geq 10 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의해 } d \leq -10 \text{ 또는 } 10 \leq d \leq 16$$

$d > 0$  이므로  $10 \leq d \leq 16$

따라서  $d$  의 최댓값과 최솟값의 합은 26

**19. 원과 직선의 위치 관계를 이용하여 추론하기** 정답 ②

정답 해설

그림과 같이 세 점  $O, A, B$  를 지나는 원  $C$  의

방정식은  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$  이므로

선분  $OA$  는 원  $C$  의 지름이다.

직선  $l_1$  은 직선  $OA$  와 수직이고 점  $O$  를

지나므로

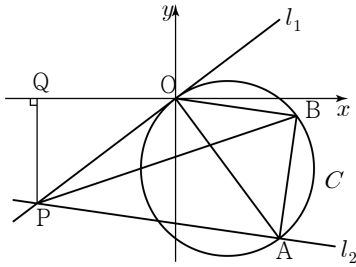
$$\text{직선 } l_1 \text{ 의 방정식은 } y = -\frac{3}{4}x \text{ 이다.}$$

점  $A$  를 지나고 직선  $OB$  와

평행한 직선을  $l_2$  라 하면, 두 직선  $l_1, l_2$  가

만나는 점이 두 삼각형  $OAB$  와  $OPB$  의

넓이가 같게 되는 점  $P$  이다.



직선  $l_2$ 의 기울기와 직선 OB의 기울기는 같고,  
직선  $l_2$ 는 점 A를 지나므로

$$y - (-8) = -\frac{1}{7}(x - 6)$$

즉, 직선  $l_2$ 의 방정식은  $y = -\frac{1}{7}x - \frac{50}{7}$ 이다.

점 P는 두 직선  $l_1, l_2$ 가 만나는 점이므로

점 P의  $x$ 좌표는

$$\text{방정식 } -\frac{1}{7}x - \frac{50}{7} = \frac{3}{4}x \text{의 근이다.}$$

즉, 점 P의  $x$ 좌표는  $-8$ 이다.

따라서 선분 QO의 길이는  $|-8|$ 이다.

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{3}{4}x, g(x) = -\frac{1}{7}x - \frac{50}{7}$$

$k = -8$ 이므로

$$f(2k) + g(-1) = -19$$

## 20. 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 추론하기 정답 ⑤

### 정답 해설

ㄱ. 최고차항의 계수가 1이고  $x$ 축과 만나는

점의  $x$ 좌표가 1,  $a$ 이므로

$$f(x) = (x-1)(x-a)$$

따라서  $f(2) = 2 - a$  (참)

ㄴ. 이차함수  $y = f(x)$ 의 축의 방정식이

$$x = \frac{a+1}{2} \text{이므로}$$

$$\text{점 P의 } x \text{좌표는 } \frac{a+1}{2} \dots \text{㉠}$$

이차함수  $y = f(x)$ 와 직선 PB의 방정식을  
연립하여 정리하면

$$(x-1)(x-a) = m(x-a)$$

$$(x-a)(x-1-m) = 0 \text{에서}$$

$$x = a \text{ 또는 } x = m+1 \text{이므로}$$

$$\text{점 P의 } x \text{좌표는 } m+1 \dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에 의해 } a = 2m+1 \dots \text{㉢}$$

이차함수  $y = f(x)$ 와 직선 AQ의 방정식을  
연립하여 정리하면

$$(x-1)(x-a) = m(x-1)$$

$$(x-1)(x-m-a) = 0 \text{에서}$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = m+a \text{이므로}$$

두 점 Q, R의  $x$ 좌표는  $m+a$

$$\text{㉢에 의해 } \overline{AR} = (a+m)-1 = 3m \text{ (참)}$$

$$\text{ㄷ. } \overline{BR} = m, \overline{QR} = m(a+m-1) = 3m^2 \text{이고,}$$

삼각형 BRQ의 넓이가  $\frac{81}{2}$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times m \times 3m^2 = \frac{81}{2}$$

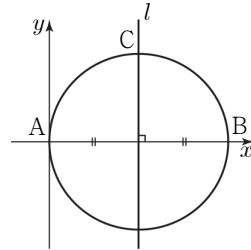
$$\text{즉, } m = 3, a = 7$$

따라서  $a+m = 10$  (참)

## 21. 원의 성질을 이용하여 추론하기 정답 ②

### 정답 해설

i)  $a = 0$ 일 때, 직선  $l$ 의 방정식은  $x = \frac{3}{2}$



$$\overline{OC} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

ii)  $a \neq 0$ 일 때,

$$\angle AOB = \angle ACB = 90^\circ \text{이므로}$$

네 점 A, O, B, C가 한 원 위에 있고,

선분 AB는 이 원의 지름이다.

이 원의 방정식은

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2+9}{4} \dots \text{㉠}$$

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 점 C는 선분 AB의  
수직이등분선  $l$ 과 원이 만나는 점이다.

$$\text{직선 } l \text{의 방정식은 } y - \frac{a}{2} = \frac{3}{a}\left(x - \frac{3}{2}\right) \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에 의해

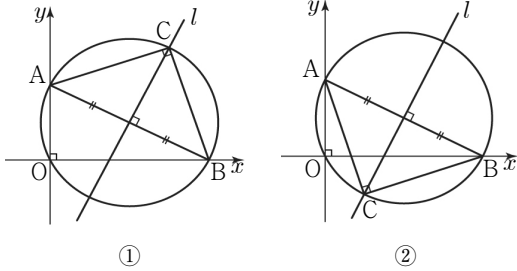
$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{a^2}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{a^2+9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$x = \frac{3+a}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3-a}{2}$$

㉡에 대입하면 점 C의 좌표는

$$C\left(\frac{3+a}{2}, \frac{3+a}{2}\right) \text{ 또는 } C\left(\frac{3-a}{2}, -\frac{3-a}{2}\right)$$



①  $C\left(\frac{3+a}{2}, \frac{3+a}{2}\right)$  일 경우

$$\overline{OC} = \sqrt{\left(\frac{3+a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3+a}{2}\right)^2} = \sqrt{2} \left| \frac{3+a}{2} \right|$$

$-1 \leq a \leq 2 (a \neq 0)$  이므로

$$\sqrt{2} \leq \overline{OC} < \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \text{또는} \quad \frac{3\sqrt{2}}{2} < \overline{OC} \leq \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

②  $C\left(\frac{3-a}{2}, -\frac{3-a}{2}\right)$  일 경우

$$\overline{OC} = \sqrt{\left(\frac{3-a}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3-a}{2}\right)^2} = \sqrt{2} \left| \frac{3-a}{2} \right|$$

$-1 \leq a \leq 2 (a \neq 0)$  이므로

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \overline{OC} < \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \text{또는} \quad \frac{3\sqrt{2}}{2} < \overline{OC} \leq 2\sqrt{2}$$

i), ii)에 의해  $M = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ ,  $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서  $\frac{M}{m} = 5$

## 22. 다항식의 연산 계산하기

정답 15

정답 해설

$$(x+6)(2x^2+3x+1) = 2x^3+15x^2+19x+6$$

따라서  $x^2$ 의 계수는 15

## 23. 인수정리 이해하기

정답 4

정답 해설

$$f(x) = x^3 - 2x - a \text{ 라 하면}$$

$$\text{인수정리에 의해 } f(2) = 8 - 4 - a = 0$$

따라서  $a = 4$

## 24. 원과 직선의 위치 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 14

정답 해설

직선  $y = 2x + k$ 를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,

$y$ 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한

직선의 방정식은  $y + 3 = 2(x - 2) + k$

직선  $2x - y - 7 + k = 0$ 이 원과 한 점에서 만나므로

$$\frac{|-7+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \sqrt{5} \quad \text{즉, } |-7+k| = 5$$

$k = 2$  또는  $k = 12$

따라서 모든 상수  $k$ 의 값의 합은 14

## 25. 이차함수의 최대, 최소 이해하기

정답 22

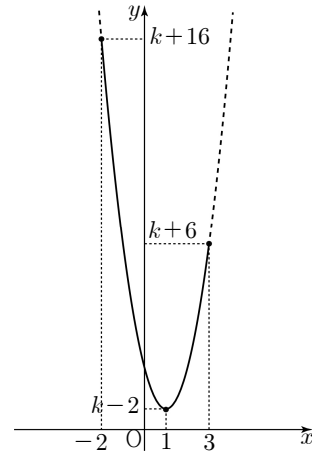
정답 해설

$$f(x) = 2x^2 - 4x + k = 2(x-1)^2 + k - 2$$

이차함수의 그래프의 꼭짓점의

$x$ 좌표 1은 주어진  $x$ 의 값의 범위에 속한다.

$$f(-2) = k + 16, \quad f(1) = k - 2, \quad f(3) = k + 6$$



함수  $f(x)$ 의 최솟값은

$$f(1) = k - 2 = 1 \text{ 이므로 } k = 3$$

함수  $f(x)$ 의 최댓값은

$$M = f(-2) = 16 + k = 19$$

따라서  $k + M = 22$

## 26. 연립부등식 이해하기

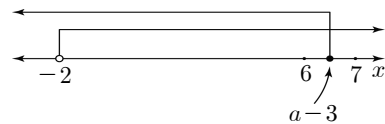
정답 9

정답 해설

$$3x - 1 < 5x + 3 \text{ 에서 } x > -2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$5x + 3 \leq 4x + a \text{ 에서 } x \leq a - 3 \quad \cdots \textcircled{2}$$

두 부등식 ①, ②을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수가 8이 되도록 수직선 위에 나타내면



$$6 \leq a - 3 < 7$$

$$9 \leq a < 10$$

따라서  $a = 9$



**27. 원과 직선의 위치 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기**

정답 6

**정답 해설**

원  $(x-a)^2 + (y-a)^2 = b^2$  을  $y$  축의 방향으로  
 $-2$ 만큼 평행이동한 도형은 중심이  $(a, a-2)$ , 반지름이  $a-2$   
 $(a > 2)$ 인 원이다.

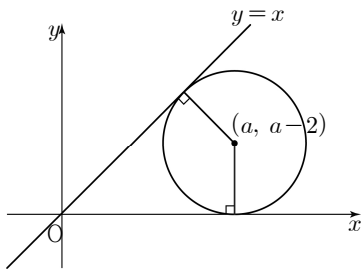
또한 이 원이 직선  $y = x$  과 접하므로

$$\frac{|a - (a-2)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = a-2$$

$$a = 2 + \sqrt{2}$$

$$b = a - 2 = \sqrt{2}$$

$$\text{따라서 } a^2 - 4b = 6$$



**28. 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기**

정답 125

**정답 해설**

직선  $l_1$  의 기울기를  $m$  이라 하면

직선  $l_1$  의 방정식은

$$y - 1 = m(x - 1)$$

직선  $l_1$  이 이차함수  $y = x^2$  의 그래프와 접하므로

이차방정식  $x^2 - mx + m - 1 = 0$  의 판별식을

$D$ 라 할 때

$$D = (-m)^2 - 4(m - 1) = (m - 2)^2 = 0$$

$$\text{즉, } m = 2$$

직선  $l_1$  의 방정식은  $y = 2x - 1$  이므로

$$Q(0, -1)$$

두 직선  $l_1, l_2$  가 서로 수직이므로 직선  $l_2$  의

$$\text{기울기는 } -\frac{1}{2}$$

$$\text{직선 } l_2 \text{ 의 방정식은 } y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \text{ 이고}$$

$y = x^2$  과 연립하여 정리하면

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

$$(x - 1)(2x + 3) = 0 \text{ 이므로 } R\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$$

$$\triangle PRQ = \frac{1}{2} \times \overline{PQ} \times \overline{PR}$$

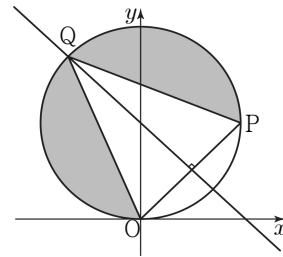
$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \frac{5\sqrt{5}}{4} = \frac{25}{8}$$

$$\text{따라서 } 40S = 125$$

**29. 원과 직선의 위치 관계를 이용하여 추론하기**

정답 2

**정답 해설**



직선  $y = mx - m + 1 = m(x - 1) + 1$  은

$m$  의 값에 관계없이 점  $(1, 1)$  을 지난다.

점  $P$  의  $x$  좌표는 점  $Q$  의  $x$  좌표보다 크므로

$$P(1, 1)$$

$$S_1 = S_2 \text{ 이므로 } \overline{PQ} = \overline{OQ}$$

삼각형  $PQO$  가 이등변삼각형이므로

선분  $OP$  의 수직이등분선은 점  $Q$  를 지난다.

선분  $OP$  를 수직이등분하는 직선의 방정식은

$$y - \frac{1}{2} = -\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{즉, } y = -x + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$  을  $x^2 + (y - 1)^2 = 1$  에 대입하여 정리하면

$$x^2 + (-x + 1 - 1)^2 = 1$$

$$\text{즉, } x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ 또는 } x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

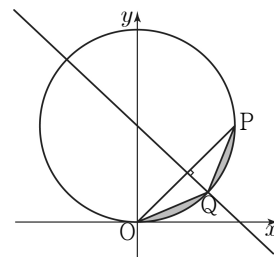
$$Q\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ 또는 } Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$m$  은 직선  $PQ$  의 기울기이므로

$$m = 1 - \sqrt{2} \text{ 또는 } m = 1 + \sqrt{2}$$

따라서 모든 실수  $m$  의 값의 합은 2

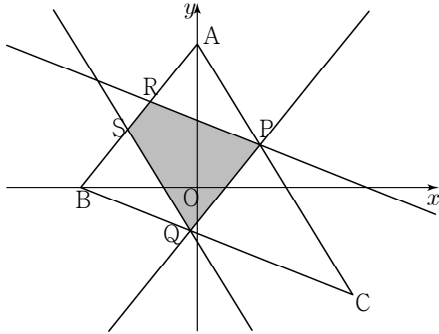
참고로  $m = 1 + \sqrt{2}$  일 때의 그림은 아래와 같다.



**30.** 이차함수의 최대, 최소를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 43

정답 해설



$$\overline{AB} = 5$$

선분 PQ의 길이를  $a$ 라 하면,

사각형 PRSQ는 사다리꼴이므로  $\frac{5}{2} < a < 5$

점 C와 직선 AB사이의 거리는  $\frac{37}{5}$  ... ㉠

삼각형 ABC와 삼각형 PQC는  
닮음비가  $5:a$ 인 닮은 도형이므로

점 C와 직선 PQ사이의 거리는  $\frac{37}{25}a$  ... ㉡

㉠, ㉡에 의해

사다리꼴 PRSQ의 높이는  $\frac{37}{5} - \frac{37}{25}a$

두 사각형 BQPR와 SQPA는

각각 평행사변형이므로

$$\overline{BS} + \overline{SR} = a = \overline{AR} + \overline{SR} \quad \text{즉, } \overline{BS} = \overline{AR}$$

$$\overline{BS} + \overline{SR} + \overline{AR} = \overline{BS} + a = 5 \quad \text{즉, } \overline{BS} = 5 - a$$

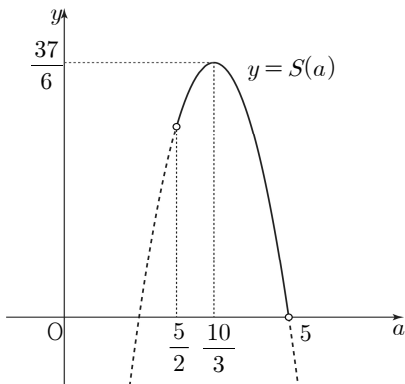
$$\overline{SR} = 5 - 2\overline{BS} = 5 - 2(5 - a) = 2a - 5$$

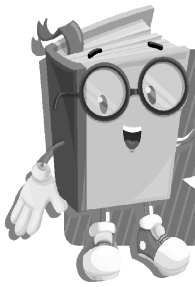
사다리꼴 PRSQ의 넓이를  $S(a)$ 라 하면,

$$\begin{aligned} S(a) &= \frac{1}{2} \{ (2a - 5) + a \} \left( \frac{37}{5} - \frac{37}{25}a \right) \\ &= -\frac{111}{50} \left( a - \frac{10}{3} \right)^2 + \frac{37}{6} \quad \left( \frac{5}{2} < a < 5 \right) \end{aligned}$$

이므로  $a = \frac{10}{3}$ 일 때,  $S(a)$ 의 최댓값은  $\frac{37}{6}$

따라서  $p + q = 43$





Answer &amp; Explanation

12회

## 2017학년도 9월 전국연합학력평가

정답과 해설

고1 수학

## • 정답

본문 p. 135

1 ③	2 ①	3 ④	4 ⑤	5 ④
6 ②	7 ③	8 ⑤	9 ③	10 ⑤
11 ①	12 ②	13 ②	14 ④	15 ①
16 ②	17 ④	18 ②	19 ③	20 ⑤
21 ①	22 53	23 40	24 32	25 2
26 6	27 240	28 27	29 33	30 25

## 1. 교집합 원소의 개수 구하기

정답 ③

## 정답 해설

 $A \cap B = \{1, 2, 4\}$  이므로 원소의 개수는 3

## 2. 다항식의 연산 계산하기

정답 ①

## 정답 해설

$$\begin{aligned} A + 2B &= 5x^2 - 9x + 1 + 4x^2 + 6x - 8 \\ &= 9x^2 - 3x - 7 \end{aligned}$$

## 3. 다항식의 인수분해 계산하기

정답 ④

## 정답 해설

$$x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4) \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 2$$

$$\text{따라서 } a + b = 4$$

## 4. 연립방정식 계산하기

정답 ⑤

## 정답 해설

$$\begin{cases} y = 2x + 3 & \cdots \text{㉠} \\ x^2 + y = 2 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$x^2 + 2x + 1 = 0, (x + 1)^2 = 0$$

$$\text{따라서 } x = -1, y = 1 \text{ 이므로 } a + 3b = 2$$

## 5. 절댓값이 있는 부등식 이해하기

정답 ④

## 정답 해설

$$|x + a| \leq 8 \text{ 을 풀면}$$

$$-8 - a \leq x \leq 8 - a$$

이때 주어진 부등식의 해가  $b \leq x \leq 2$  이므로

$$a = 6, b = -14$$

$$\text{따라서 } a - b = 20$$

## 6. 조건과 진리집합 이해하기

정답 ②

## 정답 해설

조건  $p$ 의 진리집합  $P = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 조건  $\sim p$ 의 진리집합  $P^C = \{5, 7\}$ 

따라서 모든 원소의 합은 12

## 7. 복소수의 성질을 이용하여 추론하기

정답 ③

## 정답 해설

 $a^2$ 이 최솟값이고  $bc$ 가 최댓값일 때 $a^2 - bc$ 는 최솟값을 갖는다. $a^2$ 의 최솟값은  $a = 5i$ 일 때  $-25$ , $bc$ 의 최댓값은  $b = -4i, c = 5i$  또는 $b = 5i, c = -4i$ 일 때 20따라서  $a^2 - bc$ 의 최솟값은  $-45$ 

## 8. 곱셈공식 이해하기

정답 ⑤

## 정답 해설

$$2ab = (a + b)^2 - (a^2 + b^2) = 3^2 - 7 \text{ 이므로 } ab = 1$$

$$a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2(ab)^2 = 7^2 - 2 \times 1^2$$

$$\text{따라서 } a^4 + b^4 = 47$$

## 9. 허근의 성질 이해하기

정답 ③

## 정답 해설

$$x^3 + x^2 + x - 3 = (x - 1)(x^2 + 2x + 3) = 0 \text{ 이므로}$$

 $z_1, z_2$ 는 이차방정식  $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 두 허근이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해  $z_1 z_2 = 3$  이고

$$z_1 = \overline{z_2}, z_2 = \overline{z_1}$$

$$\text{따라서 } z_1 z_1 + z_2 z_2 = 2z_1 z_2 = 6$$

### 10. 세 점을 지나는 원의 방정식 이해하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

원의 방정식  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  에 주어진 세 점의 좌표를 대입하면

$$\begin{cases} 4 - 2a + c = 0 \\ 16 + 4a + c = 0 \\ 5 + a + 2b + c = 0 \end{cases}$$

위 식을 연립하여 풀면

$$a = -2, b = \frac{5}{2}, c = -8$$

$$x^2 + y^2 - 2x + \frac{5}{2}y - 8 = 0$$

$$(x-1)^2 + \left(y + \frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{13}{4}\right)^2$$

$$\text{따라서 } p = 1, q = -\frac{5}{4} \text{ 이므로 } p+q = -\frac{1}{4}$$

### 11. 원의 성질 이해하기

정답 ①

#### 정답 해설

선분 AB의 수직이등분선을  $l$ 이라 하면 직선  $l$ 은 선분 AB의 중점  $M\left(2, \frac{a+1}{2}\right)$ 을 지나고, 주어진 원의 넓이를 이등분하므로 원의 중심  $(-2, 5)$ 를 지난다.

$$\text{직선 } l \text{의 기울기는 } \frac{a-9}{8}$$

$$\text{직선 AB의 기울기는 } \frac{a-1}{2}$$

$$\text{두 직선이 서로 수직이므로 } \frac{a-9}{8} \times \frac{a-1}{2} = -1$$

$$\text{따라서 } a = 5$$

### 12. 미지수가 3개인 방정식을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

정답 ②

#### 정답 해설

포도 1송이의 가격을  $x$  원, 사과 1개의 가격을  $y$  원, 바나나 1송이의 가격을  $z$  원이라 하면

$$\begin{cases} 2x + y = 5500 \\ 2y + z = 6000 \\ 2z + x = 8000 \end{cases}$$

위 식을 연립하여 풀면

$$x = 2000, y = 1500, z = 3000$$

따라서 D세트의 가격은 11,000 원

### 13. 도형의 이동을 이용하여 추론하기

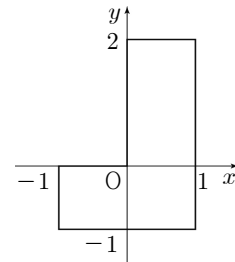
정답 ②

#### 정답 해설

방정식  $f(x+1, -(y-2))=0$ 이 나타내는 도형은 방정식

$f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을  $x$ 축에

대하여 대칭이동한 후,  $x$ 축의 방향으로  $-1$ ,  $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행 이동한 도형이므로 그림과 같다.



(별해) 방정식  $f(x+1, -y+2)=0$ 이 나타내는 도형은 방정식  $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을  $x$ 축의 방향으로  $-1$ ,  $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼 평행이동한 후  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 도형이다.

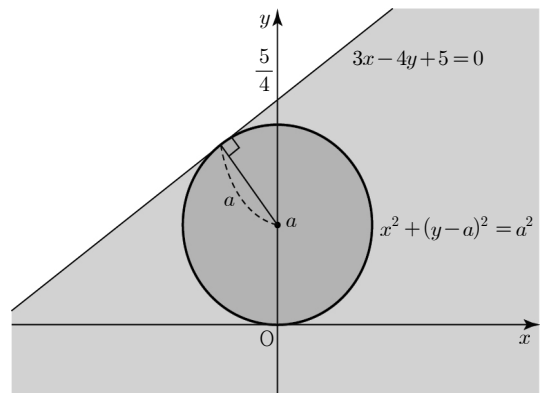
### 14. 필요조건을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 ④

#### 정답 해설

두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 하면

$p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이므로  $Q \subset P$



원의 중심  $(0, a)$ 와 직선  $3x - 4y + 5 = 0$ 사이의 거리가 원의 반지름의 길

이인  $a$  이상이 되어야 하므로  $\frac{|-4a+5|}{\sqrt{9+16}} \geq a$

$$-4a+5 > 0 \text{ 이므로 식을 정리하면 } -4a+5 \geq 5a$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이 되기 위한  $a$ 의 최댓값은  $\frac{5}{9}$

**15. 도형의 이동을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기** 정답 ①

**정답 해설**

직선  $y = -\frac{1}{2}x - 3$ 을  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼 평행이동한 직선은  $y = -\frac{1}{2}(x-a) - 3$ 이고 이를 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선  $l$ 은  $x = -\frac{1}{2}(y-a) - 3$ , 즉  $2x + y - a + 6 = 0$

직선  $l$ 이 원에 접하므로 원의 중심  $(-1, 3)$ 에서 직선  $l$ 까지의 거리  $d = \frac{|-2 + 3 - a + 6|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

따라서  $a = 2, 12$ 이므로 모든  $a$ 값의 합은 14

**16. 점과 직선사이의 거리를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기** 정답 ②

**정답 해설**

레이더의 위치를 원점으로 하고 동서를  $x$ 축, 남북을  $y$ 축으로 하면 본부는  $(-30, 20)$ ,

$A$  지점은  $(-30, -40)$ ,  $B$  지점은  $(50, 0)$

물체가 지나간 경로의 직선의 방정식은  $x - 2y - 50 = 0$  이므로

이 물체가 본부와 가장 가까워졌을 때의 거리는  $\frac{|-30 - 40 - 50|}{\sqrt{5}} = 24\sqrt{5}$

**17. 다항식의 연산을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기** 정답 ④

**정답 해설**

$\{f(x+1)\}^2 = (x-1)(x+1)(x^2+5)+9$ 에서

$$\begin{aligned}\{f(x)\}^2 &= x(x-2)(x^2-2x+6)+9 \\ &= (x^2-2x)(x^2-2x+6)+9 \\ &= (x^2-2x+3)^2\end{aligned}$$

$f(x) < 0$ 이므로  $f(x) = -x^2 + 2x - 3$

$f(x+a) = -(x+a)^2 + 2(x+a) - 3$ 에 대하여

$f(x+a) = g(x)$ 라 하면  $g(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈 나머지가  $-6$ 이 되기 위해서는

$$g(2) = -(2+a)^2 + 2(2+a) - 3 = -6$$

따라서  $a^2 + 2a - 3 = 0$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 모든 상수  $a$ 의 값의 곱은  $-3$

**18. 이차함수와 직선의 위치관계를 이용하여 추론하기** 정답 ②

**정답 해설**

두 점  $A, B$ 의  $x$ 좌표를 각각  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < 0 < \beta$ )라 하면  $\alpha, \beta$ 는 이차방정식  $-\frac{x^2}{2} + k = mx$ 의 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해  $\alpha + \beta = -2m, \alpha\beta = -2k$

두 점  $A, B$ 는 직선  $y = mx$  위의 점이므로  $A(\alpha, m\alpha), B(\beta, m\beta)$

$$\overline{OA} = -\alpha \times \sqrt{1+m^2}, \overline{OB} = \beta \times \sqrt{1+m^2}$$

$$\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OB}} = \frac{1}{-\alpha \times \sqrt{1+m^2}} + \frac{1}{\beta \times \sqrt{1+m^2}} = \frac{\alpha - \beta}{\alpha\beta \times \sqrt{1+m^2}} = \frac{-\sqrt{4m^2 + 8k}}{-2k \times \sqrt{1+m^2}}$$

실수  $m$ 의 값에 관계없이  $\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OB}}$ 이 갖는 일정한 값을  $t$ 라 하자.

$$t^2 = \frac{4m^2 + 8k}{(2k \times \sqrt{1+m^2})^2}$$

이를 정리하면  $4(1 - k^2t^2)m^2 + 4(2k - k^2t^2) = 0 \dots\dots \textcircled{1}$

따라서  $\textcircled{1}$ 이  $m$ 에 대한 항등식이므로  $k = \frac{1}{2}$ 이다.

이때  $\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OB}} = \frac{1}{k}$ 이다.

$$f(m) = \sqrt{1+m^2}, g(k) = 8k, p = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$f(p) \times g(p) = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} \times 4 = 2\sqrt{5}$$

**19. 나머지 정리를 이용하여 추론하기** 정답 ③

**정답 해설**

ㄱ.  $\{f(0)\}^3 = 1$ 이므로  $f(0) = 1$  (참)

ㄴ.  $f(x)$ 의 차수를  $n$ 이라 하면 좌변의 차수는  $3n$ , 우변의 차수는  $n+2$ 이므로  $n = 1$

$f(x) = ax + b$ 라 하면 좌변의 최고차항의 계수는  $a^3$ , 우변의 최고차항의 계수는  $4a$ 이므로  $a^3 = 4a$

$a > 0$ 이므로  $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 2 (거짓)

ㄷ. ㄱ과 ㄴ에 의해  $f(x) = 2x + 1$ 이므로  $\{f(x)\}^3$ 을  $x^2 - 1$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $cx + d$ 라 하면  $\{f(x)\}^3 = (x^2 - 1)Q(x) + cx + d$ 이므로

$$\{f(1)\}^3 = c + d = 27$$

$$\{f(-1)\}^3 = -c + d = -1$$

이를 연립하여 풀면  $c = 14$ ,  $d = 13$

따라서  $\{f(x)\}^3$ 을  $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지는

$$14x + 13 \text{ (참)}$$

**20. 원의 방정식과 삼각형 무게중심의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기** 정답 ⑤

**정답 해설**

원  $C$  위의 점  $P(a, b)$ 에 대하여 삼각형  $PAB$ 의 무게중심의 좌표를  $(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{a+4+1}{3}, y = \frac{b+3+7}{3}$$

$$a = 3x - 5, b = 3y - 10 \dots \textcircled{1}$$

점  $P$ 는 원  $C$  위의 점이므로

$$(a-1)^2 + (b-2)^2 = 4 \dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

직선  $AB$ 의 방정식은  $4x + 3y - 25 = 0$ 이므로 삼각형  $PAB$ 의 무게중심이 그리는 원의 중심  $(2, 4)$ 와 직선  $AB$ 사이의 거리는 1

구하고자 하는 거리의 최솟값은 삼각형  $PAB$ 의 무게중심이 그리는 원과

$$\text{직선 } AB \text{ 사이의 최단거리이므로 } 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

**21. 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기** 정답 ①

**정답 해설**

점  $D(0, 0)$ , 점  $B(-1, 0)$ , 점  $C(1, 0)$ ,

점  $A(a, b)$ 라 하면  $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ ,  $\overline{AD} = \sqrt{7}$ 이므로

$(a+1)^2 + b^2 = (2\sqrt{3})^2$ ,  $a^2 + b^2 = (\sqrt{7})^2$ 을 연립하여 풀면 점  $A$ 의 좌표는  $(2, \sqrt{3})$

$\overline{AC} = 2$ 이므로 삼각형  $ABC$ 는 이등변삼각형이다. 이등변삼각형의 성질에 의해 선분  $CE$ 는 선분  $AB$ 의 수직이등분선이다. 따라서  $\overline{CE} = 1$ 이고 점  $P$ 는 삼각형  $ABC$ 의 무게중심이다.

$$\overline{AP} : \overline{PD} = 2 : 1 \text{ 이므로 } \overline{AP} = \frac{2\sqrt{7}}{3}, \overline{PD} = \frac{\sqrt{7}}{3} \quad \overline{CP} : \overline{PE} = 2 : 1 \text{ 이}$$

$$\text{므로 } \overline{CP} = \frac{2}{3}, \overline{PE} = \frac{1}{3}$$

삼각형  $EPA$ 에서 선분  $PR$ 이 각  $APE$ 의 이등분선이므로 각의 이등분선의 성질에 의해

$$\overline{PA} : \overline{PE} = \overline{AR} : \overline{ER} = 2\sqrt{7} : 1$$

삼각형  $ABC$ 의 넓이를  $S$ 라 하면 삼각형  $EPA$ 의 넓이는 삼각형

$ABC$ 의 넓이의  $\frac{1}{6}$ 이므로

$$S_1 = S \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2\sqrt{7}+1}$$

같은 방법으로 삼각형  $CPD$ 에서

$$\overline{PD} : \overline{PC} = \overline{DQ} : \overline{CQ} = \sqrt{7} : 2$$

삼각형  $CPD$ 의 넓이는 삼각형  $ABC$ 의 넓이의  $\frac{1}{6}$ 이므로

$$S_2 = S \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{\sqrt{7}+2}$$

$$\frac{S_2}{S_1} = 8 - 2\sqrt{7} \text{ 이므로 } a = 8, b = -2$$

따라서  $ab = -16$

(별해) 점  $D$ 가 선분  $BC$ 의 중점이므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2) \text{ 이 성립한다. 따라서 } \overline{AC} = 2 \text{ 이고}$$

삼각형  $ABC$ 는 이등변삼각형이다.

**22. 복소수 계산하기** 정답 53

**정답 해설**

$$(7+2i)(7-2i) = 49 + 4 = 53$$

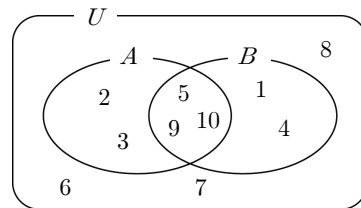
**23. 나머지정리 이해하기** 정답 40

**정답 해설**

$$2^3 + 5 \times 2^2 + 4 \times 2 + 4 = 40$$

**24. 집합의 연산을 이용하여 추론하기** 정답 32

**정답 해설**



따라서  $n(A) = 5$ 이므로 부분집합의 개수는  $2^5 = 32$

**25. 이차함수의 성질 이해하기** 정답 2

**정답 해설**

이차방정식  $x^2 + 2(a-4)x + a^2 + a - 1 = 0$ 의

판별식을  $D$ 라 하면

$$D/4 = (a-4)^2 - (a^2 + a - 1) < 0$$

$$-9a + 17 < 0, a > \frac{17}{9}$$

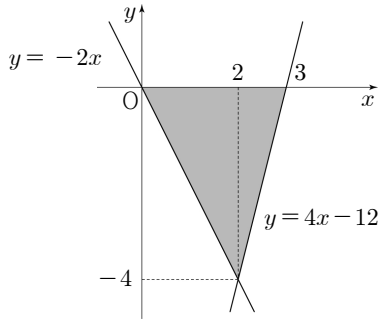
따라서 정수  $a$ 의 최솟값은 2

**26. 부등식의 영역 이해하기**

정답 6

**정답 해설**

연립부등식의 영역을 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같다.



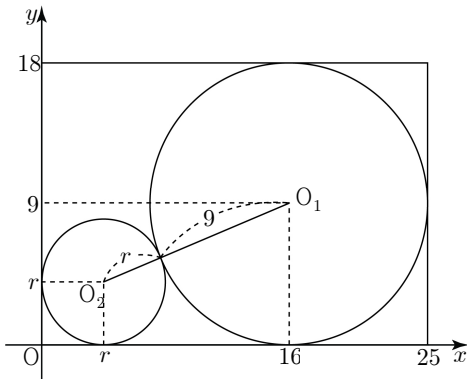
따라서 넓이는  $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

**27. 원의 성질을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기**

정답 240

**정답 해설**

처음 상자에 담은 통조림통의 밑면의 중심을  $O_1$ 이라 하고 상자의 남은 공간에 담을 수 있는 원기둥 모양 통조림통 밑면의 중심을  $O_2$ 라 하자. 상자의 밑면의 한 꼭짓점이 원점에 오도록 좌표평면에 두면, 그림과 같이 두 원의 중심은 각각  $O_1(16, 9)$ ,  $O_2(r, r)$



$$\overline{O_1O_2}^2 = (16-r)^2 + (9-r)^2 = (9+r)^2$$

$$r^2 - 68r + 256 = 0, \quad r = 4 \quad \text{또는} \quad r = 64$$

$$r \leq 9 \text{이므로 } r = 4$$

$$\text{따라서 부피의 최댓값은 } \pi \times 16 \times 15 = 240\pi$$

**28. 이차함수의 그래프를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기**

정답 27

**정답 해설**

$$y = 2x(x-a) = 2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{2} \text{이므로}$$

$$\text{점 } A\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{2}\right), \text{ 점 } B(a, 0)$$

$$\text{함수 } f(x) = -(x-a)(x-a-3) \text{ 이고}$$

함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 점 A를 지나므로

$$-\frac{a^2}{2} = -\left(-\frac{a}{2}\right)\left(-\frac{a}{2}-3\right)$$

$$a^2 - 6a = 0, \quad a \text{는 양수이므로 } a = 6$$

$$\text{따라서 삼각형 } ACB \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 3 \times 18 = 27$$

**29. 이차함수와 직선을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기**

정답 33

**정답 해설**

$2 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수  $y = (x-2a)^2 + b$ 는

그래프의 축  $x = 2a$ 의 위치에 따라 최솟값을 갖는  $x$ 의 좌표가 달라진다.

(i)  $a < 1$ 인 경우, 함수의 최솟값은  $x = 2$ 일 때  $(2-2a)^2 + b = 4$ 이므로  $b = -4(a-1)^2 + 4$

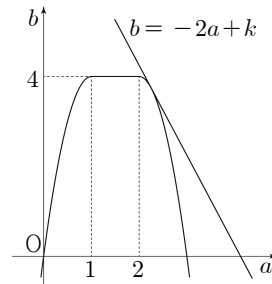
(ii)  $1 \leq a < 2$ 인 경우, 함수의 최솟값은 꼭짓점의  $y$ 좌표이므로  $b = 4$

(iii)  $a \geq 2$ 인 경우, 함수의 최솟값은  $x = 4$ 일 때  $(4-2a)^2 + b = 4$ 이므로  $b = -4(a-2)^2 + 4$

그러므로

$$b = \begin{cases} -4(a-1)^2 + 4 & (a < 1) \\ 4 & (1 \leq a < 2) \\ -4(a-2)^2 + 4 & (a \geq 2) \end{cases}$$

$2a + b = k$ 라 두면



$b = -4(a-2)^2 + 4$ 와  $b = -2a + k$ 가 접할 때  $k$ 는 최댓값을 갖는다.

$$\text{따라서 } M = \frac{33}{4} \text{ 이고 } 4M = 33$$

**30. 원과 직선의 위치관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기**

정답 25

**정답 해설**

주어진 조건 (가)에 의해  $x_2 = -2x_1 + 6$ 이므로 점

$Q(-2x_1 + 6, y_2)$ 라 하고 이를 원  $C_2$ 에 대입하면

$$(-2x_1)^2 + (y_2 - 4 + 6\sqrt{3})^2 = 16 \quad \cdots \text{㉠}$$

점  $P(x_1, y_1)$ 가 원  $C_1$  위의 점이므로 대입하면

$$x_1^2 + (y_1 - 4)^2 = 4 \quad \cdots \text{㉡}$$

㉠과 ㉡을 연립하여 정리하면

$$(y_1 - 4)^2 = \left( \frac{y_2}{2} - 2 + 3\sqrt{3} \right)^2$$

조건 (나)에 의해

$$y_1 - 4 \leq 0, \quad \frac{y_2}{2} - 2 + 3\sqrt{3} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$-y_1 + 4 = \frac{y_2}{2} - 2 + 3\sqrt{3}$$

$$\text{이를 정리하면 } 2y_1 + y_2 = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$\text{양변을 3으로 나누면 } \frac{2y_1 + y_2}{3} = 4 - 2\sqrt{3}$$

그러므로 점  $(2, 4 - 2\sqrt{3})$  은 선분 PQ 를 1 : 2로 내분하는 점이다.

$x_1 = 0$  일 때,

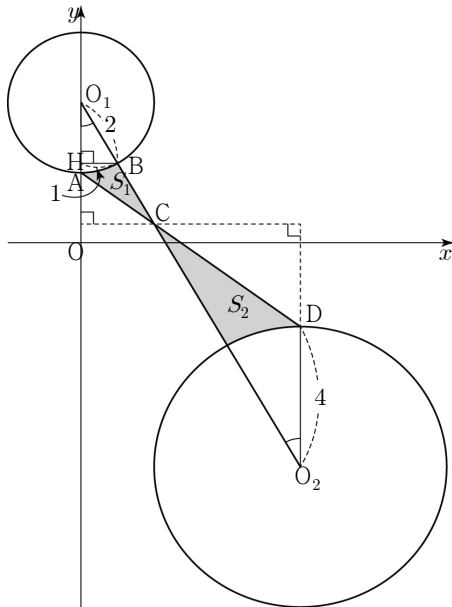
$P(0, 2), Q(6, 8 - 6\sqrt{3})$

$x_1 = 1$  일 때,

$P(1, 4 - \sqrt{3}), Q(4, 4 - 4\sqrt{3})$  이고

이때 직선 PQ 의 방정식은  $y = -\sqrt{3}x + 4$  이므로 두 원  $C_1, C_2$  의 중심을 지난다.

$0 \leq x_1 \leq 1$  이므로 선분 PQ 가 지나간 부분은 그림의 어두운 부분과 같다.



원  $C_1$  의 중심을  $O_1(0, 4)$ , 원  $C_2$  의 중심을  $O_2(6, 4 - 6\sqrt{3})$ ,  $A(0, 2)$ ,  $B(1, 4 - \sqrt{3})$ ,  $C(2, 4 - 2\sqrt{3})$ ,  $D(6, 8 - 6\sqrt{3})$  이라 하자. 점 B 에서  $y$  축에 내린 수선의 발을 H 라 하면 삼각형  $O_1HB$  는 직각 삼각형이고  $\overline{BH} = 1$ ,  $\overline{O_1H} = \sqrt{3}$

그러므로  $\angle HO_1B = 30^\circ$

$S_1$  의 넓이는 삼각형  $O_1AC$  의 넓이에서 부채꼴  $O_1AB$  의 넓이를 뺀 값과 같다. 삼각형  $O_1AC$  의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$  이고 부채꼴  $O_1AB$  의

$$\text{넓이는 } \pi \times 2^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi}{3}$$

즉,  $S_1$  의 넓이는  $2 - \frac{\pi}{3}$

삼각형  $O_1AC$  와 삼각형  $O_2DC$  는 닮음이다.

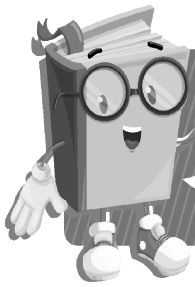
닮음비가 1 : 2 이므로  $S_1$  과  $S_2$  의 넓이의 비는 1 : 4

그러므로  $S_2$  의 넓이는  $8 - \frac{4}{3}\pi$

선분 PQ 가 그리는 도형의 넓이는  $10 - \frac{5}{3}\pi$

따라서  $a = 10$ ,  $b = \frac{5}{3}$  이므로  $a + 9b = 25$





Answer &amp; Explanation

13회

## 2016학년도 9월 전국연합학력평가

정답과 해설

고1 수학

## • 정답

본문 p. 147

1 ②	2 ①	3 ③	4 ⑤	5 ③
6 ③	7 ④	8 ②	9 ⑤	10 ②
11 ②	12 ③	13 ①	14 ④	15 ③
16 ①	17 ②	18 ④	19 ⑤	20 ⑤
21 ④	22 7	23 11	24 14	25 8
26 22	27 24	28 180	29 20	30 17

## 1. 집합의 원소의 합 계산하기

정답 ②

## 정답 해설

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로  
모든 원소의 합은 15

## 2. 다항식의 연산 계산하기

정답 ①

## 정답 해설

$X - A = B$ 에서  
 $X = A + B$   
 $= (2x^2 - 4x - 2) + (3x + 3)$   
 $= 2x^2 - x + 1$

## 3. 평행이동한 점의 좌표 계산하기

정답 ③

## 정답 해설

점 (2, 3)을  $x$  축의 방향으로 -1 만큼,  $y$  축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면  
점 (1, 5)이므로  $a = 1$ ,  $b = 5$   
따라서  $a + b = 6$

## 4. 두 점 사이의 거리 계산하기

정답 ⑤

## 정답 해설

$\sqrt{(a-2)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13}$   
양변을 제곱하면  
 $a^2 - 4a - 5 = 0$

$(a+1)(a-5) = 0$   
 $a > 0$ 이므로  $a = 5$

## 5. 다항식의 인수분해 계산하기

정답 ③

## 정답 해설

$2x + y = t$ 라 하면  
 $(2x + y)^2 - 2(2x + y) - 3$   
 $= t^2 - 2t - 3$   
 $= (t+1)(t-3)$   
 $= (2x + y + 1)(2x + y - 3)$   
즉  $a = 2$ ,  $b = 1$ ,  $c = -3$   
따라서  $a + b + c = 2 + 1 + (-3) = 0$

## 6. 항등식 이해하기

정답 ③

## 정답 해설

주어진 등식의 양변에  $x = 2$ 를 대입하면  
 $b = 12$   
즉  
 $x^2 + 3x + 2 = (x-2)^2 + a(x-2) + 12 \dots\dots ㉠$   
㉠의 양변에  $x = 0$ 을 대입하면  
 $2 = 4 - 2a + 12$   
즉  $a = 7$   
따라서  $a + b = 7 + 12 = 19$

## 7. 두 점을 지나는 직선의 y절편 이해하기

정답 ④

## 정답 해설

주어진 두 직선의 방정식을 연립하여 풀면  
 $x = 2$ ,  $y = 2$   
두 점 (2, 2), (4, 0)을 지나는 직선의 기울기는  
 $\frac{0-2}{4-2} = -1$ 이므로  
 $y = -(x-4)$   
즉  $y = -x + 4$   
따라서  $y$ 절편은 4  
(별해)  
주어진 두 직선이 만나는 점을 지나는 직선의

방정식은 상수  $k$ 에 대하여

$$x - 2y + 2 + k(2x + y - 6) = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이 직선이  $(4, 0)$ 을 지나므로  $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$k = -3$$

구하는 직선의 방정식은  $x + y - 4 = 0$

따라서  $y$ 절편은 4

## 8. 원의 방정식 이해하기

정답 ②

정답 해설

선분 AB를 외분하는 점 C의 좌표를  $(x, y)$ 라고 하면

$$x = \frac{3 \times 2 - 2 \times 1}{3 - 2} = 4$$

$$y = \frac{3 \times 1 - 2 \times 3}{3 - 2} = -3$$

즉 C  $(4, -3)$

원의 중심은 선분 BC의 중점이므로

$$a = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

$$b = \frac{1 + (-3)}{2} = -1$$

즉 원의 중심의 좌표는  $(3, -1)$

따라서  $a + b = 3 + (-1) = 2$

## 9. 복소수가 서로 같은 조건 이해하기

정답 ⑤

정답 해설

주어진 식을 정리하면

$$3x^2 - 10xy + (2x^2 - 5x)i = 8 + 12i$$

양변의 두 복소수가 서로 같으므로

$$\begin{cases} 3x^2 - 10xy = 8 & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ 2x^2 - 5x = 12 & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{8}$ 에서

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 4) = 0$$

$x$ 는 정수이므로  $x = 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{9}$

$\textcircled{7}$ 에  $\textcircled{9}$ 을 대입하면

$$48 - 40y = 8 \text{ 이므로 } y = 1$$

따라서  $x + y = 5$

## 10. 이차함수와 이차부등식의 관계 이해하기

정답 ②

정답 해설

이차함수  $f(x) = x^2 - 2ax + 9a$  이고

이차부등식  $f(x) < 0$ 에서

주어진 이차부등식을 만족시키는 해가 없으려면 이차함수

$f(x) = x^2 - 2ax + 9a$ 의 그래프가  $x$ 축과 한 점에서 만나거나 만나지

않아야 한다.

이차방정식  $x^2 - 2ax + 9a = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = a^2 - 9a = a(a - 9) \leq 0 \text{ 이므로}$$

$$0 \leq a \leq 9$$

따라서 정수  $a$ 의 개수는 10

## 11. 필요조건을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 ②

정답 해설

두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 할 때

$$P = \{x | x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 5\}$$

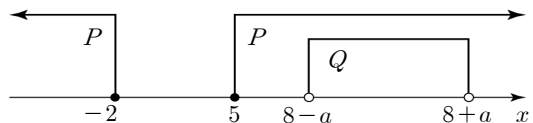
$$Q = \{x | 8 - a < x < 8 + a\}$$

$p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이므로  $Q \subset P$

$$a > 0 \text{ 이므로 } 5 \leq 8 - a$$

$$\text{즉 } 0 < a \leq 3$$

따라서 자연수  $a$ 의 개수는 3



## 12. 연립부등식의 영역 이해하기

정답 ③

정답 해설

$$(x^2 - y)(x^2 + y - 1) \geq 0 \text{에서}$$

$$\begin{cases} x^2 - y \geq 0 \\ x^2 + y - 1 \geq 0 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x^2 - y \leq 0 \\ x^2 + y - 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$(i) \begin{cases} x^2 - y \geq 0 \\ x^2 + y - 1 \geq 0 \end{cases} \text{의 영역은}$$

이차함수  $y = x^2$ 의 그래프의 아랫부분(경계선 포함)과 이차함수

$y = -x^2 + 1$ 의 그래프의 윗부분(경계선 포함)의 공통부분으로

[그림 1]의 어두운 부분이다.

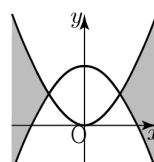
$$(ii) \begin{cases} x^2 - y \leq 0 \\ x^2 + y - 1 \leq 0 \end{cases} \text{의 영역은}$$

이차함수  $y = x^2$ 의 그래프의 윗부분(경계선 포함)과 이차함수

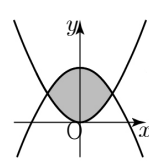
$y = -x^2 + 1$ 의 그래프의 아랫부분(경계선 포함)의 공통부분으로

[그림 2]의 어두운 부분이다.

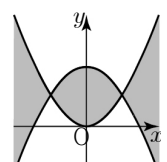
(i), (ii)에 의하여 구하는 영역은 [그림 3]의 어두운 부분이다. (단, 경계선은 포함한다.)



[그림 1]



[그림 2]



[그림 3]

### 13. 연립방정식 이해하기

정답 ①

#### 정답 해설

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 40 & \cdots \textcircled{1} \\ 4x^2 + y^2 = 4xy & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②에서  $(2x - y)^2 = 0$  이므로  $y = 2x$

①에 대입하면  $x^2 = 8$  이므로

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{2} & \text{또는} & x = -2\sqrt{2} \\ y = 4\sqrt{2} & & y = -4\sqrt{2} \end{cases}$$

따라서  $\alpha\beta = 16$

### 14. 직선의 기울기를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 ④

#### 정답 해설

점 B의 좌표를  $(\alpha, 0)$ 이라 할 때

점 A가 이차함수의 그래프의 꼭짓점이므로

$$2 = \frac{0 + \alpha}{2}, \text{ 즉 } \alpha = 4$$

삼각형 OAB의 넓이를 이등분하기 위해서는

직선  $y = mx$ 는 선분 AB의 중점을 지나야 한다.

선분 AB의 중점의 좌표는  $(3, -2)$ 이므로

$$-2 = 3m$$

$$\text{따라서 } m = -\frac{2}{3}$$

### 15. 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 ③

#### 정답 해설

$g(x) = 0$ 에서

$$ax + 2a^2 = a(x + 2a) = 0$$

$a > 0$  이므로  $x = -2a$

따라서 점 C의 좌표는  $(-2a, 0)$

$f(x) = g(x)$ 에서

$$x^2 = ax + 2a^2$$

$$(x - 2a)(x + a) = 0$$

$$x = -a \text{ 또는 } x = 2a$$

점 A는 제1사분면 위에 있으므로

점 E의 좌표는  $(2a, 0)$

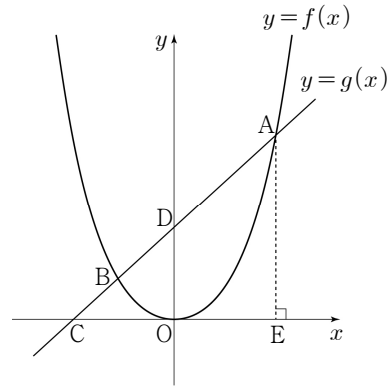
삼각형 COD와 삼각형 CEA의 닮음비는 1:2

이므로 넓이의 비는 1:4

즉  $S_1 : S_2 = 1 : 3$ 이므로

$$S_2 = 3S_1$$

따라서  $k = 3$



### 16. 여러 가지 방정식의 실근을 가질 조건을 이용하여 추론하기

정답 ①

#### 정답 해설

$$x^3 + (8 - a)x^2 + (a^2 - 8a)x - a^3 = 0$$

$$(x - a)(x^2 + 8x + a^2) = 0$$

서로 다른 세 실근을 갖기 위해서는

방정식  $x^2 + 8x + a^2 = 0$ 은

서로 다른 두 실근을 가져야 하므로

판별식을  $D$ 라 할 때

$$\frac{D}{4} = 16 - a^2 > 0$$

따라서  $-4 < a < 4 \cdots \textcircled{1}$

또한  $x = a$ 는  $x^2 + 8x + a^2 = 0$ 의 근이

아니어야 하므로

$$2a^2 + 8a \neq 0$$

따라서  $a \neq 0$ 이고  $a \neq -4 \cdots \textcircled{2}$

①, ②에 의해 정수  $a$ 의 개수는 6

### 17. 이차함수와 이차방정식의 관계를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

정답 ②

#### 정답 해설

퇴적물 입자 A, B의 직경을 각각  $D_A, D_B$ 라 할 때

$D_A : D_B = 2 : 5$ 이므로 양수  $t$ 에 대하여

$D_A = 2t, D_B = 5t$ 로 나타낼 수 있다.

$$V_A = \left( \frac{4c - c}{18k} \right) \times g \times (2t)^2$$

$$V_B = \left( \frac{7c - c}{18k} \right) \times g \times (5t)^2$$

$$\text{따라서 } \frac{V_A}{V_B} = \frac{2}{25}$$

**18. 부등식 영역에서의 최대, 최소를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기**

정답 ④

**정답 해설**

꽃다발 A, B의 개수를 각각  $x, y$ 라 하면

점  $(x, y)$ 는 네 부등식

$$x \geq 0, y \geq 0, 5x + 4y \leq 310, 3x + 4y \leq 250$$

을 모두 만족시키는 영역에 있다.

판매 이익을  $k$ 라 하면

$$1000x + 1200y = k \cdots \cdots \textcircled{1} \text{이므로}$$

두 직선

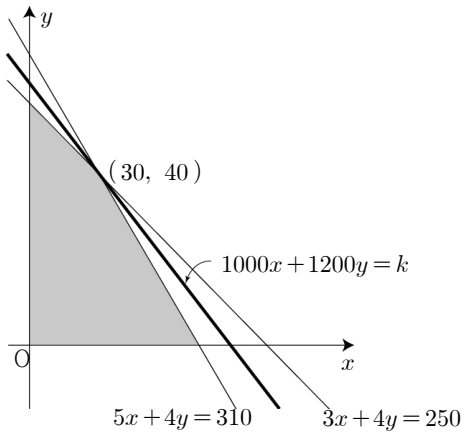
$$5x + 4y = 310, 3x + 4y = 250$$

이 만나는 점  $(30, 40)$ 을 직선  $\textcircled{1}$ 이 지날 때,

$k$ 는 최댓값을 가진다.

따라서 최대 판매 이익은

$$1000 \times 30 + 1200 \times 40 = 78000 \text{(원)}$$



**19. 원과 직선의 위치관계를 이용하여 추론하기**

정답 ⑤

**정답 해설**

직선  $l$ 의 방정식은  $y = \sqrt{3}x$ 이고

직선  $m$ 의 방정식은  $y = -\sqrt{3}x$ 이다.

원 위의 제1사분면에 있는 점을  $P(a, b)$ 라 하면  $a > 0$ ,  $b > 0$ 이고  $a^2 + b^2 = r^2$ 이다.

점 P에서  $x$ 축과 두 직선  $l, m$ 에 내린 수선의 발이 각각 A, B, C 이므로

$$\overline{PA} = b$$

$$\overline{PB} = \frac{|\sqrt{3}a - b|}{2}$$

$$\overline{PC} = \frac{|\sqrt{3}a + b|}{2}$$

$$\text{따라서 } \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 = \frac{3}{2}r^2$$

$$s = -\sqrt{3}, t = 2, f(r) = \frac{3}{2}r^2$$

$$\text{따라서 } f(s \times t) = f(-2\sqrt{3}) = 18$$

**20. 두 직선이 수직일 조건을 이용하여 추론하기**

정답 ⑤

**정답 해설**

$$\neg. \text{ 직선 AP의 기울기는 } \frac{1-0}{0-1} = -1 \text{이므로}$$

직선  $l$ 의 기울기는 1이다. (참)

$$\angle. \text{ 직선 AP의 기울기는 } -\frac{1}{t} \text{이므로}$$

직선  $l$ 의 기울기는  $t$ 이다.

$$\text{따라서 직선 } l \text{의 방정식은 } y = t(x - t) \cdots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 에 점  $(3, 2)$ 를 대입하여 정리하면

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \text{이므로}$$

$t$ 의 값은 1 또는 2

따라서 직선  $l$ 의 개수는 2이다. (참)

ㄷ. 주어진 부등식에  $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$t(x - t) \leq ax^2$$

$$\text{즉 } ax^2 - tx + t^2 \geq 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 이 모든 실수  $x$ 에 대하여 성립하므로

$a > 0$ 이고

$ax^2 - tx + t^2 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 할 때

$$D = t^2 - 4at^2 = t^2(1 - 4a) \leq 0$$

$$t^2 > 0 \text{이므로 } 1 - 4a \leq 0 \text{ 즉 } a \geq \frac{1}{4}$$

따라서  $a$ 의 최솟값은  $\frac{1}{4}$ 이다. (참)

**21. 이차함수의 그래프와 직선이 만나는 점을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기**

정답 ④

**정답 해설**

이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프가

일차함수  $y = h(x)$ 의 그래프와

$x = \alpha$ 에서 접하므로

이차방정식  $f(x) - h(x) = 0$ 은  $x = \alpha$ 인 중근을 가진다.

이차함수  $y = f(x)$ 의  $x^2$ 의 계수는 1이므로

$$f(x) - h(x) = (x - \alpha)^2$$

$$\text{따라서 } f(x) = (x - \alpha)^2 + h(x)$$

$$\text{같은 방법으로 } g(x) = 4(x - \beta)^2 + h(x)$$

$\beta = 2\alpha$ 이고

두 곡선  $y = f(x), y = g(x)$ 가

만나는 점의  $x$ 좌표를  $t$ 라 하면

$$f(t) = g(t) \text{이므로}$$

$$(t-\alpha)^2 + h(t) = 4(t-2\alpha)^2 + h(t)$$

$$3t^2 - 14\alpha t + 15\alpha^2 = 0$$

$$(3t-5\alpha)(t-3\alpha) = 0$$

이때  $\alpha < t < 2\alpha$  이므로  $t = \frac{5}{3}\alpha$

따라서  $\frac{t}{\alpha} = \frac{5}{3}$

## 22. 명제의 참, 거짓 이해하기

정답 7

### 정답 해설

명제가 참이기 위해서는  
 $x = a$  가  $x^2 - 5x - 14 = 0$  의 근이어야 하므로  
 $a^2 - 5a - 14 = 0$   
 $(a+2)(a-7) = 0$   
 $a = -2$  또는  $a = 7$   
 $a$ 는 양수이므로  $a = 7$

## 23. 이차방정식이 허근을 가질 조건 이해하기

정답 11

### 정답 해설

주어진 방정식이 허근을 갖기 위해서는  
 판별식을  $D$ 라 할 때  
 $D = a^2 - 36 < 0$  이므로  $-6 < a < 6$   
 따라서 부등식을 만족시키는 정수  $a$ 의 개수는 11

## 24. 나머지정리 이해하기

정답 14

### 정답 해설

나머지정리에 의해  
 $f(-1) = 1 - a + b = 2$   
 $f(1) = 1 + a + b = 8$   
 이므로 두 식을 정리하면  

$$\begin{cases} -a + b = 1 & \cdots \textcircled{1} \\ a + b = 7 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$
  
 $\textcircled{1}$ 과  $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  
 $a = 3, b = 4$   
 따라서  $f(x) = x^2 + 3x + 4$ 이므로  
 $f(2) = 4 + 6 + 4 = 14$

## 25. 근과 계수의 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 8

### 정답 해설

$$f(x) = (x-\alpha)(x-\beta)$$

$$= x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$$

$$= x^2 - 6x + \alpha\beta$$

$$= (x-3)^2 - 9 + \alpha\beta$$

따라서 이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는  
 $(3, -9 + \alpha\beta)$ 이다.  
 $y = f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선  $y = 2x - 7$  위에 있으므로  
 $-9 + \alpha\beta = -1$  이고  $\alpha\beta = 8$   
 따라서  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ 이므로  
 $f(0) = 8$

### (별해)

이차함수의 그래프는 축에 대하여 대칭이고  $\frac{\alpha+\beta}{2} = 3$ 이므로 이차  
 함수  $y = f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의  $x$  좌표는 3  
 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 직선  $y = 2x - 7$  위에 있으므로 꼭짓점  
 의 좌표는  $(3, -1)$   
 이차함수  $y = f(x)$ 의 최고차항의 계수가 1 이므로  
 $f(x) = (x-3)^2 - 1$   
 따라서  $f(0) = 8$

## 26. 원과 직선 사이의 거리를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 22

### 정답 해설

원점에서 거리 최대인 직선  $l$ 은 원점과 점  $(3, 4)$ 를 연결한 직  
 선과 수직으로 만나야 한다.  
 점  $(3, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식을  
 $y = a(x-3) + 4$ 라 할 때  
 원점과 점  $(3, 4)$ 를 연결한 직선의 기울기는  $\frac{4}{3}$   
 이므로  $a = -\frac{3}{4}$   
 따라서 직선  $l$ 의 방정식을 정리하면  
 $3x + 4y - 25 = 0$   
 원의 중심  $(7, 5)$ 와 직선  $l$  사이의 거리는  

$$\frac{|21 + 20 - 25|}{\sqrt{9+16}} = \frac{16}{5}$$
  
 이고 원의 반지름의 길이가 1이므로  
 원 위의 점 P와 직선  $l$  사이의 거리의 최솟값은  
 $m = \frac{16}{5} - 1 = \frac{11}{5}$   
 따라서  $10m = 22$

## 27. 집합의 연산법칙을 이용하여 집합의 원소의 합 추론하기

정답 24

### 정답 해설

$$S(A \cap B) = 8$$

$$A^C \cap B^C = (A \cup B)^C \text{이므로}$$

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\} \text{이고}$$

$$S(A \cup B) = 28$$

$$S(A) + S(B) = S(A \cup B) + S(A \cap B) = 36$$

$$\text{이때 } S(A) + S(B) = \frac{3}{2}S(A) \text{ 이므로}$$

$$S(A) = 24$$

(참고)

$$A = \{2, 3, 5, 6, 8\}, B = \{3, 4, 5\}$$

**28.** 선분을 내분하는 점의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 180

정답 해설

$$\overline{AO} = 2\sqrt{5}, \overline{BO} = 3\sqrt{5} \text{ 이므로}$$

각의 이등분선의 성질에 의해

$$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AO} : \overline{BO} = 2 : 3$$

$$3\overline{AC} = 2\overline{BC}$$

$$3\sqrt{(a+2)^2 + (b-4)^2} = 2\sqrt{(a-3)^2 + (b+6)^2}$$

$$5a^2 + 60a + 5b^2 - 120b = 0$$

$$(a+6)^2 + (b-12)^2 = 180$$

$$\text{즉 점 } C(a, b) \text{ 는 원 } (x+6)^2 + (y-12)^2 = 180$$

위의 점이다. (단, 점  $C(a, b)$ 는 직선  $AB$  위에 있지 않다.)

직선  $AB$ 는  $y = -2x$  이므로

원의 중심  $(-6, 12)$ 가 직선  $AB$  위에 있다.

따라서 점  $C$ 와 직선  $AB$  사이의 거리의 최댓값은 원

$$(x+6)^2 + (y-12)^2 = 180 \text{ 의}$$

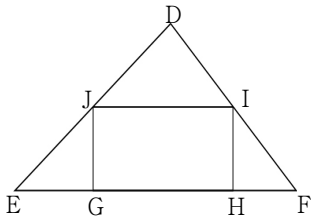
반지름의 길이와 같으므로

$$m^2 = 180$$

**29.** 이차함수의 최댓값을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

정답 20

정답 해설



두 변  $JG, JI$ 의 길이를 각각  $x(m), y(m)$ 라 할 때 삼각형  $DJI$ 와 삼각형  $DEF$ 는 닮음이므로

$$(4-x) : 4 = y : 6$$

$$4y = 6(4-x)$$

$$y = 6 - \frac{3}{2}x$$

오벨리스크의 부피는

$$\frac{1}{3} \times 10 \times x \times y$$

$$= 20x - 5x^2$$

$$= -5(x-2)^2 + 20 \quad (0 < x < 4)$$

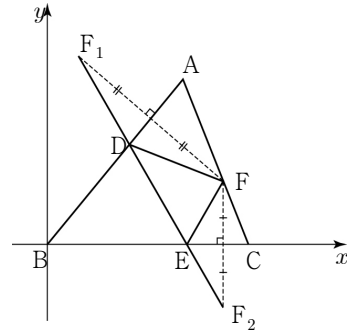
$$x = 2 \text{ 일 때 최대 부피는 } 20(m^3)$$

$$\text{따라서 } V = 20$$

**30.** 두 점 사이의 거리의 최솟값을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정답 17

정답 해설



$B(0, 0), C(4, 0)$ 이 되도록

좌표평면 위에 삼각형  $ABC$ 를 나타내고

제1사분면 위의 점  $A$ 의 좌표를  $(\alpha, \beta)$ 라 할 때

$$\overline{AB}^2 = \alpha^2 + \beta^2 = 18$$

$$\overline{AC}^2 = (\alpha-4)^2 + \beta^2 = 10$$

이므로  $A(3, 3)$

직선  $AC$ 의 방정식은  $y = -3x + 12$

점  $F$ 의 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때  $b = -3a + 12$

직선  $AB$ 의 방정식은  $y = x$ 이므로

점  $F$ 를 직선  $AB$ 와  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을 각각  $F_1, F_2$ 라 하면

$F_1(b, a), F_2(a, -b)$ 이다.

이때  $\overline{DF} = \overline{DF_1}, \overline{EF} = \overline{EF_2}$ 이므로

삼각형  $DEF$ 의 둘레의 길이는

$\overline{DF_1} + \overline{DE} + \overline{EF_2}$ 의 값과 같다.

$$\overline{DF_1} + \overline{DE} + \overline{EF_2} \geq \overline{F_1F_2}$$

$$\overline{F_1F_2} = \sqrt{(a-b)^2 + (-b-a)^2}$$

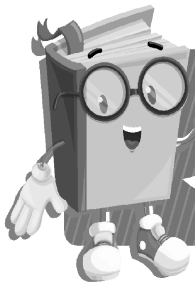
$$= \sqrt{2a^2 + 2b^2}$$

$$= \sqrt{2a^2 + 2(-3a+12)^2}$$

$$= \sqrt{20\left(a - \frac{18}{5}\right)^2 + \frac{144}{5}} \quad (3 < a < 4)$$

삼각형  $DEF$ 의 둘레의 길이의 최솟값은  $\frac{12}{5}\sqrt{5}$

따라서  $p+q = 17$



Answer &amp; Explanation

14회

## 2019학년도 11월 전국연합학력평가

정답과 해설

고1 수학

## • 정답

본문 p. 159

1 ③	2 ②	3 ⑤	4 ④	5 ③
6 ④	7 ②	8 ④	9 ④	10 ⑤
11 ②	12 ⑤	13 ⑤	14 ③	15 ③
16 ①	17 ①	18 ②	19 ①	20 ⑤
21 ②	22 19	23 11	24 5	25 7
26 108	27 12	28 40	29 130	30 90

## 1. 다항식 계산하기

정답 ③

## 정답 해설

$$A+B=(xy+x-1)+(xy-x+2)=2xy+1$$

## 2. 집합 이해하기

정답 ②

## 정답 해설

$$A=B \text{이므로 } a=4, b=2$$

$$\text{따라서 } a \times b = 8$$

## 3. 복소수 계산하기

정답 ⑤

## 정답 해설

$$\bar{z}=2-i \text{에서 } z=2+i$$

$$z+\bar{z}=(2+i)+(2-i)=4$$

## 4. 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기

정답 ④

## 정답 해설

이차방정식  $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 2, 8이므로

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$2+8=-a, 2 \times 8=b$$

$$a=-10, b=16$$

$$\text{따라서 } a+b=6$$

## 5. 두 직선의 위치관계 이해하기

정답 ③

## 정답 해설

직선  $y=7x-1$ 과

직선  $y=(3k-2)x+2$ 가 서로 평행하므로

기울기는 서로 같고  $y$ 절편은 서로 다르다.

$$7=3k-2$$

$$\text{따라서 } k=3$$

## 6. 인수분해 이해하기

정답 ④

## 정답 해설

$x^2+x=t$ 라 하면

$$(x^2+x)^2+2(x^2+x)-3=t^2+2t-3$$

$$=(t-1)(t+3)$$

$$=(x^2+x-1)(x^2+x+3)$$

에서  $a=1, b=3$

$$\text{따라서 } a+b=4$$

## 7. 합성함수와 역함수 이해하기

정답 ②

## 정답 해설

$$g(5)=3 \text{이므로 } g^{-1}(3)=5$$

$$(g \circ f)(4)=g(f(4))=g(7)=2$$

$$g^{-1}(3)+(g \circ f)(4)=7$$

## 8. 외분점 계산하기

정답 ④

## 정답 해설

선분 AB를 2:1로 외분하는 점의 좌표가

$$\left(\frac{4-1}{2-1}, \frac{2a-7}{2-1}\right) \text{이고 이 점이 } x \text{축 위에 있으므로}$$

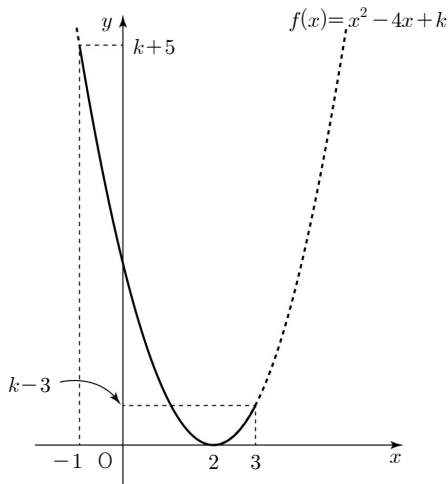
$$\frac{2a-7}{2-1}=0$$

$$\text{따라서 } a=\frac{7}{2}$$

9. 이차함수의 최대와 최소 이해하기

정답 ④

정답 해설



$f(x) = x^2 - 4x + k = (x-2)^2 + k-4$   
 $-1 \leq x \leq 3$ 일 때, 함수  $f(x)$ 는  $x=-1$ 에서  
 최댓값 9를 갖는다.  
 $f(-1) = k+5 = 9$   
 따라서  $k=4$

10. 절댓값을 포함한 부등식 이해하기

정답 ⑤

정답 해설

부등식  $x > |3x+1|-7$ 에서  
 (i)  $x \geq -\frac{1}{3}$ 일 때  
 $x > 3x+1-7$ 에서  $x < 3$   
 $-\frac{1}{3} \leq x < 3$   
 (ii)  $x < -\frac{1}{3}$ 일 때  
 $x > -3x-1-7$ 에서  $x > -2$   
 $-2 < x < -\frac{1}{3}$   
 (i), (ii)에 의하여  $-2 < x < 3$   
 따라서 모든 정수  $x$ 는  $-1, 0, 1, 2$ 이므로 합은 2

11. 함수의 성질을 이용하여 추론하기

정답 ②

정답 해설

함수  $f(x)$ 가 항등함수이므로  
 집합  $X$ 의 모든 원소  $x$ 에 대하여  $f(x)=x$ 이다.  
 $x=-3$ 일 때  
 $2 \times (-3) + a = -3$ 에서  $a=3$   
 $x=1$ 일 때  
 $1^2 - 2 \times 1 + b = 1$ 에서  $b=2$

따라서  $a \times b = 6$

12. 도형의 평행이동 이해하기

정답 ⑤

정답 해설

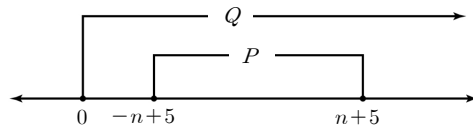
점  $P(a, a^2)$ 을  $x$ 축의 방향으로  $-\frac{1}{2}$ 만큼,  
 $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한  
 점  $(a-\frac{1}{2}, a^2+2)$ 가 직선  $y=4x$  위에 있으므로  
 $a^2+2=4a-2$   
 $(a-2)^2=0$   
 따라서  $a=2$

13. 명제의 조건 이해하기

정답 ⑤

정답 해설

두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 하자.  
 $P = \{x \mid -n+5 \leq x \leq n+5\}$   
 $Q = \{x \mid x \geq 0\}$   
 $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되려면  $P \subset Q$



$-n+5 \geq 0$ 에서  $n \leq 5$   
 따라서 모든 자연수  $n$ 의 개수는 5

14. 원과 직선의 위치관계 이해하기

정답 ③

정답 해설

점  $(2, -4)$ 에서 원  $x^2+y^2=2$ 에 그은 접선의  
 기울기를  $m$ 이라 하면 접선의 방정식은  
 $y+4=m(x-2)$ 이다.  
 원의 중심  $(0, 0)$ 과 직선  $y+4=m(x-2)$  사이의  
 거리는 반지름의 길이와 같으므로  
 $\frac{|-2m-4|}{\sqrt{1+m^2}} = \sqrt{2}$ 에서  $m^2+8m+7=0$   
 $m=-1$  또는  $m=-7$   
 $y=mx-2m-4$ 가  $y$ 축과 만나는 점의 좌표는  
 $(0, -2), (0, 10)$   
 따라서  $a+b=8$

15. 나머지정리를 이용하여 추론하기

정답 ③

정답 해설

다항식  $f(x+1)$ 을  $x$ 로 나눈 몫을  $Q_1(x)$ 라 하면



$$f(x+1)=xQ_1(x)+6$$

위 식의 양변에  $x=0$ 을 대입하면  $f(1)=6$

다항식  $f(x)$ 를  $x^2-x$ 로 나눈 몫을  $Q_2(x)$ 라 하면

$$f(x)=(x^2-x)Q_2(x)+ax+a$$

$$=x(x-1)Q_2(x)+ax+a$$

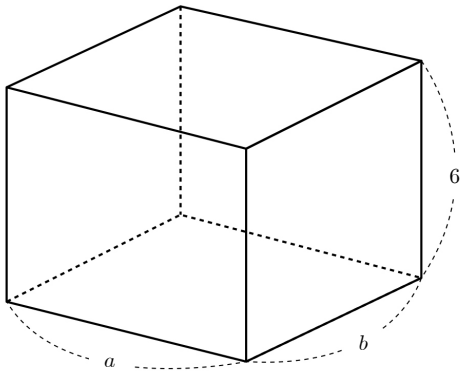
위 식의 양변에  $x=1$ 을 대입하면  $f(1)=2a$

$$2a=6 \text{이므로 } a=3$$

## 16. 절대부등식을 활용하여 문제해결하기

정답 ①

정답 해설



그림과 같이 직육면체의 세 모서리의 길이를 각각  $a$ ,  $b$ , 6이라 하자.

$$6ab=108 \text{이므로 } ab=18 \text{이고}$$

직육면체의 대각선의 길이는  $\sqrt{a^2+b^2+6^2}$ 이다.

$a>0$ ,  $b>0$ 이므로

$$\frac{a^2+b^2}{2} \geq \sqrt{a^2b^2} \text{ (단, 등호는 } a^2=b^2 \text{ 일 때 성립한다.)}$$

$$a^2+b^2 \geq 36$$

$$\sqrt{a^2+b^2+36} \geq 6\sqrt{2}$$

따라서 직육면체의 대각선의 길이의 최솟값은  $6\sqrt{2}$

## 17. 인수분해를 활용하여 문제해결하기

정답 ①

정답 해설

$$(182\sqrt{182}+13\sqrt{13}) \times (182\sqrt{182}-13\sqrt{13})$$

$$=182^3-13^3$$

$$=(13 \times 14)^3 - (13 \times 1)^3$$

$$=13^3 \times (14^3 - 1^3)$$

$$=13^3 \times (14-1) \times (14^2 + 14 \times 1 + 1^2)$$

$$=13^4 \times 211$$

$$\text{따라서 } m=211$$

## 18. 복소수의 성질을 활용하여 문제해결하기

정답 ②

정답 해설

$$(p+2qi)^2 = p^2 - 4q^2 + 4pqi \text{이므로}$$

$$p^2 - 4q^2 = 0 \dots\dots ㉠$$

$$4pq = -16 \dots\dots ㉡$$

㉠에서  $p=2q$  또는  $p=-2q$

$p=2q$ 일 때

㉡에서  $q^2=-2$ 이므로 ㉠, ㉡을 동시에 만족하는 두 실수  $p$ ,  $q$ 는 존재하지 않는다.

$p=-2q$ 일 때

㉡에서  $q^2=2$ 이므로

$$q=\sqrt{2} \text{ 또는 } q=-\sqrt{2}$$

$$p>0 \text{이므로 } p=2\sqrt{2}, q=-\sqrt{2}$$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$p+q=\sqrt{2} \text{에서 } a=-\sqrt{2}$$

$$pq=-4 \text{에서 } b=-4$$

$$\text{따라서 } a^2+b^2=18$$

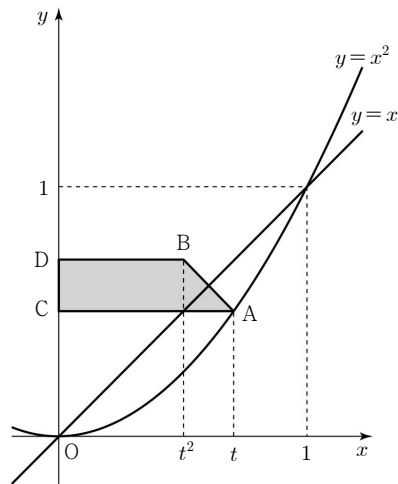
## 19. 사차방정식을 이용하여 추론하기

정답 ①

정답 해설

점 B는 점  $A(t, t^2)$ 을 직선  $y=x$ 에 대하여

대칭이동한 점이므로 점 B의 좌표는  $(t^2, t)$ 이다.



그림과 같이 점 A에서  $y$ 축에 내린 수선의 발이 C이므로  $\overline{AC}=t$

점 B에서  $y$ 축에 내린 수선의 발이 D이므로

$$\overline{BD}=t^2$$

$$\overline{DC}=\boxed{t-t^2} \text{이므로}$$

사각형 ABDC의 넓이는

$$\frac{1}{2}(t+t^2)(t-t^2)=\frac{1}{2}t^2 \times \boxed{1-t^2}$$

사각형 ABDC의 넓이가  $\frac{1}{8}$ 이므로

$$\frac{1}{2}t^2 \times \boxed{1-t^2} = \frac{1}{8}$$

$$t^2(1-t^2)=\frac{1}{4}, (2t^2-1)^2=0$$

$$\text{따라서 } t=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}} \text{ (} 0 < t < 1 \text{)}$$

$$f(t)=t-t^2, \quad g(t)=1-t^2, \quad k=\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} f(k) \times g(k) &= f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{\sqrt{2}-1}{4} \end{aligned}$$

## 20. 이차함수의 그래프를 이용하여 추론하기

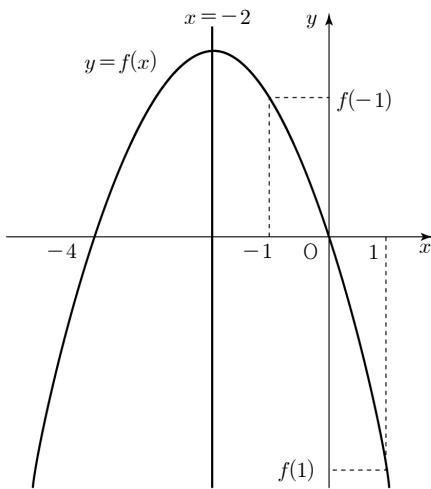
정답 ⑤

### 정답 해설

조건 (가), (나)에 의하여

함수  $f(x)=ax(x+4)$  ( $a<0$ )이고

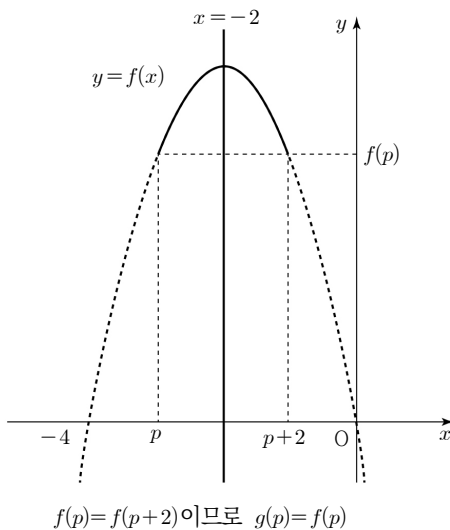
함수  $f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



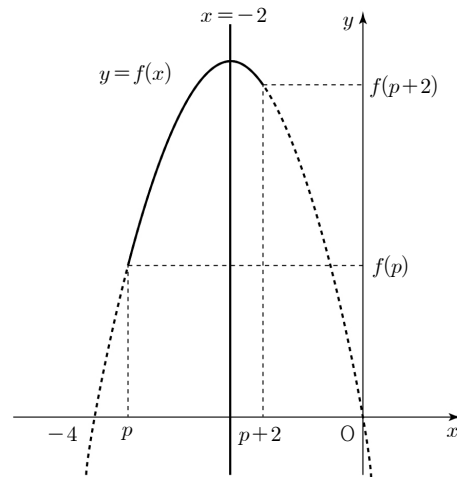
ㄱ. 함수  $f(x)$ 의 대칭축이  $x=-2$ 이므로  $f(0)=0$  (참)

ㄴ. 위 그림과 같이  $-1 \leq x \leq 1$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값은  $f(1)$ 이다. (참)

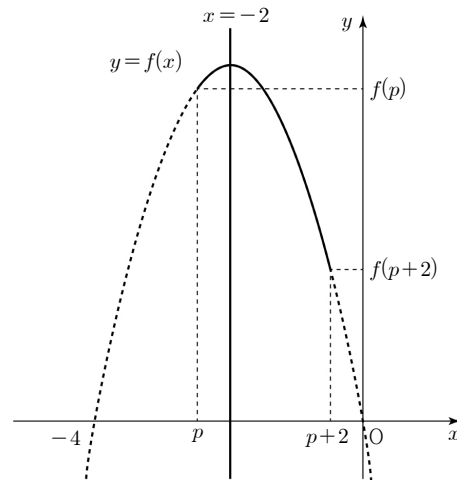
ㄷ. 함수  $f(x)$ 에서  
(i)  $p=-3$ 일 때



(ii)  $p<-3$ 일 때



(iii)  $p>-3$ 일 때



(i), (ii), (iii)에 의하여 함수  $g(p)$ 는 다음과 같다.

$$g(p)=\begin{cases} f(p) & (p \leq -3) \\ f(p+2) & (p > -3) \end{cases}$$

$p \leq -3$ 인 모든  $p$ 에 대하여  $g(p) \leq f(-3)$ 이고

$p > -3$ 인 모든  $p$ 에 대하여  $g(p) < f(-3)$ 이므로

$g(p)$ 의 최댓값은  $f(-3)$ 이다.

$$f(-3)=1 \text{에서 } a=-\frac{1}{3} \text{이므로}$$

$$f(-2)=-\frac{1}{3} \times (-2) \times (-2+4)=-\frac{4}{3} \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 21. 집합의 성질을 활용하여 문제해결하기

정답 ②

### 정답 해설

집합  $A_k$ 는 전체집합  $U$ 의 부분집합이므로

$x$ 는 20 이하의 자연수이고  $y-k$ 는 30의 약수이다.

$y \in U$ 이므로  $y-k < 30$ 이고  $x \neq 1$

$x \in U$ 이므로  $x \neq 30$

$y-k$ 와  $x$  사이의 관계는 아래 표와 같다.

$y-k$	2	3	5	6	10	15
$x$	15	10	6	5	3	2

$$A_k \subset \{2, 3, 5, 6, 10, 15\}$$

$\frac{30-x}{5} \in U$ 에서  $30-x$ 는 5의 배수이므로

$$B = \{5, 10, 15, 20\}$$

$$(A_k \cap B^c) \subset \{2, 3, 6\}$$

(i)  $2 \in (A_k \cap B^c)$ 일 때

$$x=2, y-k=15 \text{이고 } y=15+k \leq 20$$

$$k \leq 5$$

(ii)  $3 \in (A_k \cap B^c)$ 일 때

$$x=3, y-k=10 \text{이고 } y=10+k \leq 20$$

$$k \leq 10$$

(iii)  $6 \in (A_k \cap B^c)$ 일 때

$$x=6, y-k=5 \text{이고 } y=5+k \leq 20$$

$$k \leq 15$$

(i), (ii), (iii)에 의하여

$$k \leq 5 \text{일 때 } A_k \cap B^c = \{2, 3, 6\}$$

$$5 < k \leq 10 \text{일 때 } A_k \cap B^c = \{3, 6\}$$

$$10 < k \leq 15 \text{일 때 } A_k \cap B^c = \{6\}$$

$$n(A_k \cap B^c) = 1 \text{이므로 } 10 < k \leq 15$$

따라서 모든 자연수  $k$ 의 개수는 5

## 22. 나머지정리 이해하기

정답 19

정답 해설

$P(x) = x^2 + 4x - 2$ 라 하면  $x-3$ 으로 나눈 나머지는

나머지정리에 의해  $P(3) = 19$

## 23. 항등식 이해하기

정답 11

정답 해설

$$\begin{aligned} 4x^2 + ax - 1 &= bx(x+2) + c \\ &= bx^2 + 2bx + c \end{aligned}$$

양변의 계수를 비교하면

$$a=8, b=4, c=-1$$

따라서  $a+b+c=11$

## 24. 집합 사이의 포함관계를 이용하여 추론하기

정답 5

정답 해설

$A \subset B$ 이고  $a$ 는 양수이므로  $a=5$

## 25. 연립이차방정식 이해하기

정답 7

정답 해설

$$\begin{cases} x-2y=1 & \cdots \textcircled{1} \\ 2x-y^2=6 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$$2(2y+1)-y^2=6$$

$$(y-2)^2=0, y=2$$

$$x=5$$

따라서  $\alpha+\beta=7$

## 26. 곱셈공식을 활용하여 문제해결하기

정답 108

정답 해설

$\overline{AC}=a, \overline{BC}=b$ 라 하면

삼각형 ABC가 직각삼각형이므로

$$a^2+b^2=(2\sqrt{6})^2=24 \text{이고}$$

삼각형 ABC의 넓이가 3이므로  $ab=6$ 이다.

$$(a+b)^2=36 \text{이므로 } a+b=6 \text{이다.}$$

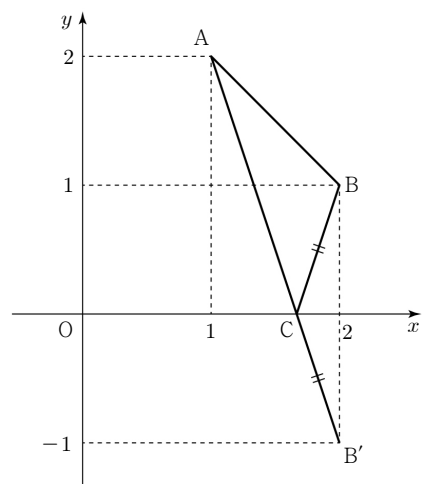
$$\begin{aligned} a^3+b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ &= 6^3 - 3 \times 6 \times 6 = 108 \end{aligned}$$

따라서  $\overline{AC}^3 + \overline{BC}^3 = 108$

## 27. 대칭이동을 활용하여 문제해결하기

정답 12

정답 해설



삼각형 ABC의 둘레의 길이는  $\overline{AC} + \overline{CB} + \overline{BA}$

점 B(2, 1)을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을

$B'$ 이라 하면 점  $B'$ 의 좌표는 (2, -1)이다.

$$\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AC} + \overline{CB'} \geq \overline{AB'}$$

$$\overline{BA} = \sqrt{2}, \overline{AB'} = \sqrt{10} \text{이므로}$$

삼각형 ABC의 둘레의 길이의 최솟값은  $\sqrt{2} + \sqrt{10}$

따라서  $a+b=12$

**28. 함수의 성질을 이용하여 추론하기**

정답 40

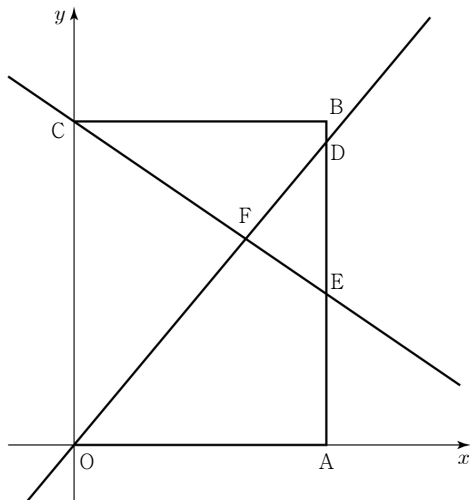
**정답 해설**

$$\begin{aligned}(g \circ f)(1) &= g(a+1) = (a+1)^2 \\ a \leq 4 \text{ 일 때} \\ (f \circ g)(4) &= f(16) = a+16 \\ (g \circ f)(1) + (f \circ g)(4) &= a^2 + 3a + 17 = 57 \\ a^2 + 3a - 40 &= (a-5)(a+8) = 0 \\ a &= -8 \\ a > 4 \text{ 일 때} \\ (f \circ g)(4) &= f(2) = a+2 \\ (g \circ f)(1) + (f \circ g)(4) &= a^2 + 3a + 3 = 57 \\ a^2 + 3a - 54 &= (a-6)(a+9) = 0 \\ a &= 6 \\ S &= -8 + 6 = -2 \\ \text{따라서 } 10S^2 &= 40\end{aligned}$$

**29. 직선의 방정식을 활용하여 문제해결하기**

정답 130

**정답 해설**



사각형 OAEF의 넓이와 삼각형 DFE의 넓이의 합은 삼각형 OAD의 넓이이고  
사각형 BCFD의 넓이와 삼각형 DFE의 넓이의 합은 삼각형 CEB의 넓이이므로  
삼각형 OAD의 넓이는 삼각형 CEB의 넓이보다 4만큼 크다.  
 $\overline{OA} = \overline{CB} = 4$ 이므로  
삼각형 OAD의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 4 \times \overline{DA}$ 이고  
삼각형 CEB의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 4 \times \overline{BE}$ 이다.  
 $\frac{1}{2} \times 4 \times \overline{DA} = \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{BE} + 4$   
 $\overline{DA} = \overline{BE} + 2$

$$\overline{BE} = k \text{라 놓으면, } \overline{DA} = k + 2$$

$$\text{직선 OD의 기울기는 } \frac{k+2}{4}$$

$$\text{직선 CE의 기울기는 } -\frac{k}{4}$$

직선 OD와 직선 CE의 기울기의 곱은  $-\frac{7}{9}$ 이므로

$$\left(\frac{k+2}{4}\right) \times \left(-\frac{k}{4}\right) = -\frac{7}{9}$$

$$9k^2 + 18k - 112 = 0$$

$$(3k-8)(3k+14) = 0$$

$$k = \frac{8}{3} \text{ 또는 } k = -\frac{14}{3}$$

$$k > 0 \text{이므로 } k = \frac{8}{3}$$

$$\text{직선 OD의 방정식은 } y = \frac{7}{6}x$$

$$\text{직선 CE의 방정식은 } y = -\frac{2}{3}x + 5$$

$$\text{두 직선이 만나는 점은 } F\left(\frac{30}{11}, \frac{35}{11}\right)$$

$$a = \frac{30}{11}, b = \frac{35}{11}$$

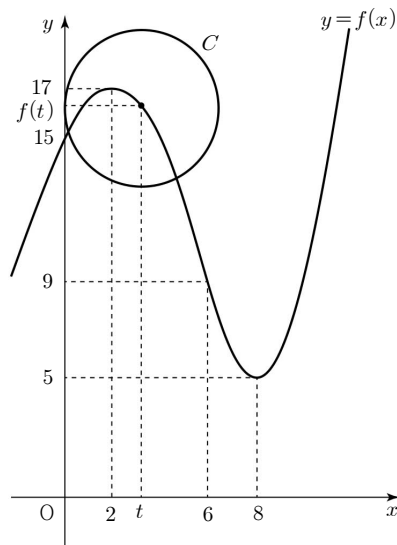
$$\text{따라서 } 22(a+b) = 130$$

**30. 원과 직선의 위치관계를 활용하여 문제해결하기**

정답 90

**정답 해설**

원 C는 중심이  $(t, f(t))$ 이고 반지름의 길이가  $t$ 인 원이므로 원 C는 중심이 함수  $y=f(x)$ 의 그래프 위에 있고  $y$ 축에 접한다.



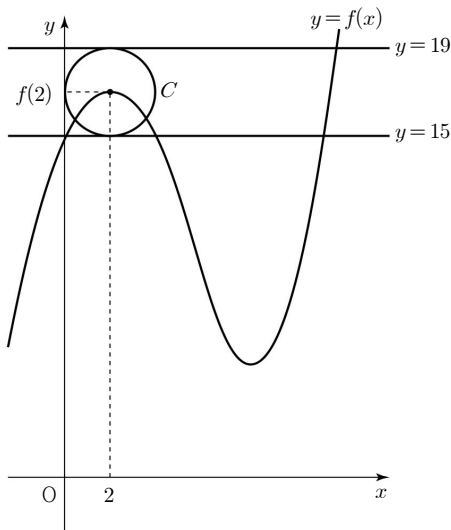
조건 (가)에 의하여

$$g(2) = 1 \text{이므로 중심이 } (2, f(2)) \text{이고}$$

반지름의 길이가 2인 원이 직선  $y=k$ 와 한 점에서 만난다.

따라서  $|f(2) - k| = |17 - k| = 2$

$k = 19$  또는  $k = 15$



(i)  $k = 19$ 일 때

중심이  $(4, f(4))$ 인 원의 반지름의 길이는 4이고  
원의 중심과 직선  $y = 19$  사이의 거리는  
 $19 - f(4) = 4$ 이므로 원과 직선  $y = 19$ 는  
한 점에서 만난다.

$$\therefore g(4) = 1$$

중심이  $(6, f(6))$ 인 원의 반지름의 길이는 6이고  
원의 중심과 직선  $y = 19$  사이의 거리는  
 $19 - f(6) = 10$ 이므로 원과 직선  $y = 19$ 는  
만나지 않는다.

$$\therefore g(6) = 0$$

$$g(4) \times g(6) = 1 \times 0 \neq 2 \text{이므로}$$

조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(ii)  $k = 15$ 일 때

중심이  $(4, f(4))$ 인 원의 반지름의 길이는 4이고  
원의 중심과 직선  $y = 15$  사이의 거리는  
 $15 - f(4) = 0$ 이므로 원과 직선  $y = 15$ 는  
서로 다른 두 점에서 만난다.

$$\therefore g(4) = 2$$

중심이  $(6, f(6))$ 인 원의 반지름의 길이는 6이고  
원의 중심과 직선  $y = 15$  사이의 거리는  
 $15 - f(6) = 6$ 이므로 원과 직선  $y = 15$ 는  
한 점에서 만난다.

$$\therefore g(6) = 1$$

$$g(4) \times g(6) = 2 \times 1 = 2 \text{이므로}$$

조건 (나)를 만족시킨다.

따라서  $k = 15$

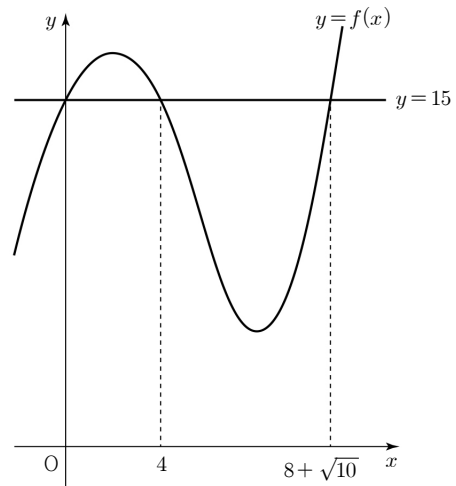
$f(x) = 15$ 를 만족하는  $x$ 의 값은

$0 < x < 6$ 일 때

$$-\frac{1}{2}(x-2)^2 + 17 = 15 \text{에서 } x = 4$$

$x \geq 6$ 일 때

$$(x-8)^2 + 5 = 15 \text{에서 } x = 8 + \sqrt{10}$$



원  $C$ 의 중심  $(t, f(t))$ 와 직선  $y = 15$  사이의  
거리를 함수  $h(t)$ 라 하면

$$h(t) = \begin{cases} f(t) - 15 & (0 < t \leq 4) \\ 15 - f(t) & (4 < t \leq 8 + \sqrt{10}) \\ f(t) - 15 & (t > 8 + \sqrt{10}) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -\frac{1}{2}t^2 + 2t & (0 < t \leq 4) \\ \frac{1}{2}t^2 - 2t & (4 < t \leq 6) \\ -t^2 + 16t - 54 & (6 < t \leq 8 + \sqrt{10}) \\ t^2 - 16t + 54 & (t > 8 + \sqrt{10}) \end{cases}$$

함수  $h(t)$ 는 원  $C$ 의 중심  $(t, f(t))$ 와 직선  $y = 15$   
사이의 거리이고  $t$ 는 원  $C$ 의 반지름의 길이이므로  
원  $C$ 가 직선  $y = 15$ 와 만나는 서로 다른 점의  
개수인 함수  $g(t)$ 는 다음과 같다.

$$h(t) > t \text{이면 } g(t) = 0$$

$$h(t) = t \text{이면 } g(t) = 1$$

$$h(t) < t \text{이면 } g(t) = 2$$

방정식  $h(t) = t$ 를 만족하는  $t$ 를 구하면

$$0 < t \leq 4 \text{에서 } -\frac{1}{2}t^2 + 2t = t \text{이므로 } t = 2$$

$$4 < t \leq 6 \text{에서 } \frac{1}{2}t^2 - 2t = t \text{이므로 } t = 6$$

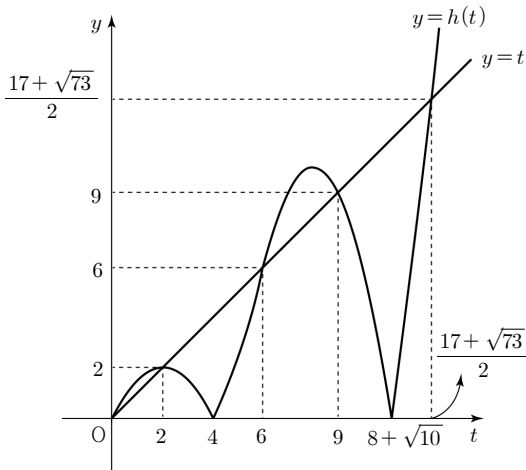
$$6 < t \leq 8 + \sqrt{10} \text{에서}$$

$$-t^2 + 16t - 54 = t \text{이므로 } t = 9$$

$$t > 8 + \sqrt{10} \text{에서}$$

$$t^2 - 16t + 54 = t \text{이므로 } t = \frac{17 + \sqrt{73}}{2}$$

함수  $y = h(t)$ 의 그래프와 직선  $y = t$ 는 다음과 같다.



따라서

$$0 < t < 2, \quad 6 < t < 9, \quad t > \frac{17 + \sqrt{73}}{2} \text{에서 } g(t) = 0$$

$$t = 2, \quad t = 6, \quad t = 9, \quad t = \frac{17 + \sqrt{73}}{2} \text{에서 } g(t) = 1$$

$$2 < t < 6, \quad 9 < t < \frac{17 + \sqrt{73}}{2} \text{에서 } g(t) = 2$$

(i)  $2 < t < 6$ 일 때

$\alpha - 2 < t < \alpha$ 에서  $g(t) = 2$ 를 만족시키는

실수  $\alpha$ 의 범위는  $4 \leq \alpha \leq 6$

(ii)  $9 < t < \frac{17 + \sqrt{73}}{2}$ 일 때

$$8 < \sqrt{73} < 9$$

$$\frac{25}{2} < \frac{17 + \sqrt{73}}{2} < 13$$

$$\frac{17 + \sqrt{73}}{2} - 9 > 2 \text{이므로}$$

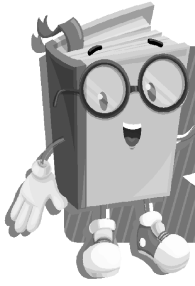
$\alpha - 2 < t < \alpha$ 에서  $g(t) = 2$ 를 만족시키는

실수  $\alpha$ 의 범위는  $11 \leq \alpha \leq \frac{17 + \sqrt{73}}{2}$

(i), (ii)에 의하여 실수  $\alpha$ 의 최댓값은  $\frac{17 + \sqrt{73}}{2}$

$$m = 17, \quad n = 73$$

$$\text{따라서 } m + n = 90$$



Answer & Explanation  
**15**회

# 2018학년도 11월 전국연합학력평가

정답과 해설  
고1 수학

## • 정답

본문 p. 171

1 ④	2 ③	3 ⑤	4 ②	5 ①
6 ①	7 ③	8 ②	9 ⑤	10 ⑤
11 ①	12 ②	13 ④	14 ⑤	15 ④
16 ①	17 ②	18 ②	19 ④	20 ③
21 ③	22 6	23 10	24 14	25 9
26 256	27 5	28 7	29 231	30 50

### 1. 다항식 계산하기

정답 ④

#### 정답 해설

$$A+B=(x^2+xy)+(x^2+7xy)=2x^2+8xy$$

### 2. 항등식 이해하기

정답 ③

#### 정답 해설

등식  $x^2+x+a=x^2+bx+6$ 이  $x$ 에 대한

항등식이므로  $a=6$ ,  $b=1$

따라서  $a+b=7$

### 3. 복소수의 성질 이해하기

정답 ⑤

#### 정답 해설

복소수  $5-i$ 의 켤레복소수가  $5+i$ 이므로

$$5+i=a+bi$$

$a$ 와  $b$ 는 실수이므로  $a=5$ ,  $b=1$

따라서  $a \times b=5$

### 4. 합성함수의 값 계산하기

정답 ②

#### 정답 해설

$$(g \circ f)(1)=g(f(1))=g(2)=9$$

### 5. 명제 추론하기

정답 ①

#### 정답 해설

세 조건  $p$ ,  $q$ ,  $r$ 의 진리집합을 각각  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ 라 하자.

명제  $q \rightarrow r$ 가 참이므로 대우  $\sim r \rightarrow \sim q$ 도 참이다.

그러므로  $R^C \subset Q^C$ 이고 명제  $p \rightarrow \sim r$ 가 참이므로

$$P \subset R^C$$

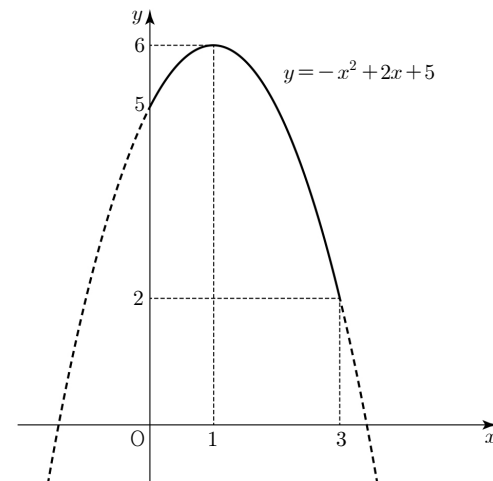
따라서  $P \subset R^C \subset Q^C$ 이 성립하므로  $P \subset Q^C$ 이다.

따라서 명제  $p \rightarrow \sim q$ 가 항상 참이다.

### 6. 이차함수 이해하기

정답 ①

#### 정답 해설



$y = -x^2 + 2x + 5 = -(x-1)^2 + 6$ 의 그래프가

그림과 같으므로  $x=3$ 일 때 최솟값은 2

### 7. 연립이차방정식 이해하기

정답 ③

#### 정답 해설

$$\begin{cases} 2x-y=3 & \cdots \textcircled{1} \\ x^2-y=2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서  $y=2x-3$ 을 ②에 대입하면

$$x^2-(2x-3)=2$$

$$x^2-2x+1=0$$

$$(x-1)^2=0$$

$$\therefore x=1, y=-1$$

따라서  $\alpha=1$ ,  $\beta=-1$ 이므로  $\alpha+\beta=0$

### 8. 복소수 이해하기

정답 ②

정답 해설

$$z = 1 + i \text{이므로 } z^2 = (1 + i)^2 = 2i$$

$$\frac{1}{z^2} = \frac{1}{2i} = \frac{1 \times i}{2i \times i} = -\frac{i}{2}$$

### 9. 내분점을 활용하여 문제해결하기

정답 ⑤

정답 해설

변 BC의 중점을 M(7, 4)라 하고, 삼각형 ABC의 무게중심을 G(a, b)라 하면 점 G는 선분 AM을 2:1로 내분하는 점이므로 점 G의 좌표는

$$\left( \frac{2 \times 7 + 1 \times 1}{2 + 1}, \frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1} \right) = (5, 3)$$

$$\therefore a = 5, b = 3$$

$$\text{따라서 } a + b = 8$$

### 10. 다항식의 곱셈 이해하기

정답 ⑤

정답 해설

$$a + b = X \text{라 하면}$$

$$(a + b - 1)\{(a + b)^2 + a + b + 1\} = (X - 1)(X^2 + X + 1)$$

$$= X^3 - 1 = 8$$

$$\therefore X^3 = 9$$

$$\text{따라서 } (a + b)^3 = 9$$

### 11. 인수정리 이해하기

정답 ①

정답 해설

다항식  $x^4 - 4x^2 + a$ 가  $x - 1$ 로 나누어떨어지므로

다항식  $x^4 - 4x^2 + a$ 에  $x = 1$ 을 대입하면 인수정리에

의해  $1 - 4 + a = 0$ 에서  $a = 3$

다항식  $x^4 - 4x^2 + 3$ 을  $x - 1$ 로 나눈 몫이  $Q(x)$ 이므로

$$x^4 - 4x^2 + 3 = (x - 1)Q(x)$$

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 2Q(3) = 3^4 - 4 \times 3^2 + 3 = 48$$

$$\text{따라서 } Q(a) = Q(3) = 24$$

### 12. 명제의 조건 이해하기

정답 ②

정답 해설

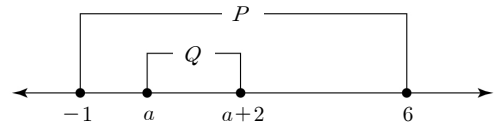
두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$$x^2 - 5x - 6 = (x + 1)(x - 6) \leq 0 \text{에서 } -1 \leq x \leq 6,$$

$$(x - a)(x - a - 2) \leq 0 \text{에서 } a \leq x \leq a + 2 \text{이므로}$$

$$P = \{x | -1 \leq x \leq 6\}, Q = \{x | a \leq x \leq a + 2\} \text{이다.}$$

p가 q이기 위한 필요조건이므로  $Q \subset P$



$$a \geq -1 \text{ 이고 } a + 2 \leq 6 \text{이므로 } -1 \leq a \leq 4$$

따라서 모든 정수 a의 개수는 6

### 13. 이차함수를 활용하여 문제해결하기

정답 ④

정답 해설

선회 속도  $V_1$ , 선회각  $30^\circ$ 로 선회 비행할 때의

$$\text{선회 반경이 } R_1 \text{이고, } \frac{1}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3} \text{이므로}$$

$$R_1 = \frac{V_1^2}{g \tan 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{g} \times V_1^2$$

$$V_1 : V_2 = 2 : 3 \text{이므로 } V_2 = \frac{3}{2} V_1$$

$$R_2 = \frac{V_2^2}{g \tan 30^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{g} \times \left( \frac{3}{2} V_1 \right)^2$$

$$= \frac{9}{4} \times \left( \frac{\sqrt{3}}{g} \times V_1^2 \right) = \frac{9}{4} R_1$$

$$\text{따라서 } \frac{R_1}{R_2} = \frac{4}{9}$$

### 14. 절댓값을 포함한 부등식 이해하기

정답 ⑤

정답 해설

부등식  $|3x - 1| < x + a$ 의 해는

$$(i) x \geq \frac{1}{3} \text{일 때}$$

$$3x - 1 < x + a$$

$$x < \frac{a + 1}{2}$$

$$a \text{가 양수이므로 } \frac{1}{3} \leq x < \frac{a + 1}{2}$$

$$(ii) x < \frac{1}{3} \text{일 때}$$

$$-3x + 1 < x + a$$

$$\frac{1 - a}{4} < x$$

$$a \text{가 양수이므로 } \frac{1 - a}{4} < x < \frac{1}{3}$$

$$(i), (ii) \text{에 의해 } \frac{1 - a}{4} < x < \frac{a + 1}{2}$$

부등식  $|3x - 1| < x + a$ 의 해가  $-1 < x < 3$ 이므로

$$a = 5$$



15. 도형의 평행이동 이해하기

정답 ④

정답 해설

직선  $3x+4y+17=0$ 을  $x$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$3(x-n)+4y+17=0$$

직선  $3x+4y-3n+17=0$ 이 원  $x^2+y^2=1$ 에

접하므로 원의 중심  $(0, 0)$ 과

직선  $3x+4y-3n+17=0$  사이의 거리가 1이다.

$$\frac{|-3n+17|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1 \text{에서}$$

$$-3n+17=5 \text{ 또는 } -3n+17=-5$$

$$\therefore n=4 \text{ 또는 } n=\frac{22}{3}$$

$n$ 은 자연수이므로  $n=4$

16. 인수분해를 활용하여 문제해결하기

정답 ①

정답 해설

$42=A$ 라 하면

$$42 \times (42-1) \times (42+6) + 5 \times 42 - 5$$

$$= A(A-1)(A+6) + 5A - 5$$

$$= A(A-1)(A+6) + 5(A-1)$$

$$= (A-1)\{A(A+6)+5\}$$

$$= (A-1)(A^2+6A+5)$$

$$= (A-1)(A+1)(A+5)$$

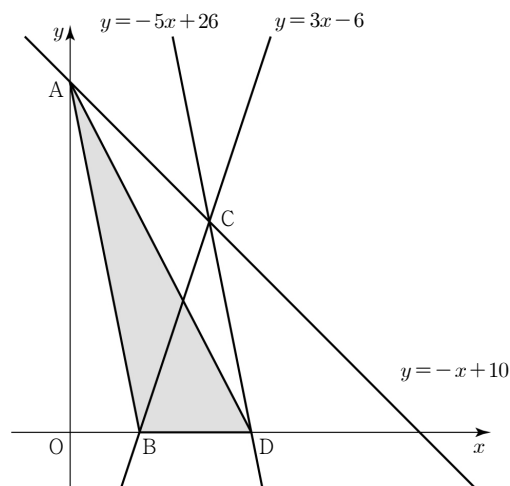
$$= 41 \times 43 \times 47$$

따라서  $p+q+r=41+43+47=131$

17. 직선의 방정식을 활용하여 문제해결하기

정답 ②

정답 해설



$x$ 축 위의 점  $D(a, 0)(a > 2)$ 에 대하여

삼각형 ABC의 넓이와 삼각형 ABD의 넓이가

같으려면 직선 AB와 점 C 사이의 거리와

직선 AB와 점 D 사이의 거리가 같아야 하므로

점 C를 지나고 직선 AB에 평행한 직선 위에 점 D가 있어야 한다.

직선  $y=-x+10$ 의  $y$ 절편이 10이므로

점 A의 좌표는  $(0, 10)$ 이고

직선  $y=3x-6$ 의  $x$ 절편이 2이므로

점 B의 좌표는  $(2, 0)$ 이다.

직선 AB의 기울기는  $\frac{0-10}{2-0}=-5$ 이고

두 직선  $y=-x+10$ ,  $y=3x-6$ 의 교점 C의

좌표는  $(4, 6)$ 이므로 점 C를 지나고

직선 AB에 평행한 직선의 방정식은

$$y-6=-5(x-4), y=-5x+26$$

점  $D(a, 0)$ 이 직선  $y=-5x+26$  위의 점이므로

$$0=-5a+26$$

$$\text{따라서 } a=\frac{26}{5}$$

18. 나머지정리를 이용하여 추론하기

정답 ②

정답 해설

조건 (가)에 의해  $f(x)-g(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈

몫과 나머지를  $a$ 라 하면

$$f(x)-g(x)=(x-2)a+a=a(x-1)$$

$$x=1 \text{을 대입하면 } f(1)-g(1)=0 \cdots \text{㉠}$$

조건 (나)에 의해  $f(x)g(x)$ 를  $x^2-1$ 로 나누었을

때의 몫을  $Q(x)$ 라 하면  $f(x)g(x)=(x^2-1)Q(x)$

$$x=1 \text{을 대입하면 } f(1)g(1)=0 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에 의해  $f(1)=g(1)=0$ 이다.

인수정리에 의하여  $f(x)$ 와  $g(x)$ 는 각각  $x-1$ 을

인수로 가지므로

$$f(x)=(x-1)(x+p), g(x)=(x-1)(x+q) \text{라 하자.}$$

$$g(4)=(4-1)(4+q)=3 \text{이므로 } q=-3$$

$$g(x)=(x-1)(x-3)$$

$$f(x)g(x)=(x-1)^2(x-3)(x+p)=(x^2-1)Q(x)$$

$x=-1$ 을 대입하면

$$(-2)^2 \times (-4) \times (-1+p)=0 \text{에서 } p=1$$

$$f(x)=(x-1)(x+1)$$

$$\text{따라서 } f(2)+g(2)=3+(-1)=2$$

19. 도형의 이동을 활용하여 문제해결하기

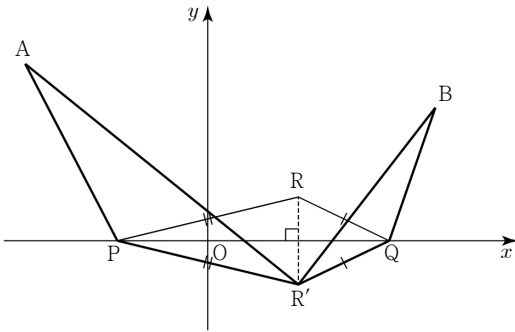
정답 ④

정답 해설

점 R는 직선  $y=1$  위에 있으므로 점 R의 좌표를

$(a, 1)$ 이라 하자. 점 R를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한

점을 R'이라 하면 점 R'의 좌표는  $(a, -1)$ 이다.



그림과 같이

$$\overline{AP} + \overline{PR} = \overline{AP} + \overline{PR'} \geq \overline{AR'}$$

$$\overline{RQ} + \overline{QB} = \overline{R'Q} + \overline{QB} \geq \overline{R'B}$$

$$\overline{AP} + \overline{PR} + \overline{RQ} + \overline{QB} \geq \overline{AR'} + \overline{R'B}$$

$\overline{AR'} + \overline{R'B}$ 의 값은 점  $R'(a, -1)$ 의 위치에 따라

변하므로  $\overline{AP} + \overline{PR} + \overline{RQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값은

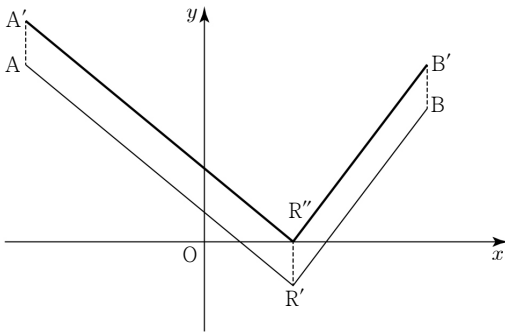
$\overline{AR'} + \overline{R'B}$ 의 최솟값과 같다.

세 점  $A(-4, 4)$ ,  $B(5, 3)$ ,  $R'(a, -1)$ 을  $y$ 축의

방향으로 1만큼 평행이동한 점을 각각  $A'$ ,  $B'$ ,  $R''$

이라 하면  $A'(-4, 5)$ ,  $B'(5, 4)$ ,  $R''(a, 0)$ 이고

$\overline{AR'} + \overline{R'B} = \overline{A'R''} + \overline{R''B'}$ 이다.



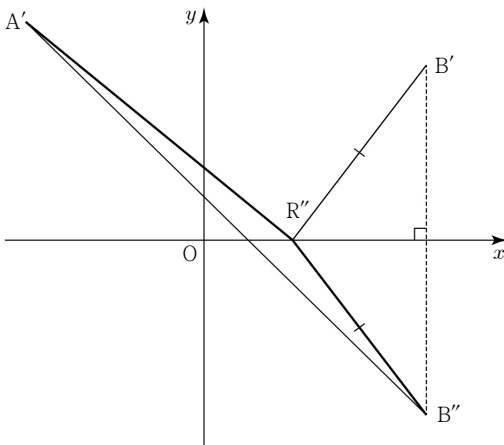
점  $B'$ 을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을  $B''$ 이라

하면 점  $B''$ 의 좌표는  $(5, -4)$ 이다.

$$\overline{A'R''} + \overline{R''B'} = \overline{A'R''} + \overline{R''B''} \geq \overline{A'B''}$$

이므로

$\overline{AP} + \overline{PR} + \overline{RQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값은  $\overline{A'B''}$ 과 같다.



점  $A'(-4, 5)$ 이고 점  $B''(5, -4)$ 에 대하여

$$\overline{A'B''} = \sqrt{\{5 - (-4)\}^2 + \{-4 - 5\}^2} = 9\sqrt{2}$$

따라서  $\overline{AP} + \overline{PR} + \overline{RQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값은  $9\sqrt{2}$

## 20. 집합의 원소 추론하기

정답 ③

정답 해설

ㄱ.  $A \cap B = \{2, 5\}$ 에서  $2 \in A$ ,  $5 \in A$

2와 5가  $k$ 의 약수이므로  $k$ 는 10의 배수이다.

$k$ 는 18 이하의 자연수이므로  $k=10$  (참)

ㄴ.  $A \cap B = \{5, 6\}$ 에서  $5 \in A$ ,  $6 \in A$

5와 6이  $k$ 의 약수이므로  $k$ 는 30의 배수이다.

$k$ 는 18 이하의 자연수이므로 존재하지 않는다.

(거짓)

ㄷ. (i)  $A \cap B = \{2, 5\}$ 일 때,

$k=10$ 이고  $A = \{1, 2, 5, 10\}$ 이므로

집합  $A - B = \{1, 10\}$ 의 모든 원소의 합은 11

(ii)  $A \cap B = \{2, 6\}$ 일 때,  $2 \in A$ ,  $6 \in A$

2와 6이  $k$ 의 약수이므로  $k$ 는 6의 배수이다.

$k$ 는 18 이하의 자연수이므로

가능한  $k$ 는 6, 12, 18이다.

$k=6$ 인 경우,

$A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로

집합  $A - B = \{1, 3\}$ 의 모든 원소의 합은 4

$k=12$ 인 경우,

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 집합

$A - B = \{1, 3, 4, 12\}$ 의 모든 원소의 합은 20

$k=18$ 인 경우,

$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 이므로 집합

$A - B = \{1, 3, 9, 18\}$ 의 모든 원소의 합은 31

$\therefore$  집합  $A - B$ 의 모든 원소의 합이 홀수가

되는 모든  $k$ 의 값의 합은  $10 + 18 = 28$  (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

## 21. 원과 직선의 위치 관계를 활용하여 문제해결하기

정답 ③

정답 해설

반지름의 길이가  $r$ 이고 중심이 이차함수

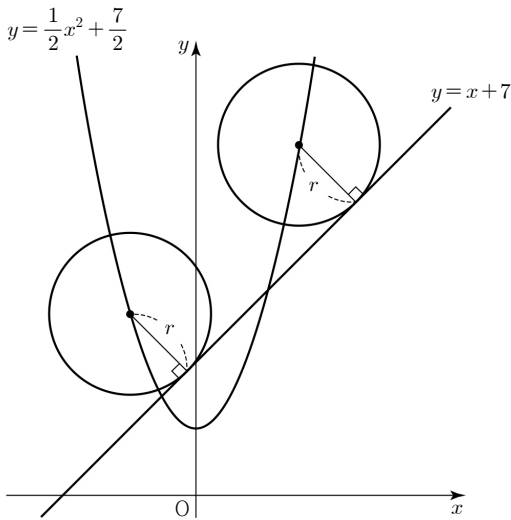
$$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}$$

의 그래프 위에 있는 원 중에서

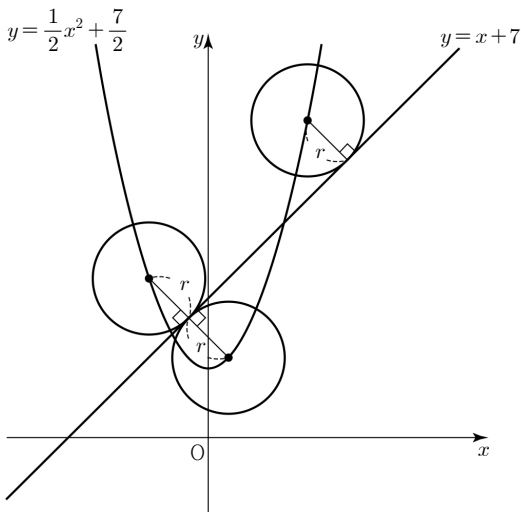
직선  $y = x + 7$ 에 접하는 원의 개수  $m$ 은 반지름

$r$ 의 길이에 따라 다음과 같은 세 가지 경우가 있다.

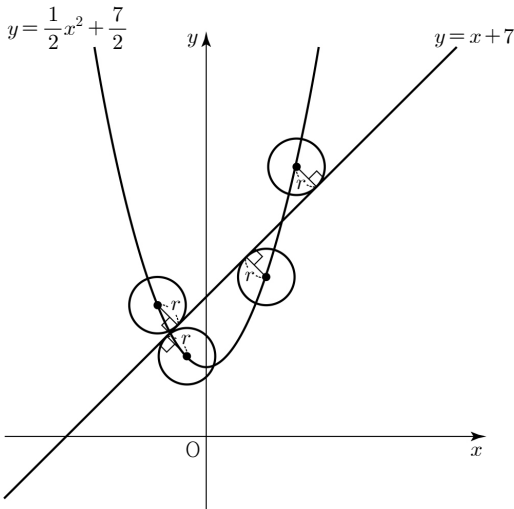
(i)  $m=2$ 일 때,



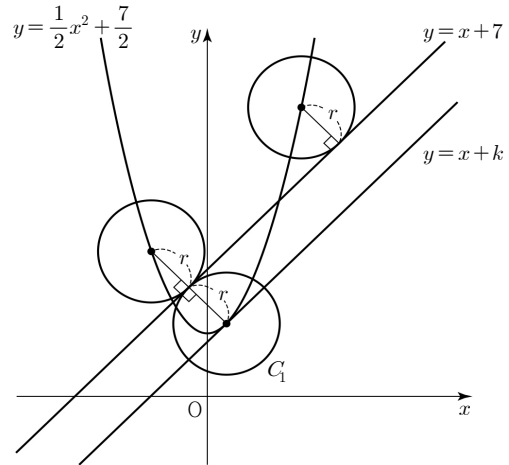
(ii)  $m=3$ 일 때,



(iii)  $m=4$ 일 때,



이 중  $m$ 이 홀수인 경우는  $m=3$ 일 때이므로  
직선  $y=x+7$ 에 접하는 원 중 직선  $y=x+7$ 의  
아래쪽에 위치한 원이 한 개일 때이다.



이 원을  $C_1$ 이라 하면 원  $C_1$ 의 반지름의 길이  $r$ 는  
이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}$ 의 그래프에 접하고 기울기가  
1인 직선과 직선  $y=x+7$  사이의 거리와 같다.

이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}$ 의 그래프에 접하고  
기울기가 1인 직선을  $y=x+k$ 라 하면  
이차방정식  $\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2} = x+k$ 가 중근을 가져야하므로

$x^2 - 2x + 7 - 2k = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (7 - 2k) = 0 \text{에서 } k = 3$$

두 직선  $y=x+7$ 과  $y=x+3$  사이의 거리는

직선  $y=x+3$  위의 점  $(0, 3)$ 과 직선  $y=x+7$   
사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|-3+7|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore r = 2\sqrt{2}$$

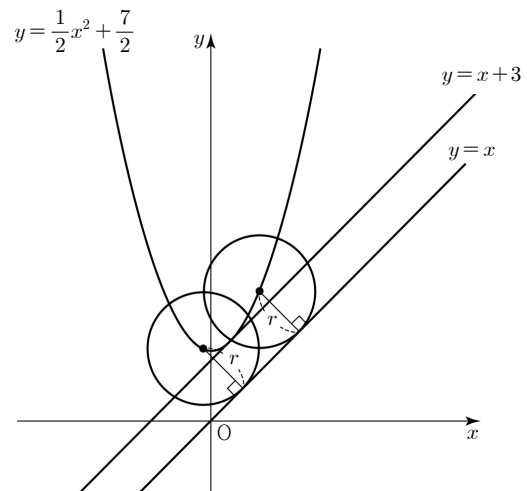
직선  $y=x$ 과 직선  $y=x+3$  사이의 거리는

직선  $y=x$  위의 점  $(0, 0)$ 과 직선  $y=x+3$

사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$r = 2\sqrt{2} > \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로 } n = 2$$



따라서  $m+n+r^2=3+2+(2\sqrt{2})^2=13$

## 22. 집합 이해하기

정답 6

### 정답 해설

$A^C = \{1, 2, 3\}$ 이므로

집합  $A^C$ 의 모든 원소의 합은

$$1+2+3=6$$

## 23. 함수 이해하기

정답 10

### 정답 해설

함수  $f$ 의 치역은  $\{4, 6\}$

따라서 치역의 모든 원소의 합은  $4+6=10$

## 24. 선분의 외분점 이해하기

정답 14

### 정답 해설

$A(-2, 0)$ ,  $B(0, 7)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 2:1로

외분하는 점의 좌표는  $(2, a)$ 이므로

$$a = \frac{2 \times 7 - 1 \times 0}{2-1} = 14$$

## 25. 명제 이해하기

정답 9

### 정답 해설

$f(x)=x^2+6x+k$ 라 하자.

함수  $y=f(x)$ 의 최솟값이 0보다 크거나 같으면

모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^2+6x+k \geq 0$ 이다.

$$f(x)=(x+3)^2+k-9$$

$x=-3$ 일 때 최솟값  $k-9$ 를 갖는다.

$$k-9 \geq 0$$

$$\therefore k \geq 9$$

따라서  $k$ 의 최솟값은 9

## 26. 원의 성질을 활용하여 문제해결하기

정답 256

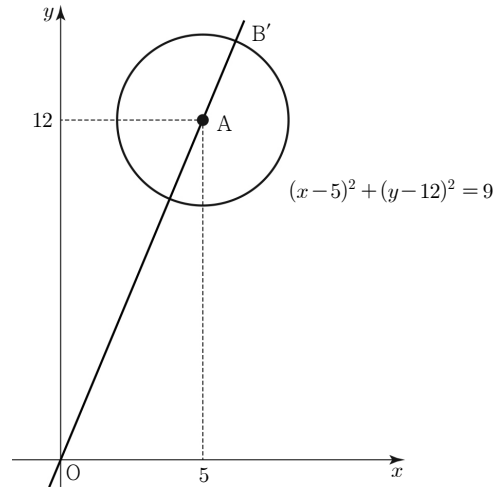
### 정답 해설

두 점  $A(5, 12)$ ,  $B(a, b)$ 에 대하여 선분  $AB$ 의

길이가 3이므로

$$\sqrt{(a-5)^2+(b-12)^2}=3$$

$$(a-5)^2+(b-12)^2=9$$



점  $B$ 는 원  $(x-5)^2+(y-12)^2=9$  위의 점이다.

원점  $O$ 에 대하여  $a^2+b^2=\overline{OB}^2$ 이므로

$\overline{OB}$ 의 길이가 최대일 때  $a^2+b^2$ 이 최댓값을 갖는다.

직선  $OA$ 가 원과 만나는 두 점 중 원점에서

더 멀리 있는 점을  $B'$ 라 하면 선분  $OB$ 의 길이의

최댓값은 선분  $OB'$ 의 길이와 같다.

$$\overline{OB'} = \overline{OA} + \overline{AB'}$$

$$= \sqrt{5^2+12^2}+3$$

$$= \sqrt{169}+3$$

$$= 13+3$$

$$= 16$$

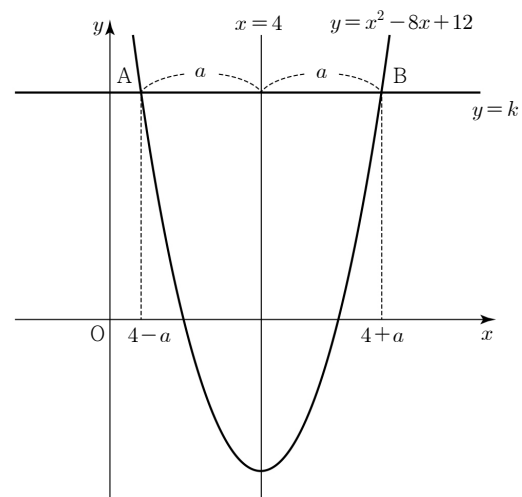
선분  $OB$ 의 길이의 최댓값은 16

따라서  $a^2+b^2$ 의 최댓값은  $16^2=256$

## 27. 이차함수를 활용하여 문제해결하기

정답 5

### 정답 해설



$$y = x^2 - 8x + 12 = (x-4)^2 - 4$$

이차함수  $y = x^2 - 8x + 12$ 의 그래프는

직선  $x=4$ 에 대하여 대칭이다.

두 점 A, B의 좌표를  $(4-a, k)$ ,  $(4+a, k)$ 라 하면

$$\overline{AB} = 2a$$

점 A  $(4-a, k)$ 가 이차함수  $y = (x-4)^2 - 4$  위의

점이므로  $k = a^2 - 4 \dots \textcircled{1}$

삼각형 AOB의 넓이가 15이므로

$$\frac{1}{2} \times 2a \times k = ak = 15 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 을 연립하면

$$a(a^2 - 4) = 15, \quad a^3 - 4a - 15 = 0$$

조립제법을 이용하여  $a^3 - 4a - 15$ 를 인수분해하면

3	1	0	-4	-15
		3	9	15
	1	3	5	0

$$(a-3)(a^2+3a+5)=0$$

$$a^2+3a+5 > 0 \text{ 이므로 } a=3$$

따라서  $k=5$

## 28. 함수의 성질을 이용하여 추론하기

정답 7

정답 해설

조건 (가)에서 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수가 7이므로 집합  $X$ 의 서로 다른 두 원소  $a, b$ 에 대하여  $f(a) = f(b) = n$ 을 만족하는 집합  $X$ 의 원소  $n$ 은 한 개 있다. 이때 집합  $X$ 의 원소 중 함숫값으로 사용되지 않은 원소를  $m$ 이라 하자.

$$1+2+3+4+5+6+7+8=36 \text{ 이므로}$$

조건 (나)에서

$$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+f(6)+f(7)+f(8)$$

$$= 36 + n - m = 42$$

$$\therefore n - m = 6$$

집합  $X$ 의 원소  $n, m$ 에 대하여  $n - m = 6$ 인 경우는 다음 두 가지이다.

(i)  $n=8, m=2$ 일 때

함수  $f$ 의 치역은  $\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이므로

조건 (다)를 만족시키지 않는다.

(ii)  $n=7, m=1$ 일 때

함수  $f$ 의 치역은  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이므로

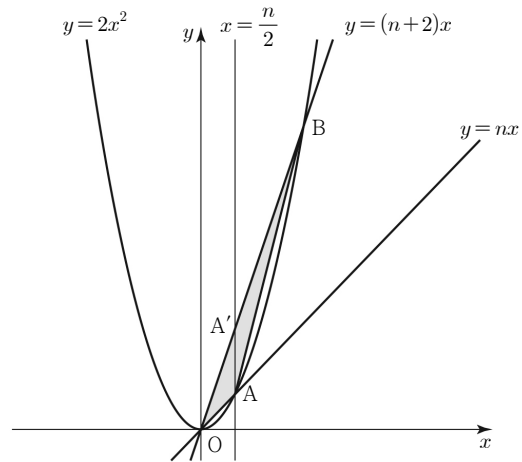
조건 (다)를 만족시킨다.

따라서  $n=7$

## 29. 이차함수와 이차방정식의 관계를 이용하여 추론하기

정답 231

정답 해설



점 A는 이차함수  $y = 2x^2$ 의 그래프와

직선  $y = nx$ 의 교점이다.

$$2x^2 = nx \text{ 에서 } x \neq 0 \text{ 이므로 } x = \frac{n}{2}$$

$$\therefore \text{점 A의 좌표는 } \left( \frac{n}{2}, \frac{n^2}{2} \right)$$

점 B는 이차함수  $y = 2x^2$ 의 그래프와

직선  $y = (n+2)x$ 의 교점이다.

$$2x^2 = (n+2)x \text{ 에서 } x \neq 0 \text{ 이므로 } x = \frac{n+2}{2}$$

$$\therefore \text{점 B의 좌표는 } \left( \frac{n+2}{2}, \frac{(n+2)^2}{2} \right)$$

점 A를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선이

직선  $y = (n+2)x$ 와 만나는 점을 A'이라 하자.

$$\text{점 A'의 좌표는 } \left( \frac{n}{2}, \frac{n^2+2n}{2} \right)$$

선분 AA'의 길이는

$$\overline{AA'} = \frac{n^2+2n}{2} - \frac{n^2}{2} = n$$

삼각형 OAB의 넓이  $S(n)$ 은 삼각형 OAA'의

넓이와 삼각형 ABA'의 넓이의 합이므로

$$S(n) = \frac{1}{2} \times n \times \frac{n}{2} + \frac{1}{2} \times n \times \left( \frac{n+2}{2} - \frac{n}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times n \times \left( \frac{n}{2} + 1 \right)$$

$$= \frac{n(n+2)}{4} > 100$$

부등식  $n(n+2) > 400$ 의 양변에 1을 더하면

$$(n+1)^2 > 401$$

$$n+1 > \sqrt{401}$$

$$20 < \sqrt{401} < 21 \text{이므로 } \sqrt{401} = 20 + \alpha (0 < \alpha < 1)$$

$$\therefore n > \sqrt{401} - 1 = (20 + \alpha) - 1 = 19 + \alpha$$

따라서  $s(n) > 100$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의  
최솟값은  $\boxed{20}$ 이다.

$$f(n) = \frac{n^2 + 2n}{2}, g(n) = \frac{n}{2} + 1, k = 20 \text{이므로}$$

$$f(k) + g(k) = f(20) + g(20) = 220 + 11 = 231$$

$$f(6) = 4 \text{이면 } f(4) = 5 \text{이고 } f(f(6)) = f(4) = 5 \text{이다.}$$

이때 함수  $f$ 는 주어진 조건을 모두 만족한다.

$$\text{따라서 } f(4) = 5, f(6) = 4, f(7) = 6 \text{이므로}$$

$$f(4) \times \{f(6) + f(7)\} = 5 \times (4 + 6) = 50$$

### 30. 합성함수와 역함수를 이용하여 추론하기

정답 50

#### 정답 해설

함수  $f$ 는 역함수가 존재하므로 일대일대응이다.

조건 (가)에서  $x = 1, 2, 6$ 일 때

$$f(f(x)) + f^{-1}(x) = 2x \text{이므로}$$

(i)  $x = 1$ 일 때,

$$f(f(1)) + f^{-1}(1) = 2 \text{이고}$$

$$f(f(1)) \in X, f^{-1}(1) \in X \text{이므로}$$

$$f(f(1)) = f^{-1}(1) = 1$$

$$\therefore f(1) = 1$$

(ii)  $x = 2$ 일 때,

$$f(f(2)) + f^{-1}(2) = 4 \text{이고}$$

$$f(f(2)) \in X, f^{-1}(2) \in X \text{이므로}$$

$$f(f(2)) = 1 \text{이면 } f(2) = 1 \text{이므로 함수 } f \text{가}$$

일대일대응인 것에 모순이다.

$$f^{-1}(2) = 1 \text{이면 } f(1) = 2 \text{이므로 } f(1) = 1 \text{에 모순이다.}$$

$$\text{따라서 } f(f(2)) = f^{-1}(2) = 2$$

$$\therefore f(2) = 2$$

(iii)  $x = 6$ 일 때,

$$f(6) \neq 6, f(f(6)) + f^{-1}(6) = 12 \text{이고}$$

$$f(f(6)) \in X, f^{-1}(6) \in X \text{이므로}$$

$$f(f(6)) = 7, f^{-1}(6) = 5 \text{ 또는 } f(f(6)) = 5, f^{-1}(6) = 7$$

$$f(f(6)) = 7, f^{-1}(6) = 5 \text{인 경우}$$

$$f(5) = 6 \text{이고 } f(3) + f(5) = 10 \text{이므로 } f(3) = 4$$

$$f(6) = a \text{라 하면 } f(a) = 7 \text{이므로 } a = 6 \text{ 또는 } a = 7$$

$$f(6) \neq 6 \text{이므로 } a \neq 6$$

$$a = 7 \text{이면 } f(6) = 7 \text{이고 } f(f(6)) = 7 \text{에서}$$

$$f(7) = 7 \text{이므로 함수 } f \text{가 일대일대응인 것에}$$

모순이다.

$$f(f(6)) = 5, f^{-1}(6) = 7 \text{인 경우}$$

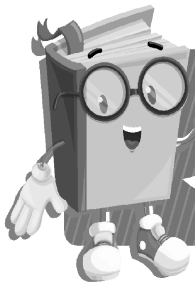
$$f(7) = 6 \text{이고 } f(3) + f(5) = 10 \text{이므로}$$

$$f(3) = 3, f(5) = 7 \text{ 또는 } f(3) = 7, f(5) = 3$$

$$\text{따라서 } f(6) = 4 \text{ 또는 } f(6) = 5$$

$$f(6) = 5 \text{이면 } f(f(6)) = 5 \text{에서 } f(f(6)) = f(5) = 5$$

이므로 함수  $f$ 가 일대일대응인 것에 모순이다.



Answer & Explanation

16회

2017학년도 11월 전국연합학력평가

정답과 해설

고1 수학

• 정답

본문 p. 183

1 ③	2 ④	3 ⑤	4 ①	5 ②
6 ⑤	7 ④	8 ③	9 ⑤	10 ③
11 ②	12 ①	13 ①	14 ④	15 ④
16 ②	17 ②	18 ⑤	19 ①	20 ③
21 ④	22 46	23 5	24 100	25 8
26 7	27 39	28 10	29 9	30 30

1. 다항식 계산하기

정답 ③

정답 해설

$$A+B=(2x^2+3xy)+(x^2-2xy)=3x^2+xy$$

2. 집합의 연산 이해하기

정답 ④

정답 해설

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \text{이므로 } n(A \cup B) = 4$$

3. 복소수 계산하기

정답 ⑤

정답 해설

$$z=1+2i \text{에서 } \bar{z}=1-2i$$

$$z \times \bar{z} = (1+2i) \times (1-2i) = 1-4i^2 = 1+4=5$$

4. 무리함수 이해하기

정답 ①

정답 해설

$$f(-1)=2 \text{이므로 } f(x)=\sqrt{x+k} \text{에서}$$

$$\sqrt{-1+k}=2$$

$$\text{따라서 } k=5$$

5. 합성함수 이해하기

정답 ②

정답 해설

$$f(x)=3x+1 \text{에서 } f(1)=4, f(2)=7 \text{이므로}$$

$$g(f(1))=g(4)=7$$

6. 다항식의 인수분해 이해하기

정답 ⑤

정답 해설

다항식  $x^3+x^2-2$ 를 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & 0 & -2 \\ & & 1 & 2 & 2 \\ \hline & 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}$$

$$x^3+x^2-2=(x-1)(x^2+2x+2)$$

$$\therefore a=2, b=2$$

$$\text{따라서 } a+b=4$$

7. 직선의 방정식 이해하기

정답 ④

정답 해설

두 점  $(-1, 2)$ ,  $(2, a)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y-2=\frac{a-2}{2+1}(x+1), y=\frac{a-2}{3}x+\frac{a+4}{3}$$

$$y\text{-축과 만나는 점의 좌표가 } (0, 5)\text{이므로 } \frac{a+4}{3}=5$$

$$\text{따라서 } a=11$$

8. 명제의 조건 이해하기

정답 ③

정답 해설

두 조건  $p$ ,  $q$ 의 진리집합을 각각  $P$ ,  $Q$ 라 하면

$$P=\{x \mid -3 \leq x < 4\}, Q=\{-\sqrt{k}, \sqrt{k}\} \text{이다.}$$

$p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이므로  $Q \subset P$

$$\text{그러므로 } -3 \leq -\sqrt{k} \text{이고 } \sqrt{k} < 4$$

$$\therefore 0 \leq k \leq 9 \text{이고 } 0 \leq k < 16$$

$$\text{따라서 } 0 \leq k \leq 9 \text{이므로 자연수 } k \text{의 개수는 } 9$$

9. 연립부등식 이해하기

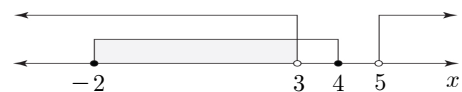
정답 ⑤

정답 해설

$$\begin{cases} |x-1| \leq 3 & \cdots \text{㉠} \\ x^2-8x+15 > 0 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\text{㉠의 해는 } -2 \leq x \leq 4$$

$$\text{㉡의 해는 } x < 3 \text{ 또는 } x > 5$$



㉠과 ㉡을 동시에 만족시키는  $x$ 의 범위는

$$-2 \leq x < 3$$

따라서 정수  $x$ 의 개수는 5

### 10. 내분점과 외분점 이해하기

정답 ③

#### 정답 해설

두 점  $A(2, 0)$ ,  $B(-1, 5)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 1:2로 외분하는 점  $P$ 의  $x$ 좌표와  $y$ 좌표는 각각

$$\frac{-1-4}{1-2}=5, \quad \frac{5-0}{1-2}=-5 \text{ 이므로 } P(5, -5)$$

선분  $OP$ 를 3:2로 내분하는 점의  $x$ 좌표와  $y$ 좌표는

$$\text{각각 } \frac{15+0}{3+2}=3, \quad \frac{-15+0}{3+2}=-3$$

따라서 구하는 점의 좌표는  $(3, -3)$

### 11. 근과 계수의 관계 이해하기

정답 ②

#### 정답 해설

이차방정식  $x^2 - 2x + 4 = 0$ 의 두 근이  $\alpha$ ,  $\beta$ 이므로

근과 계수의 관계에 의해  $\alpha + \beta = 2$ ,  $\alpha\beta = 4$

$$\begin{aligned} \frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\alpha^2}{\beta} &= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} \\ &= \frac{2^3 - 3 \times 4 \times 2}{4} \\ &= -4 \end{aligned}$$

### 12. 유리식을 활용하여 문제해결하기

정답 ①

#### 정답 해설

급식 인원이 700명인 학교에서 식재료 A의 폐기율이  $a\%$ , 정미 중량이 48(g)일 때,

$$\text{발주량 } H_A(\text{g}) \text{은 } \frac{48 \times 100}{100 - a} \times 700(\text{g})$$

식재료 B의 폐기율이  $2a\%$ , 정미 중량이 23(g)일 때,

$$\text{일 때, 발주량 } H_B(\text{g}) \text{은 } \frac{23 \times 100}{100 - 2a} \times 700(\text{g})$$

$H_A = 2H_B$ 이므로

$$\frac{48 \times 100}{100 - a} \times 700 = 2 \times \frac{23 \times 100}{100 - 2a} \times 700$$

$$2400 - 48a = 2300 - 23a, \quad 25a = 100$$

따라서  $a = 4$

### 13. 유리함수를 활용하여 문제해결하기

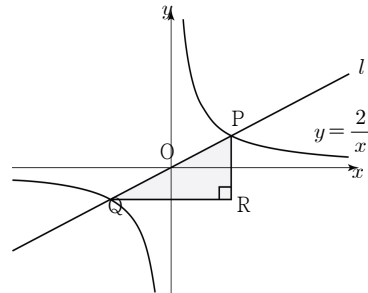
정답 ①

#### 정답 해설

직선  $l$ 과 함수  $y = \frac{2}{x}$ 의 두 교점  $P$ ,  $Q$ 는 원점에

대하여 대칭이고 함수  $y = \frac{2}{x}$  위의 점이므로

$P\left(a, \frac{2}{a}\right)$ ,  $Q\left(-a, -\frac{2}{a}\right)$ 라 하면 점  $R$ 의 좌표는  $\left(a, -\frac{2}{a}\right)$ 이고, 삼각형  $PQR$ 는 그림과 같다.



$$\overline{QR} = |a - (-a)| = |2a|, \quad \overline{PR} = \left| \frac{2}{a} - \left(-\frac{2}{a}\right) \right| = \left| \frac{4}{a} \right|$$

$$\text{따라서 삼각형 } PQR \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times |2a| \times \left| \frac{4}{a} \right| = 4$$

### 14. 인수정리를 이용하여 추론하기

정답 ④

#### 정답 해설

$f(x)$ 와  $g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차식이므로

$F(x) = (x-1)f(x) = (x-2)g(x)$ 라 하면  $F(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차식이다.

$F(x) = (x-1)(x-2)(x+a)$ 라 하면

$$F(x) = (x-1)f(x) \text{ 이므로 } f(x) = (x-2)(x+a)$$

$$f(1) = -2 \text{ 이므로 } (1-2)(1+a) = -2$$

$$\therefore a = 1$$

$$F(x) = (x-2)g(x) \text{ 이므로 } g(x) = (x-1)(x+1)$$

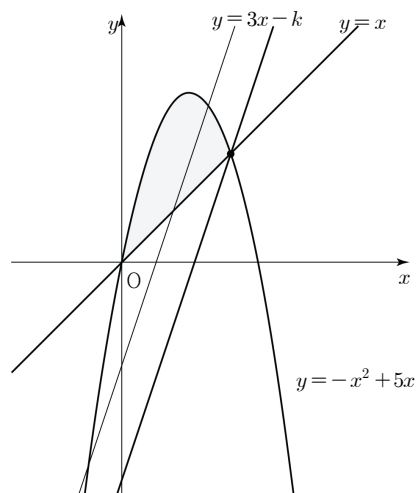
$$\text{따라서 } g(2) = 3$$

### 15. 부등식의 영역을 활용하여 문제해결하기

정답 ④

#### 정답 해설

연립부등식  $\begin{cases} y \geq x \\ y \leq -x^2 + 5x \end{cases}$ 를 만족시키는 영역을 좌표평면 위에 나타내면 그림의 어두운 부분과 같다.





이차함수  $y = -x^2 + 5x$ 의 그래프와 직선  $y = x$ 의 교점은  $(0, 0)$ 과  $(4, 4)$ 이다.

$3x - y = k$ 라 하면 직선  $y = 3x - k$ 는 기울기가 3이고  $y$ 절편이  $-k$ 이다. 이 직선을 주어진 부등식의 영역과 만나도록 평행이동하면서  $k$ 의 값의 변화를 조사하면 직선  $y = 3x - k$ 가 점  $(4, 4)$ 를 지날 때  $k$ 는 최댓값을 갖는다.

$$4 = 3 \times 4 - k \text{에서 } k = 8$$

따라서  $3x - y$ 의 최댓값은 8

## 16. 대칭이동을 활용하여 문제해결하기

정답 ②

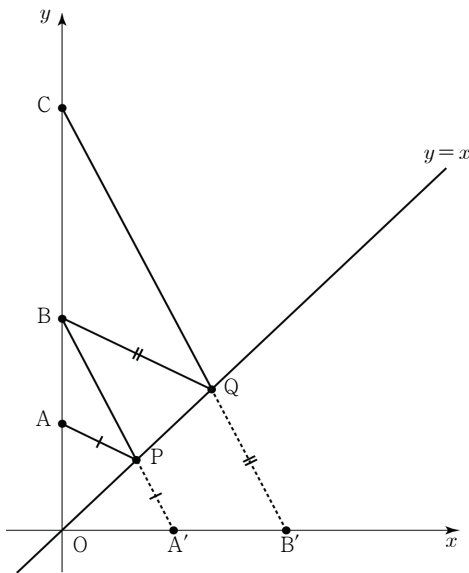
정답 해설

두 점  $A(0, 1)$ ,  $B(0, 2)$ 를 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점은 각각  $A'(1, 0)$ ,  $B'(2, 0)$ 이다.

$$\overline{AP} = \overline{A'P}, \overline{BQ} = \overline{B'Q} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} + \overline{PB} + \overline{BQ} + \overline{QC} = \overline{A'P} + \overline{PB} + \overline{B'Q} + \overline{QC} \geq \overline{A'B} + \overline{B'C}$$

$\overline{AP} + \overline{PB} + \overline{BQ} + \overline{QC}$ 의 값이 최소일 때는 점  $P$ 가 두 점  $A'$ ,  $B$ 를 지나는 직선 위에 있고, 점  $Q$ 가 두 점  $B'$ ,  $C$ 를 지나는 직선 위에 있을 때 이다.



두 점  $A'(1, 0)$ ,  $B(0, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은  $y = -2x + 2$

두 점  $B'(2, 0)$ ,  $C(0, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식은  $y = -2x + 4$

점  $P$ 는 두 직선  $y = x$ ,  $y = -2x + 2$ 의 교점이고

점  $Q$ 는 두 직선  $y = x$ ,  $y = -2x + 4$ 의 교점이므로

$$P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right), Q\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

$$\text{따라서 } \overline{PQ} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{4}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

## 17. 이차함수의 접선의 방정식 추론하기

정답 ②

정답 해설

양수  $a$ 에 대하여 곡선  $y = x^2$  위의 점  $P(a, a^2)$ 에서의 접선의 방정식은  $y = m_1(x - a) + a^2$ 이다.

곡선  $y = x^2$ 과 직선  $y = m_1(x - a) + a^2$ 이 접하므로

이차방정식  $x^2 = m_1(x - a) + a^2$ 이 중근을 갖는다.

이차방정식  $x^2 - m_1x + am_1 - a^2 = 0$ 의 판별식을

$$D \text{라 하면 } D = m_1^2 - 4am_1 + 4a^2 = 0$$

$$m_1 = 2a$$

$y = m_2(x - a) + a^2$ 이 점  $A(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = -am_2 + a^2$$

$$m_2 = a - \frac{1}{a}$$

$$m_1 - m_2 = 2a - \left(a - \frac{1}{a}\right) = a + \frac{1}{a} \geq 2$$

(단, 등호는  $a = 1$ 일 때 성립한다.)

따라서  $m_1 - m_2$ 의 최솟값은 2이다.

$$\therefore f(a) = 2a, g(a) = a - \frac{1}{a}, k = 2$$

$$\text{따라서 } f(k) \times g(k) = 4 \times \left(2 - \frac{1}{2}\right) = 6$$

## 18. 삼차방정식의 근 추론하기

정답 ⑤

정답 해설

삼차방정식  $x^3 = 1$ 의 한 허근이  $\omega$ 이므로

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0 \text{에서}$$

$$\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

$\omega$ 의 켤레복소수  $\bar{\omega}$ 는  $x^3 = 1$ 의 다른 한 허근이므로

$$\bar{\omega}^3 = 1, \bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1 = 0, \omega + \bar{\omega} = -1, \omega \times \bar{\omega} = 1$$

$$\therefore \bar{\omega}^3 = 1 \text{ (참)}$$

$$\therefore \frac{1}{\omega} + \left(\frac{1}{\omega}\right)^2 = \frac{\omega + 1}{\omega^2} = \frac{-\omega^2}{\omega^2} = -1$$

$$\frac{1}{\omega} + \left(\frac{1}{\omega}\right)^2 = \frac{\bar{\omega} + 1}{\bar{\omega}^2} = \frac{-\bar{\omega}^2}{\bar{\omega}^2} = -1$$

$$\therefore \frac{1}{\omega} + \left(\frac{1}{\omega}\right)^2 = \frac{1}{\omega} + \left(\frac{1}{\omega}\right)^2 \text{ (참)}$$

$$\therefore (-\omega - 1)^n = (\omega^2)^n$$

$$\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega + \bar{\omega}}\right)^n = (-\bar{\omega})^n = \left(-\frac{1}{\omega}\right)^n$$

$$= (-1)^n \times \left(\frac{1}{\omega}\right)^n$$

$$= (-1)^n \times (\omega^2)^n$$

$$(-\omega - 1)^n = \left(\frac{\bar{\omega}}{\omega + \bar{\omega}}\right)^n \text{을 만족시키는 } n \text{은}$$

$$(\omega^2)^n = (-1)^n \times (\omega^2)^n, 1 = (-1)^n \text{을}$$

만족시키므로  $n$ 은 짝수이다.

그러므로 100 이하의 짝수  $n$ 의 개수는 50 (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

### 19. 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 활용하여 문제해결하기

정답 ①

#### 정답 해설

$3 < a < 7$ 일 때, 이차함수  $y = x^2 - 2ax - 20$ 의 그래프와 직선  $y = 2x - 12a$ 가 만나지 않으므로

기울기가 2인 직선이 이차함수  $y = x^2 - 2ax - 20$ 에 접할 때의 접점이 점 P일 때, 점 P와 직선  $y = 2x - 12a$  사이의 거리가 최소가 된다.

$y = x^2 - 2ax - 20$ 에 접하고 기울기가 2인 직선을  $y = 2x + b$ 라 하면

$$x^2 - 2ax - 20 = 2x + b$$

$x^2 - 2(a+1)x - 20 - b = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$$D = 4(a+1)^2 + 4(20+b) = 0$$

$$b = -(a+1)^2 - 20 = -a^2 - 2a - 21 \text{ 이므로}$$

접선의 방정식은  $y = 2x - a^2 - 2a - 21$

$f(a)$ 는 두 직선  $y = 2x - 12a$ 와  $y = 2x - a^2 - 2a - 21$  사이의 거리와 같으므로 직선  $y = 2x - 12a$  위의 점  $(6a, 0)$ 과 직선

$y = 2x - a^2 - 2a - 21$  사이의 거리를 구하면

$$\begin{aligned} f(a) &= \frac{|12a - a^2 - 2a - 21|}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{|-a^2 + 10a - 21|}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{|-(a-5)^2 + 4|}{\sqrt{5}} \quad (3 < a < 7) \end{aligned}$$

따라서  $f(a)$ 의 최댓값은  $f(5) = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

### 20. 나머지정리를 이용하여 추론하기

정답 ③

#### 정답 해설

$f(x)$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q_1(x)$ , 나머지를  $R_1$ 이라 하면

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + R_1 \quad \text{㉠}$$

$f(x)$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q_2(x)$ , 나머지를  $R_2$ 라 하면

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + R_2 \quad \text{㉡}$$

㉡에  $x=2$ 를 대입하면

$$(가)에서 R_2 = f(2) = Q_2(1)$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + Q_2(1) \text{에}$$

$x=1$ 을 대입하면  $f(1) = -Q_2(1) + Q_2(1) = 0$

㉠에  $x=1$ 을 대입하면  $f(1) = R_1 = 0$

$f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차식이므로

$$Q_1(x) = x + a \text{라 하면 } f(x) = (x-1)(x+a)$$

$$Q_1(1) = 1+a, f(2) = 2+a = Q_2(1) \text{이므로}$$

$$(나)에서 Q_1(1) + Q_2(1) = (1+a) + (2+a)$$

$$= 2a + 3 = 6$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, f(x) = (x-1)\left(x + \frac{3}{2}\right)$$

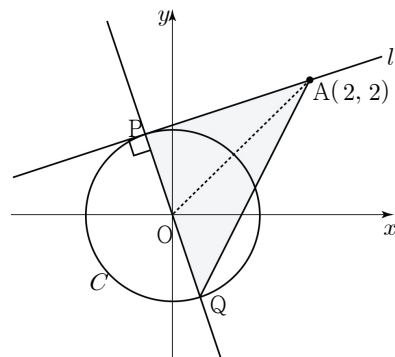
$$\text{따라서 } f(3) = (3-1)\left(3 + \frac{3}{2}\right) = 9$$

### 21. 원과 직선의 위치관계를 활용하여

정답 ④

#### 정답 해설

문제해결하기



원  $C$ 의 반지름의 길이가  $r$ 이고 선분  $PQ$ 가 원  $C$ 의

지름이므로  $\overline{PQ} = 2r$ ,  $\overline{OP} = r$

삼각형  $APQ$ 가 이등변삼각형이고

$\angle APQ = 90^\circ$  이므로  $\overline{PA} = 2r$

$$\overline{OA} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

삼각형  $APO$ 에서  $8 = r^2 + 4r^2$ ,  $r^2 = \frac{8}{5}$

점  $P$ 의 좌표가  $(a, b)$ 이므로  $a^2 + b^2 = \frac{8}{5}$

원  $x^2 + y^2 = \frac{8}{5}$  위의 점  $P(a, b)$ 에서의

접선  $ax + by = \frac{8}{5}$ 이 점  $A(2, 2)$ 를 지나므로

$$2a + 2b = \frac{8}{5}, a + b = \frac{4}{5}$$

$$2ab = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) = \frac{16}{25} - \frac{8}{5} = -\frac{24}{25} \text{ 이므로}$$

$$ab = -\frac{12}{25}$$

### 22. 등차수열의 일반항 이해하기

정답 46

#### 정답 해설

수열  $\{a_n\}$ 은 첫째항이 50이고 공차가  $-2$ 인

등차수열이므로  $a_3 = 50 + (3-1) \times (-2) = 46$

### 23. 도형의 평행이동 이해하기

정답 5

#### 정답 해설

직선  $y = 3x - 5$ 를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $2a$ 만큼 평행이동한 직선은  $y - 2a = 3(x - a) - 5$ 이고  $y = 3x - a - 5$ 가  $y = 3x - 10$ 과 일치하므로  $-a - 5 = -10$   
따라서  $a = 5$

### 24. 등차수열의 합 이해하기

정답 100

#### 정답 해설

등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항을  $a$ , 공차를  $d$ 라 하면  
 $a_3 + a_5 = (a + 2d) + (a + 4d) = 2a + 6d = 14$   
 $a_4 + a_6 = (a + 3d) + (a + 5d) = 2a + 8d = 18$   
이므로  $a = 1, d = 2$

따라서 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합은

$$\frac{10(2 + 9 \times 2)}{2} = 100$$

#### 다른 풀이

등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항을  $a$ , 공차를  $d$ 라 하자.

$a_4$ 는  $a_3$ 과  $a_5$ 의 등차중항이므로

$$2a_4 = a_3 + a_5 = 14, a_4 = 7$$

$a_5$ 는  $a_4$ 와  $a_6$ 의 등차중항이므로

$$2a_5 = a_4 + a_6 = 18, a_5 = 9$$

$$\therefore d = a_5 - a_4 = 9 - 7 = 2$$

$$a_4 = a + 3d = a + 3 \times 2 = 7$$

$$\therefore a = 1$$

따라서 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합은

$$\frac{10(2 + 9 \times 2)}{2} = 100$$

### 25. 집합의 포함관계 이해하기

정답 8

#### 정답 해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 5, 9\} \text{이므로}$$

$$A - B = \{2, 4\}$$

$$(A - B) \cap C = \emptyset \text{이므로 } 2 \notin C, 4 \notin C \text{이고,}$$

$$A \cap C = C \text{이므로 } C \subset A$$

즉, 집합  $C$ 는  $2 \notin C, 4 \notin C$ 인  $A$ 의 부분집합이다.

$$\text{따라서 집합 } C \text{의 개수는 } 2^{5-2} = 2^3 = 8$$

### 26. 역함수 이해하기

정답 7

#### 정답 해설

함수  $g$ 의 역함수가 존재하므로 함수  $g$ 는 일대일대응이다.

$$g(2) = 3$$

$$g^{-1}(3) = 2 \text{이므로 } g(3) = 1$$

$$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = 2, f(2) = 1 \text{이므로 } g(1) = 2$$

$$\therefore g(4) = 4, g^{-1}(4) = 4$$

$$\text{따라서 } g^{-1}(4) + (f \circ g)(2) = 4 + f(g(2))$$

$$= 4 + f(3)$$

$$= 4 + 3 = 7$$

### 27. 연립방정식을 활용하여 문제해결하기

정답 39

#### 정답 해설

두 삼각형  $ABC, DBA$ 에서  $\angle BAD = \angle BCA, \angle B$ 는 공통이므로  $\triangle ABC \sim \triangle DBA$

$$\overline{CD} = x, \overline{AC} = x - 1, \overline{AB} = y \text{라 하면}$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{DB} : \overline{DA} \text{이므로 } y : (x - 1) = 8 : 6$$

$$\therefore x = \frac{3}{4}y + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DB} : \overline{BA} \text{이므로 } y : (8 + x) = 8 : y$$

$$\therefore y^2 = 8x + 64 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } y^2 = 8 \times \left(\frac{3}{4}y + 1\right) + 64$$

$$y^2 - 6y - 72 = 0, (y - 12)(y + 6) = 0$$

$$\therefore y = 12 (\because y > 0)$$

$$y = 12 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } x = 10$$

$$\therefore \overline{AB} = 12, \overline{BC} = 8 + 10 = 18, \overline{CA} = 9$$

따라서 삼각형  $ABC$ 의 둘레의 길이는

$$12 + 18 + 9 = 39$$

### 28. 절대부등식을 이용하여 문제해결하기

정답 10

#### 정답 해설

두 직선  $l, m$ 이 원  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$ 의 넓이를 4등분하므로 두 직선  $l, m$ 은 원의 중심  $(1, 3)$ 을 지나고 서로 수직인 직선이다. 직선  $l$ 의 기울기가  $a(0 < a < 3)$ 이므로

$$\text{직선 } m \text{의 기울기는 } b = -\frac{1}{a}$$

$$l : y = a(x - 1) + 3, m : y = -\frac{1}{a}(x - 1) + 3$$

$$\text{직선 } l \text{의 } x \text{절편과 } y \text{절편은 각각 } 1 - \frac{3}{a}, 3 - a \text{이고,}$$

$$\text{직선 } m \text{의 } x \text{절편과 } y \text{절편은 각각 } 1 + 3a, 3 + \frac{1}{a}$$

이므로 직선  $l$ 과  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 삼각형의

$$\text{넓이 } S_1 \text{은 } S_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{a} - 1 \right) (3 - a)$$

직선  $m$ 과  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이

$$S_2 \text{는 } S_2 = \frac{1}{2} (1 + 3a) \left( 3 + \frac{1}{a} \right)$$

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{a} - 1 \right) (3 - a) + \frac{1}{2} (1 + 3a) \left( 3 + \frac{1}{a} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{10}{a} + 10a \right) \geq 10$$

(단, 등호는  $a=1$  일 때 성립한다.)

따라서  $S_1 + S_2$ 의 최솟값은 10

## 29. 등비수열을 이용하여 추론하기

정답 9

### 정답 해설

$U = \{r^k | k \text{는 } 102 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합  $A$ 의 원소들은 모두  $r$ 의 거듭제곱으로 표현된다.

(가)에 의해  $r \in A$

(나)에 의해 집합  $A$ 의 원소들을 작은 수부터 차례대로 배열한 수열은 등비수열이고  $r > 1$ 이므로 첫째항은  $r$ 이다.

공비를  $r^a$ ( $a$ 는 자연수)라 하면 일반항은  $r(r^a)^{n-1}$  ( $n \geq 2$ )이다.

$r^{31} \in A$ ,  $r^{100} \in A$ 이므로 두 자연수  $n_1$ ,  $n_2$ 에 대하여

$$r(r^a)^{n_1-1} = r^{31}, \quad r(r^a)^{n_2-1} = r^{100}$$

$$r^{a(n_1-1)} = r^{30}, \quad r^{a(n_2-1)} = r^{99}$$

따라서  $a$ 는 30과 99의 공약수이므로

$$a = 1 \text{ 또는 } a = 3$$

(다)에 의해  $A$ 는 전체집합  $U$ 의 진부분집합이므로  $a = 3$ 이고,

$$\text{일반항은 } r(r^3)^{n-1} = r^{3n-2}$$

전체집합  $U$ 의 원소들의 합은 첫째항이  $r$ , 공비가  $r$ 인 등비수열의

$$\text{제 } 102 \text{ 항까지의 합과 같으므로 } \frac{r(r^{102}-1)}{r-1} \text{ 이다.}$$

집합  $A$ 의 원소의 개수를  $n$ 이라 하면

$$3n-2 \leq 102, \quad n \leq 34$$

집합  $A$ 의 원소들의 합은

첫째항이  $r$ , 공비가  $r^3$ 인 등비수열의 제 34 항까지의

$$\text{합과 같으므로 } \frac{r\{(r^3)^{34}-1\}}{r^3-1} \text{ 이다.}$$

$$\frac{r(r^{102}-1)}{r-1} = 91 \times \frac{r(r^{102}-1)}{r^3-1} = 91 \times \frac{r(r^{102}-1)}{r-1} \times \frac{1}{r^2+r+1}$$

$$r^2+r+1=91$$

$$r^2+r-90=(r+10)(r-9)=0$$

$$\therefore r=-10 \text{ 또는 } r=9$$

따라서  $r=9$

## 30. 원의 방정식을 이용하여 문제해결하기

정답 30

### 정답 해설

점  $A$ 의 좌표를  $(x, y)$ 라 하면 점  $B$ 는 점  $A$ 를 원점에 대하여 대칭 이동한 점이므로 점  $B$ 의 좌표는  $(-x, -y)$ 이다.

세 점  $A(x, y)$ ,  $B(-x, -y)$ ,  $C(0, 10)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 세 변의 길이  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CA}$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = 4x^2 + 4y^2$$

$$\overline{BC}^2 = x^2 + (y+10)^2$$

$$\overline{CA}^2 = x^2 + (y-10)^2$$

삼각형  $ABC$ 가 직각삼각형인 경우는

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2 \text{ 또는}$$

$$\overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 \text{ 또는}$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \text{ 이다.}$$

$$\text{i) } \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2 \text{ 일 때,}$$

$$(4x^2 + 4y^2) + \{x^2 + (y+10)^2\} = x^2 + (y-10)^2$$

$$\therefore x^2 + (y+5)^2 = 25$$

$$\text{ii) } \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 \text{ 일 때,}$$

$$\{x^2 + (y+10)^2\} + \{x^2 + (y-10)^2\} = 4x^2 + 4y^2$$

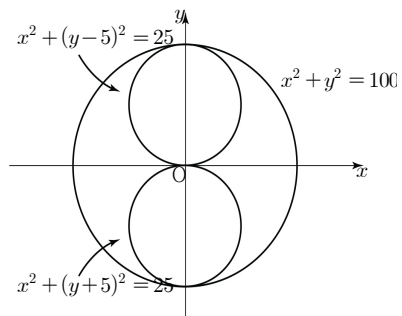
$$\therefore x^2 + y^2 = 100$$

$$\text{iii) } \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \text{ 일 때,}$$

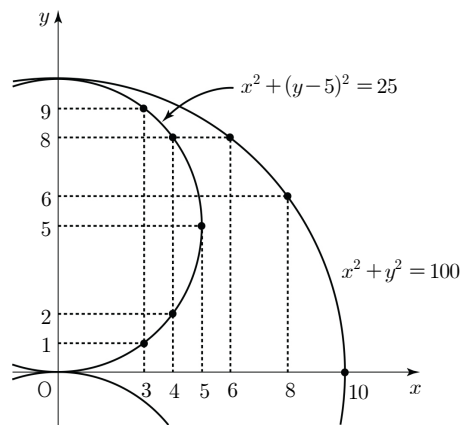
$$(4x^2 + 4y^2) + \{x^2 + (y-10)^2\} = x^2 + (y+10)^2$$

$$\therefore x^2 + (y-5)^2 = 25$$

i), ii), iii)을 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같다.



점  $A$ 는  $y$ 축 위의 점이 아니므로 그림의 원 위에 존재하는  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점  $A$ 의 개수는 제1사분면 위의 점의 개수의 4배와  $x$ 축 위의 두 점  $(10, 0)$ ,  $(-10, 0)$ 의 개수 2를 더한 것이다.



$$x=3 \text{ 일 때, } (3, 1), (3, 9)$$

$$x=4 \text{ 일 때, } (4, 2), (4, 8)$$

$$x=5 \text{ 일 때, } (5, 5)$$

$$x=6 \text{ 일 때, } (6, 8)$$

$$x=8 \text{ 일 때, } (8, 6)$$

따라서  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수이면서 삼각형  $ABC$ 가 직각삼각형이 되는 점  $A$ 의 개수는  $7 \times 4 + 2 = 30$